UFRRJ

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DISSERTAÇÃO

A IMPORTÂNCIA DO CONHECIMENTO DA TRIGONOMETRIA ESFÉRICA NA FORMAÇÃO DO BACHAREL EM CIÊNCIAS NÁUTICAS

CÉSAR DIAS QUINTANA

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

A IMPORTÂNCIA DO CONHECIMENTO DA TRIGONOMETRIA ESFÉRICA NA FORMAÇÃO DO BACHAREL EM CIÊNCIAS NÁUTICAS

CÉSAR DIAS QUINTANA

Sob a orientação da professora Doutora
Sílvia Moreira Goulart

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Ciências** no curso de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Área de Concentração: Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática.

Seropédica, RJ
Junho de 2020

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001"

Q7i Quintana, César Dias, 1963-
A IMPORTÂNCIA DO CONHECIMENTO DA TRIGONOMETRIA ESFÉRICA NA FORMAÇÃO DO BACHAREL EM CIÊNCIAS NÁUTICAS / César Dias Quintana. - Rio de Janeiro, 2020.
81 f.: il.

Orientadora: Sílvia Moreira Goulart.
Dissertação(Mestrado). -- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA, 2020.

1. Trigonometria Esférica. 2. Currículo. 3. Bacharel em Ciências Náuticas. I. Goulart, Sílvia Moreira, 1956-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CÉSAR DIAS QUINTANA

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Ciências**, no Curso de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, área de Concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 17/07/2020

____
Sílvia Moreira Goulart, Profª Drª. - UFRRJ
(Orientador)

____
Dora Soraia Kindel, Drª. - UFRRJ

____
Thiago da Silva Teixeira Alvarenga, Dr. - UES

Dedico esse trabalho a todos os professores que buscam incansavelmente melhorar a educação em nosso país.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado forças e determinação para completar mais essa etapa do meu aprendizado.

À minha família pelo apoio e incentivo constante.

À Prof.ª Dr.ª Sílvia Moreira Goulart pelo grande respeito e contribuição na realização dessa pesquisa.

Faço uma menção especial aos meus professores e, acima de tudo, amigos: Prof. C.L.C. André Antônio da Silva, Prof. Dr. Pedro Von Ranke e Prof. Dr. Marcelo Azevedo Neves pela imensurável consideração e por sempre acreditarem no meu potencial e no meu projeto.

Finalizo agradecendo a todas as pessoas que não foram citadas nominalmente, porém ajudaram direta ou indiretamente para a superação e concretização desse trabalho.

“O tempo é para o relógio o que a mente é para o cérebro. O relógio, de alguma forma, contém o tempo. Ainda assim, o tempo se recusa a ser aprisionado como um gênio enfiado numa lâmpada. Quer flua como areia ou gire sobre rodas dentro de rodas, o tempo foge irrecuperável, enquanto estamos mesmo a observá-lo”.

(Dava Sobel)

RESUMO

QUINTANA, César Dias. **A importância do conhecimento da Trigonometria Esférica na formação do Bacharel em Ciências Náuticas**. 2020, p.81. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2020.

Essa pesquisa aborda a importância do conhecimento da Trigonometria Esférica (TE) na formação dos egressos do curso de Bacharel em Ciências Náuticas, oferecido pelo Centro de Instrução Almirante Graça Aranha (CIAGA), localizado no município do Rio de Janeiro, no Estado do Rio de Janeiro. O problema da dicotomia entre conhecimento teórico e prático foi investigado através de análise curricular, dos programas analíticos das disciplinas do curso, abrangendo o período de 2018 a 2019, e da análise de notas de aula, com registros de reações de estudantes inscritos na disciplina Trigonometria Esférica e Ortodromia (TEO-1). Essa questão tem sido extensamente discutida por profissionais da área; alguns consideram que o ensino da Trigonometria Esférica pode ser retirado do currículo sem prejuízo para a formação, tendo em conta as inovações tecnológicas no meio naval; outros consideram que ela ainda é relevante. Observa-se também que os estudantes apresentam dificuldades em fazer a relação entre o conhecimento teórico e o prático, e questionam a presença dos conteúdos de TE e da disciplina TEO-1 no currículo. Portanto, pretende-se identificar as conexões do conhecimento teórico de Trigonometria Esférica, com outras disciplinas de natureza prática que compõem o currículo desse curso, e demonstrar suas contribuições para a formação dos egressos e para a sua futura prática profissional. Como produto, foi elaborada e proposta uma sequência didática a fim de contribuir para a superação da dicotomia conhecimento teórico x prático no processo de ensino e aprendizagem no curso de Bacharel em Ciências Náuticas do CIAGA.

Palavras-chave: Trigonometria Esférica, Currículo, Bacharel em Ciências Náuticas, CIAGA.

ABSTRACT

QUINTANA, César Dias**. The importance of Spherical Trigonometry knowledge (TE) in the formation of graduates of the Bachelor of Nautical Sciences course**. 2020, p.81. Dissertation (Master in Science and Mathematics Education). Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2020.

This research addresses the importance of Spherical Trigonometry knowledge (TE) in the formation of graduates of the Bachelor of Nautical Sciences course, offered by the Admiral Graça Aranha Instruction Center (CIAGA), placed on Rio de Janeiro, Rio de Janeiro State. The problem of the dichotomy between theoretical and practical knowledge was investigated through curriculum analysis, the analytical programs of the course subjects, covering the period 2018 to 2019, and from analysis of class notes, with records of reactions of enrolled students in the Spherical Trigonometry and Orthodromic Navigation (TEO-1) discipline. This issue has been widely discussed by professionals in the field; some consider that the teaching of spherical trigonometry can be removed from the curriculum without prejudice to training, taking into account technological innovations in the naval environment; others consider it still relevant. It is also observed that students have difficulties in making the relationship between theoretical and practical knowledge and question the presence of TE content and the TEO-1 subject in the curriculum. Therefore, it is intended to identify the connections of the theoretical knowledge of Spherical Trigonometry, with other disciplines of a practical nature that make up the curriculum of this course, and to demonstrate their contributions to the formation of graduates and to their future professional practice. Like a product, a didactic sequence will be elaborated that can contribute to overcoming the dichotomy theoretical and practical knowledge in the teaching and learning process in the CIAGA Bachelor of Nautical Sciences course.

Keywords: Spherical Trigonometry; Curriculum; Bachelor of Nautical Sciences; CIAGA.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CFOMM	Curso de Formação de Oficiais da Marinha Mercante;
CIABA	Centro de Instrução Almirante Brás de Aguiar
CIAGA	Centro de Instrução Almirante Graça Aranha;
FONT	Curso de Formação de Oficial de Náutica da Marinha Mercante;
LT	Livro-Texto;
NAV1	Navegação Estimada e Costeira;
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais;
PPGEduCIMAT	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática;
PUC	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro;
REVEMAT	Revista Eletrônica de Educação Matemática;
TE	Trigonometria Esférica;
TEO-1	Trigonometria esférica e Ortodromia;
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação;
UFRRJ	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro;

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A formação do profissional da Marinha Mercante, principalmente dos Bacharéis em Ciências Náuticas, é discutida no Brasil, em particular entre os profissionais da área e pesquisadores, desde longa data, e muitos deles apontam uma série de fatores que influenciam nessa formação. Dentre os fatores aparecem algumas disciplinas que figuram historicamente no currículo do curso, como o conhecimento da Trigonometria Esférica (TE), presente na disciplina Trigonometria Esférica e Ortodromia (TEO-1).

Para tratar dessa temática, trago a própria experiência vivida quando fui aluno do curso de Bacharel em Ciências Náuticas, de uma instituição pública Federal, o Centro de Instrução Almirante Graça Aranha (CIAGA) e do curso de Licenciatura em Física, de uma instituição pública estadual, a Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Pude observar na ocasião que várias disciplinas da organização curricular foram importantes e fundamentais, para a minha formação profissional.

Outro ponto que me direcionou para essa área de pesquisa ocorreu devido a minha experiência como professor de matemática e física, atuando ao longo de minha carreira no ensino básico, médio e posteriormente no ensino superior. A atuação em sala de aula favoreceu de modo significativo para a escolha dessa temática relacionada à importância da disciplina TEO-1 que compõe a grade curricular.

Os questionamentos feitos pelos discentes muito me faziam refletir a respeito, pois uma parte significativa deles não conseguia entender a razão de terem que estudar determinado assunto nem acompanhar determinado conteúdo das disciplinas.

Essas vivências desencadearam vários questionamentos sobre a minha formação profissional, como por exemplo, como uma disciplina do currículo pode influenciar a formação dos egressos? De que modo as mudanças que ocorrem no contexto social e tecnológico vão sendo incorporadas no processo ensino-aprendizagem e aos currículos? Quais são as conexões entre o conhecimento teórico e o conhecimento prático? Com base nesses questionamentos é possível afirmar que existem algumas questões a serem pesquisadas com relação aos impactos e a importância do conhecimento da Trigonometria Esférica na disciplina de TEO-1 no currículo na formação dos egressos do curso de Bacharel em Ciências Náuticas.

Problema

O CIAGA, uma instituição de Ensino Superior fundada em 1971, passou por mudanças curriculares ao longo dos anos, entretanto o aprendizado da Trigonometria Esférica sempre esteve presente na formação dos seus egressos.

Recentemente, na dimensão do cotidiano do CIAGA, emergiu um debate em torno da necessidade de manter a disciplina Trigonometria Esférica no currículo do curso de Bacharel em Ciências Náuticas em face dos recursos tecnológicos disponíveis atualmente. Alguns consideram que o ensino da Trigonometria Esférica (TE) pode ser retirado do currículo sem prejuízo para a formação, tendo em conta as inovações tecnológicas no meio naval, capazes de realizar cálculos rapidamente; outros consideram que ela ainda é relevante, apesar da rapidez na obtenção de resultados e previsões com o emprego de inovações tecnológicas. Imersos nesse debate, encontram-se os estudantes. Observa-se que os estudantes apresentam dificuldades em fazer a relação entre o conhecimento científico explorado na disciplina e a exigência de aplicação desse conhecimento, explorado na prática da navegação com o uso de recursos tecnológicos, e questionam a presença dos conteúdos de TE e da disciplina TEO-1 no currículo. A questão que se impõe é: Se as tecnologias digitais de informação e comunicação associadas às tecnologias de sensoriamento remoto solucionam rápida e precisamente os problemas práticos da navegação, qual é a importância de continuar a estudar Trigonometria Esférica? Tem-se assim o problema da pesquisa: Como superar a dicotomia que surge na mente do estudante, entre o conhecimento científico obtido no estudo de Trigonometria Esférica e a aplicação desse conhecimento na prática da navegação durante a sua formação como Bacharel em Ciências Náuticas?

A formação do Bacharel em Ciências Náuticas é complexa. As exigências sobre essa formação evoluíram ao longo dos séculos, desde a época em que eram necessários mapas impressos, lápis, régua e compasso, e um profundo conhecimento das efemérides, até os nossos dias, nos quais as novas tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) e posicionamento por satélites, oferecem grande simplicidade e rapidez nos cálculos. Atualmente, os dois modos de navegação coexistem como possibilidade.

Os primeiros profissionais das Ciências Náuticas dependiam do conhecimento teórico da matemática, geometria e trigonometria esférica, e de um saber prático sobre a "vida no mar", ou seja, a arte que se faz presente nas atividades a bordo de uma embarcação.

Então, por sua própria natureza, essa formação deve incluir um conhecimento de natureza teórica, que fundamenta a formação, e um conhecimento de natureza prática, que implica na aplicação de teorias, procedimentos e estratégias no desempenho de suas funções a bordo. Esses fatores ajudam a ampliar a visão sobre a complexidade que envolve a formação do Bacharel em Ciências Náuticas, a importância do conhecimento da Trigonometria Esférica no currículo e a metodologia de ensino empregada no atual contexto social e tecnológico.

Nessa pesquisa, focalizamos a disciplina Trigonometria Esférica e Ortodromia (TEO-1) do currículo de Bacharel em Ciências Náuticas do CIAGA, partindo do princípio de sua relevância para a formação dos egressos.

Sobre o currículo, nortearam os estudos os seguintes teóricos: Apple (2006), Moreira (2008) e Silva (2007). Quanto ao ensino de trigonometria esférica, podemos citar as seguintes obras: Ayres, Jr (1971), Miguens (1996) e Coutinho (2015).

Por ser essa disciplina, Trigonometria Esférica e Ortodromia (TEO-1) um elemento que envolve vários fatores, deve haver um olhar mais direcionado sobre ela, tendo-a como foco principal.

Objetivos da pesquisa

Da vivência como ex-aluno e experiência como docente por parte do pesquisador, no CIAGA, surgem questionamentos sobre a importância do conhecimento da Trigonometria Esférica dentro da grade curricular da instituição. Com isso fica evidente a necessidade de levantamento desse estudo e os objetivos dessa pesquisa.

Objetivos Gerais:

Esta pesquisa tem os seguintes objetivos gerais:

i) Identificar a função do conhecimento de Trigonometria Esférica na grade curricular do Curso para a formação de Bacharel em Ciências Náuticas;

ii) Desenvolver uma sequência didática que possa contribuir para o processo ensino-aprendizagem na área das ciências naturais e matemática.

Objetivos Específicos:

Essa pesquisa apresenta, os seguintes objetivos específicos:

i) Analisar a grade curricular do curso de Bacharel em Ciências Náuticas;

ii) Localizar a disciplina TEO-1 na grade curricular;
iii)Verificar pré-requisitos para a disciplina TEO-1;
iv) Verificar as outras disciplinas que dependem da TEO-1;
v) Verificar se o programa da disciplina e o livro-texto estão alinhados;
vi) Fazer levantamento das principais dificuldades encontradas pelos discentes no aprendizado na disciplina TEO-1;
vii) Analisar provas, tarefas e exercícios realizados pelos discentes na disciplina.
viii) Analisar os registros das reações (respostas) dos estudantes durante as aulas de TEO-1;
ix) Registrar as dúvidas e demais perguntas feitas pelos estudantes durante as aulas de TEO-1.

Relevância e contribuição

Pesquisar a importância e influência do conhecimento da Trigonometria Esférica, que faz parte do currículo do curso de formação do Oficial de Náutica é relevante, pois esse estudo pode trazer questões que ajudem no aprimoramento profissional dos egressos. Sendo assim, esperamos que as informações que surjam com a pesquisa possam inclusive contribuir para outras áreas e instituições de ensino, trazer novas informações referentes à formação acadêmica.

Em relação à contribuição, esperamos que com a pesquisa seja possível haver um retorno do conhecimento gerado para a sociedade, pois a questão da formação profissional existe em todas as áreas do conhecimento no Brasil. Desse modo, esse estudo sobre a relevância de uma disciplina na grade curricular, no nível acadêmico, poderá também colaborar para diferentes áreas na formação superior.

Outro ponto importante é que na atualidade é comum o desenvolvimento de pesquisas inter e transdisciplinares. E o currículo de um curso deve considerar determinados conteúdos, quando for possível, não apenas no âmbito de sua disciplina; o conhecimento deve ser relacionado a outras áreas do saber, estar interligado a outras esferas.

Além disso, por meio dessa pesquisa podemos trazer importantes questões históricas que inseriram o aprendizado de Trigonometria Esférica no currículo do curso de formação de oficiais de náutica ao longo do tempo, e, também, enfatizar a relevância atual do seu estudo, mesmo com os avanços tecnológicos no meio naval.

Por fim, deve-se considerar que existe um novo cenário nesse mundo tecnológico e que o processo ensino-aprendizagem não deve estar desvinculado dessa nova realidade. Uma reestruturação da prática pedagógica, levando-se em conta esses fatores, pode colaborar para a futura formação dos Bacharéis em Ciências Náuticas.

Dessa forma, o produto gerado por essa pesquisa, poderá ser materializado através da proposta de uma sequência didática que possibilite melhorar o processo ensino-aprendizagem na área das ciências naturais e matemática.

Metodologia da pesquisa

A pesquisa é qualitativa (LAKATOS, 2010), considerando que nela é feita abordagem da disciplina Trigonometria Esférica e Ortodromia (TEO-1) do currículo de Bacharel em Ciências Náuticas. Dessa forma, a pesquisa foi direcionada para a elaboração de uma sequência didática para a formação dos egressos num lugar e tempo específico.

Para Vergara (2000), as pesquisas se classificam de acordo com dois tipos de critérios: quanto aos fins e quantos aos meios. Com base na autora, no critério quanto aos fins esta pesquisa será de base descritiva e explicativa. Descritiva porque vai expor a importância do conhecimento da Trigonometria Esférica do currículo de Bacharel em Ciências Náuticas do CIAGA. E explicativa, porque procura apontar as razões e relevância de sua permanência na grade curricular. Além disso, apresentar as principais dificuldades dos discentes no seu aprendizado.

No critério quanto aos meios a pesquisa será de base bibliográfica, documental e estudo de caso. Bibliográfica porque terá como fundamentação teórica livros, redes eletrônicas, material acessível ao público em geral. Documental porque fará um estudo e uma análise dos vários documentos relacionados a disciplina Trigonometria Esférica e Ortodromia (TEO-1) do currículo existente no CIAGA. E estudo de caso, porque será feita numa instituição de ensino pública específica, e busca aprofundar os estudos sobre a relação que se estabelece entre a disciplina, o currículo, o processo ensino-aprendizagem e sua importância na formação dos egressos.

Quanto à delimitação no tempo, a coleta de dados será longitudinal, ou seja, o período compreendido de 2018 a 2019. Já o local da pesquisa será o Centro de Instrução Almirante Graça Aranha (CIAGA), localizado no município do Rio de Janeiro, no Estado do Rio de Janeiro.

Portanto, com base na metodologia de pesquisa que será utilizada, na minha observação como pesquisador e na análise dos elementos que emergirão dela, pretendemos contribuir para um melhor entendimento da formação dos Bacharéis em Ciências Náuticas, na perspectiva da importância do aprendizado de uma disciplina e da grade curricular. Isso permitirá ampliar as informações referentes à formação e trazer novos elementos que poderão gerar novas pesquisas. E talvez, colaborar para responder a pergunta: Qual é a importância do conhecimento da Trigonometria Esférica, presente no currículo do curso de Bacharel em Ciências Náuticas, frente à automação da navegação nos nossos dias?

Inserção na linha da pesquisa

Quanto à relação com a linha de pesquisa, o currículo é o meio pelo qual os cursos são direcionados, ou seja, todos os objetivos a serem alcançados com as disciplinas devem constar nele.

É sabido também que o conhecimento das diversas áreas do saber, quando possível, devem se estender a outras. Além disso, a inter e a transdisciplinaridade devem ser evidenciadas dentro dessa nova realidade.

A linha de pesquisa 1 trata de Educação em Ciências e Matemática e Organização Curricular. Logo, estudos sobre a relevância de uma disciplina da grade curricular do curso de Bacharel em Ciências Náuticas são pertinentes a essa área de pesquisa.

Estrutura da dissertação

Com esse trabalho pretendo contribuir para uma reflexão e uma melhor compreensão sobre o quanto uma disciplina do currículo interfere na formação dos egressos no curso de Bacharel em Ciências Náuticas do CIAGA. Levando-se em consideração que o processo de ensino-aprendizagem de uma disciplina deve passar por alterações à medida que surjam novas necessidades de ajustes, vou propor essa reflexão.

Para o desenvolvimento dessa dissertação foi estabelecida a estrutura de cinco capítulos, organizados da seguinte forma:

No Capítulo 1 faz-se um breve histórico da formação do Oficial de Náutica e do Centro de Instrução Almirante Graça Aranha (CIAGA). Menciona os pré-requisitos da disciplina TEO-1 na atual grade curricular e sua importância na compreensão de outras disciplinas posteriores.

No Capítulo 2 apresenta-se um histórico sobre o desenvolvimento do estudo da trigonometria esférica e seus conceitos fundamentais. A demonstração da fórmula fundamental e sua aplicação no cálculo das distâncias sobre o globo terrestre. Além disso, as aplicações do conhecimento de Trigonometria Esférica nas Ciências Náuticas.

No Capítulo 3 aborda-se a prática como docente da disciplina TEO-1 e os vários aspectos da pesquisa realizada no período de 2018 e 2019, tais como: as dificuldades na aprendizagem da trigonometria esférica encontradas na literatura matemática; o desempenho na disciplina; a avaliação e as questões das provas; a análise das listas de exercícios; as dúvidas frequentes a partir da análise de provas e exercícios e as dificuldades observadas em classe em comparação as dificuldades de aprendizagem apresentadas na literatura matemática.

No capítulo 4 descreve-se sobre o novo contexto social e tecnológico. O aprendizado significativo com base na teoria de David Ausubel. A bibliografia atual da disciplina TEO-1. A importância da utilização de materiais concretos e manipuláveis como recurso didático. Além disso, apresenta-se a fundamentação para elaboração do produto da pesquisa, ou seja, a proposta de uma sequência didática.

Já no capítulo 5, consta o produto deste trabalho: A Sequência Didática Proposta, que foi desenvolvida no âmbito das aulas de TEO-1, ministrada no Centro de Instrução Almirante Graça Aranha (CIAGA). Nesta sequência figuram quatro conteúdos e seis atividades, articuladas e interligadas, colocadas e ordenadas visando uma aprendizagem significativa para os discentes.

As considerações finais são abordadas as considerações relevantes desse trabalho e os possíveis desdobramentos e prosseguimento da pesquisa realizada.

As referências bibliográficas são apresentadas as fontes que serviram de base para realização da dissertação e que figuraram ao longo do texto.

CAPÍTULO I

O CURRÍCULO DE BACHAREL EM CIÊNCIAS NÁUTICAS

1.1 Um Breve Histórico da Formação do Oficial da Marinha Mercante

Serão apresentados, nesse capítulo, além da instituição de ensino em que a pesquisa ocorreu, o Centro de Instrução Almirante Graça Aranha (CIAGA), alguns aspectos importantes e necessários para a contextualização da formação do Oficial de Náutica da Marinha Mercante Brasileira. Este capítulo tem como referência Brasil (2018), nos itens tratados na seção 2.1, Brasil (2018) e Matos (2016).

1.1.1 A Marinha Mercante do Brasil

A Marinha Mercante do Brasil ou também denominada Marinha Comercial Brasileira é formada por pessoas, organizações, embarcações e vários outros recursos que envolvem as atividades marítimas, lacustres e fluviais do universo civil. Assim sendo, ela é o ramo civil da Marinha do Brasil.

Sabe-se que a Marinha Mercante brasileira possui três ramos distintos, são eles: de comércio, de pesca e de recreio. A marinha de pesca está relacionada aos profissionais e embarcações para essa finalidade. Já a marinha de recreio tem como objetivo principal o emprego de suas embarcações em atividades de lazer e desporto.

Vale destacar que a marinha de comércio, denominada Marinha Mercante é o foco principal para esse trabalho. Sendo ela responsável pelo transporte marítimo de vários tipos de mercadorias através de mar aberto, rios e canais. Convém lembrar, que no Brasil, há décadas, quando não existiam muitas estradas e um grande desenvolvimento da aviação comercial, o transporte de passageiros era feito por navios mercantes.

O transporte de mercadoria e as trocas comerciais possuem um caráter internacional. Dessa forma, a Marinha Mercante exerce um papel de destaque nesse cenário. Entretanto, no Brasil, atualmente, por várias questões, nossa navegação está limitada a navegação de cabotagem, ou seja, se realiza somente ao longo da costa brasileira.

Constata-se que existe nas embarcações mercantes vários profissionais atuando nas mais diversas funções. Vale destacar, que os que exercem cargos de maior responsabilidade são os oficiais. Em consequência, surge à necessidade de uma formação mais especifica e qualificada, obtida através da Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (EFOMM) que se localiza no CIAGA, Rio de Janeiro, RJ e no CIABA (Centro de Instrução Almirante Brás de Aguiar), Belém, PA.

1.1.2 O Centro de Instrução Almirante Graça Aranha (CIAGA)

O Centro de Instrução Almirante Graça Aranha (CIAGA) está localizado no município do Rio de Janeiro, no bairro de Olaria, com entrada pela Avenida Brasil, às margens da Baía de Guanabara, fazendo parte de um complexo de quartéis da Marinha do Brasil. Ocupa uma área de 97.500 m², grande parte arborizada, lembrando, que é uma organização militar da Marinha do Brasil.

Sua criação foi na década de 1970, tendo por principais motivos suprir a crescente necessidade de profissionais para atuar nesse setor. A escolha do Rio de Janeiro se deve a razões logísticas e econômicas, tais como: proximidade aos importantes departamentos da Marinha do Brasil, empresas de navegação e estaleiros da construção naval.

Destacando que a Diretoria de Portos e Costa (DPC), uma instituição do governo federal e da Marinha do Brasil, é o órgão responsável por administrar a Marinha Mercante Brasileira, portanto, o CIAGA se encontra, também, subordinado diretamente a esse órgão.

Cabe ao CIAGA as funções de formar, aperfeiçoar, especializar e atualizar o pessoal das categorias profissionais que atuam na Marinha Mercante brasileira e atividades correlatas. Dessa forma, sua responsabilidade inclui das funções mais simples as mais complexas e de maior relevância como os Oficiais.

No que tange à função de atualizar e de aperfeiçoar os Oficiais da Marinha Mercante, a instituição oferece os seguintes cursos de atualização: Curso de Atualização de Náutica para Oficiais (ATNO) e o Curso Atualização de Oficiais de Máquinas (ATOM). Já no âmbito de aperfeiçoar, tem-se: o Curso de Aperfeiçoamento para Oficiais de Náutica (APNT) e o Curso de Aperfeiçoamento para Oficiais de Máquinas (APMA).

Os Cursos Especiais têm como objetivo qualificar os profissionais das mais variadas categorias marítimas, obedecendo às exigências de normas ou regulamentações, nacionais ou internacionais, além das necessidades do mercado de trabalho. Convém lembrar, que essas exigências ocorrem tanto na formação, no aperfeiçoamento e qualificação, pois as atividades marítimas possuem, também, um caráter internacional, tendo que cumprir o que se denomina como certificação.

No desenvolvimento deste trabalho o foco é a função de formar, tendo como cerne, a formação dos Oficiais de Náutica da Marinha Mercante Brasileira. Destacando, que essa formação ocorre através da Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (EFOMM).

1.1.3 A Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (EFOMM)

A Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (EFOMM) é uma Instituição de Ensino Superior Militar, gerenciada e mantida pela Marinha do Brasil. Destacando, que o CIAGA figura como centro de referência da IMO (*International Maritime Organ*ization), traduzindo, Organização Marítima Internacional, entidade subordinada à Organização das Nações Unidas (ONU), que tem suas atividades relacionadas a Marinha Mercante em âmbito internacional. Assim sendo, é através da EFOMM que o CIAGA forma os oficiais para compor os quadros para Marinha Mercante.

A EFOMM ocupa o espaço físico de nove blocos do CIAGA, que são distribuídos em: salas de aula, salas-ambiente, laboratórios, centro de simuladores e salas para administração. Sendo a parte administrativa subdividida em três departamentos: de Ensino Básico, de Náutica e de Máquinas.

Existem laboratórios de diversas áreas, tais como: química, mecânica, informática, eletrônica, radioperador e práticas comerciais. Já as salas-ambiente, são espaços que apresentam recursos didáticos e pedagógicos voltados a atender a uma finalidade específica, tais como: aulas de navegação, estabilidade, primeiros socorros e de salvatagem.

O centro de simuladores se destina a familiarizar os alunos a situações relacionadas ao seu cotidiano profissional, como por exemplo: posicionamento das embarcações, manobras, operações de equipamentos de navegação e outras situações que necessitam de alguma habilidade prévia antes do embarque. Além disso, a EFOMM possui alojamentos, refeitórios, biblioteca e auditório.

1.1.4 Os Critérios para Ingresso na EFOMM

O ingresso para o corpo discente da EFOMM se realiza através de concurso público anual, de caráter nacional, sendo que os candidatos das regiões sul, sudeste e centro-oeste disputam as vagas oferecidas no CIAGA, Rio de Janeiro. Já os candidatos das regiões norte e nordeste devem concorrer às vagas oferecidas pelo CIABA, em Belém do Pará.

Portanto, o candidato interessado em ingressar na EFOMM deverá ser aprovado no Processo Seletivo, que tem como início a inscrição e término na aprovação no Período de Adaptação e efetivação da matrícula no primeiro ano do curso. Vale ressaltar, quais são as condições atuais para a Inscrição: Ser brasileiro (ambos os sexos), com idade entre 17 e 23 anos até fevereiro do ano da matrícula e ter concluído o Ensino Médio.

1.1.5 O Curso de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (CFOMM)

O Curso de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (CFOMM) se realiza em regime de internato, ou seja, já é uma espécie de familiarização e preparação para atividades que terão que exercer embarcados, por longos períodos, distante da família e amigos. Entretanto, no período escolar os alunos, geralmente, são liberados nos finais de semanas e feriados, exceto quando estão escalados para tirarem serviço. Além disso, são dispensados nas férias escolares.

O curso apresenta duas modalidades a saber: Náutica e Máquinas. Possuindo dois períodos de preparação, sendo o primeiro na escola e o segundo, de estágio, a bordo de embarcações mercantes, o que finaliza o período de conclusão do discente.

Denomina-se *período acadêmico*, o que se realiza na Escola, sendo comum para as duas modalidades do curso. Esse período é constituído por seis semestres letivos em regime de internado e dedicação exclusiva do aluno. Sua estrutura segue um sistema serial anual, sendo que cada ano é dividido em dois semestres.

Já o denominado *período de estágio*, para o curso de Náutica, consiste em um ano de estágio embarcado em embarcações mercantes, para o curso de Máquinas esse período é de seis meses. Em consequência, o Curso de Náutica é concluído em quatro anos e o Curso de Máquinas em três anos e meio.

Nos dois primeiros semestres (primeiro ano), do período acadêmico, são ministradas às seguintes disciplinas básicas: História da Marinha Mercante, Português Instrumental, Matemática, Química, Física, Inglês, Metodologia de Pesquisa, Meio ambiente, Relações Interpessoais, Legislação, Meio ambiente, além da Formação Militar Naval. Neste período, portanto, são disponibilizadas disciplinas que apresentam conteúdos comuns as duas áreas de formação, Náutica e Máquinas.

No segundo ano do CFOMM (terceiro semestre) os discentes estarão seguindo uma das áreas específicas, Náutica ou Máquinas, cursando as respectivas disciplinas inerentes a sua opção e a futura carreira. Portanto, é dessa forma que a Escola estrutura a primeira etapa da formação dos futuros Oficiais.

Depois de concluída a etapa acadêmica, segue a segunda etapa, o período de estágio, sendo os alunos direcionados para as empresas de navegação, visando cumprirem o estágio embarcado, denominado *praticagem*. Quando finalizado o período de estágio, em geral remunerado, os praticantes serão declarados, de fato, Oficiais da Marinha Mercante Brasileira e Bacharéis em Ciências Náuticas.

Vale destacar que, na condição de formados, concluídas as duas etapas do CFOMM, o período acadêmico e de estágio, eles passam a fazer parte do quadro de profissionais civis da Marinha Mercante Brasileira. Dessa forma, mesmo tendo uma formação em uma instituição de ensino militar, ao término do processo, eles passam a ser profissionais liberais, civis e celetistas.

1.2 O Curso de Formação de Oficial de Náutica da Marinha Mercante (FONT)

Apresenta-se nessa seção, com maior ênfase, um estudo sobre o Curso de Formação de Oficial de Náutica da Marinha Mercante (FONT), por se tratar do foco principal deste trabalho o aprendizado de Trigonometria Esférica, que figura na disciplina TEO-I, que faz parte da grade curricular desse curso.

Vale ressaltar que a fundamentação teórica utilizada é a publicação da Marinha do Brasil, Diretoria de Portos e Costas, Ensino Profissional Marítimo, Curso de Formação de Oficial de Náutica da Marinha Mercante (FONT), 2013.

1.2.1 O Escopo do Curso FONT

De acordo com os artigos 5º e 10º da Lei nº 7.573 de 23/12/1986 do Ensino Profissional Marítimo, o currículo (plano) do Curso de Formação de Oficial de Náutica da Marinha Mercante (FONT), fundamenta-se nos princípios da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB)[1], no decreto que a regulamenta, no que se relaciona à Educação Profissional de Nível Superior (Bacharelado em Ciências Náuticas – com ênfase em Náutica)[2], nos pareceres e Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia, aprovada pela Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação[3].

Este curso destina-se ao preparo de profissionais para ingresso na Marinha Mercante como Aquaviários do 1º Grupo - Marítimos, Seção de Convés, com inscrição na categoria de 2º Oficial de Náutica, (2ON) no nível de equivalência 7, para o exercício das capacidades previstas nas Normas da Autoridade Marítima para Aquaviários, além do exercício de atividades operacionais e gerenciais básicas nas áreas correlatas ao setor aquaviário.

Busca desenvolver, também, as competências necessárias a formação do indivíduo para sua incorporação à Reserva da Marinha do Brasil, como 2º Tenente, conforme a Legislação do Serviço Militar[4]

1.2.2 A Matriz Curricular do Curso FONT

As disciplinas ministradas, durante o período acadêmico, são programadas de forma a permitir que exista uma sequência lógica, interdisciplinaridade, contextualização do processo ensino-aprendizagem, além de disponibilidade de tempo para a consolidação dos conhecimentos e para as atividades complementares.

Convém lembrar que as disciplinas são agrupadas, também, tomando como base as funções estabelecidas pelas convenções internacionais, contidas no Código STCW-78, como emendada, Manila 2010, Tabela A-II/1, conforme aparece na legenda nos quadros da matriz curricular. Todas as disciplinas são identificadas pelas suas respectivas siglas, cargas horárias em hora-aula (45 minutos) e a correspondência em hora (60 minutos).

---

[1] Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

[2] Decreto nº 5.154, de 23 de julho de 2004.

[3] Resolução CNE/CES 11, de 11 de março de 2002.

[4] Lei nº 4.375, de 17 de agosto de 1964.

1.2.2.1 As Disciplinas do Primeiro Ano do Curso FONT

No primeiro ano do Curso FNOT, os dois primeiros semestres, são constituídos por disciplinas que apresentam conteúdos comuns as duas áreas de formação Náutica e Máquinas. O quadro 1 apresenta as disciplinas do primeiro semestre e o quadro 2 do segundo semestre do curso.

Quadro 1: disciplinas do primeiro semestre

STCW-78 - Regra II/1			
SIGLA	DISCIPLINAS - 1º SEMESTRE	H.A.	Hora
CAL-1	CÁLCULO I	80	60
ALI-1	ALGEBRA LINEAR	50	38
QUI-1	QUÍMICA I	50	38
POR-1	PORTUGUÊS INSTRUMENTAL	60	45
IMM-1	INTRODUÇÃO A MARINHA MERCANTE	50	38
INF-1	INFORMÁTICA	70	53
PES-1	PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	40	30
ARQ-1	ARQUITETURA NAVAL I	40	30
EPS-1	CONHECIMENTOS ELEMENTARES DE PRIMEIROS SOCORROS	20	15
TSP-1	TÉCNICAS DE SOBREVIVÊNCIA PESSOAL	20	15
SEG-1	SEGURANÇA NO TRABALHO	30	23
RIT-1	RELAÇÕES INTERPESSOAIS	40	30
ING-1	INGLÊS I	80	60
EDF-1	EDUCAÇÃO FÍSICA I	40	30
FMN-1	FORMAÇÃO MILITAR NAVAL I	40	30
	TEMPO RESERVA E ATIVIDADE EXTRA CLASSE I	30	23
CARGA HORÁRIA DO 1º SEMESTRE		**740**	**558**

Quadro 2: disciplinas do segundo semestre

STCW-78 - Regra II/1			
SIGLA	DISCIPLINAS - 2º SEMESTRE	H.A.	Hora
CAL-2	CÁLCULO II	60	45
CAN-1	CÁLCULO NUMÉRICO	50	38
FIS-1	FISICA I	80	60
FIS-2	FÍSICA II	70	53
QUI-2	QUÍMICA II	50	38

MEP-1	METODOLOGIA DA PESQUISA	40	30
CPN-1	CONSCIENTIZAÇÃO DE PROTEÇÃO DE NAVIO	12	9
ARQ-2	ARQUITETURA NAVAL II	50	38
PSM-1	PRIMEIROS SOCORROS MÉDICOS (EPSM)	40	30
PCI-1	PREVENÇÃO E COMBATE A INCÊNDIO	20	15
PCP-1	PREVENÇÃO E CONTROLE DA POLUIÇÃO NO MEIO AMBIENTE AQUAVIÁRIO	20	15
LEG-1	LEGISLAÇÃO MARÍTIMA E AMBIENTAL	50	38
ING-2	INGLÊS II	80	60
EDF-2	EDUCAÇÃO FÍSICA II	40	30
FMN-2	FORMAÇÃO MILITAR NAVAL II	40	30
	TEMPO RESERVA E ATIVIDADE EXTRA CLASSE II	38	29
CARGA HORÁRIA DO 2º SEMESTRE		**740**	**558**

1.2.2.2 As Disciplinas do Segundo ano do Curso FONT

No início do segundo ano, terceiro semestre, os alunos estarão seguindo sua área específica, cursando as disciplinas inerentes a sua futura carreira como Oficial de Náutica. O quadro 3 apresenta as disciplinas do terceiro semestre e o quadro 4 as do quarto semestre do curso.

Quadro 3: disciplinas do terceiro semestre

STCW-78 - Regra II/1			
SIGLA	DISCIPLINAS - 3º SEMESTRE	H.A.	Hora
CAL-3	CÁLCULO AVANÇADO	70	53
FIS-3	FÍSICA III	80	60
EST-1	ESTABILIDADE I	80	60
NAV-1	NAVEGAÇÃO ESTIMADA E COSTEIRA	80	60
MET-1	METEOROLOGIA	50	38
ECO-1	INTRODUÇÃO A ECONOMIA	50	38
HID-1	HIDRODINÂMICA DO NAVIO	70	53
ING-3	INGLÊS III	80	60
EDF-3	EDUCAÇÃO FÍSICA III	40	30
FMN-3	FORMAÇÃO MILITAR NAVAL III	40	30
	TEMPO RESERVA E ATIVIDADE EXTRA CLASSE III	30	23
CARGA HORÁRIA DO 3º SEMESTRE		**670**	**505**

Vale destacar que o aprendizado de Trigonometria Esférica faz parte da disciplina TEO-1, Trigonometria Esférica e Ortodromia, que consta no quarto semestre do curso FONT.

Quadro 4: disciplinas do quarto semestre

STCW-78 - Regra II/1			
SIGLA	DISCIPLINAS - 4º SEMESTRE	H.A	Hora
ADM-1	ADMINISTRAÇÃO APLICADA A NAVIO	60	45
EST-2	ESTABILIDADE II	80	60
ELT-1	ELETRÔNICA	60	45
SPA-1	SISTEMAS DE PROPULSÃO E AUXILIARES	60	45
OCF-1	OCEANOGRAFIA FÍSICA	30	23
PER-1	PROFICIÊNCIA EM EMBARCAÇÕES DE SOBREVIVÊNCIA E RESGATE NO MAR (EPES)	40	30
CIA-1	AVANÇADO DE COMBATE A INCÊNDIO (ECIA)	40	30
TEO-1	TRIGONOMETRIA ESFÉRICA E ORTODROMIA	70	53
MAN-1	MANOBRA DO NAVIO	50	38
ING- 4	INGLÊS IV	80	60
EDF-4	EDUCAÇÃO FÍSICA IV	40	30
FMN-4	FORMAÇÃO MILITAR NAVAL IV	40	30
	TEMPO RESERVA E ATIVIDADE EXTRA CLASSE IV	30	23
CARGA HORÁRIA DO 4º SEMESTRE		**680**	**512**

1.2.2.3 As Disciplinas do Terceiro ano do Curso FONT

Durante o terceiro ano, os alunos finalizam a denominada etapa acadêmica do curso, sendo aprovados, seguem para a segunda etapa, o período de estágio embarcado. O período de estágio é chamado de praticagem, tendo a duração de 12 meses. Concluindo com êxito a praticagem, o praticante será declarado 2º Oficial de Náutica, (2ON), recebendo o diploma de Graduação em Bacharelado de Ciências Náuticas, com ênfase em Náutica.

Os quadros 5 e 6, mostram as disciplinas do quinto e sexto semestre, respectivamente. Destacando que no quadro 6 consta, também, a carga horária dos períodos acadêmicos e de estágio, além da carga horária total do curso FONT.

Quadro 5: disciplinas do quinto semestre

STCW-78 - Regra II/1			
SIGLA	DISCIPLINAS - 5º SEMESTRE	H.A	Hora
TTM-1	TÉCNICA DE TRANSPORTE MARÍTIMO I (EOCA)	90	68
ETM-1	ECONOMIA DO TRANSPORTE MARÍTIMO	80	60

AUT-1	AUTOMAÇÃO APLICADA A NAVIO	70	53
NAV-3	NAVEGAÇÃO ELETRÔNICA (EARP)	80	60
TEL-1	TELECOMUNICAÇÕES	60	45
DIR-1	DIREITO COMERCIAL MARÍTIMO	40	30
TBS-1	TÉCNICAS DE BUSCA E SALVAMENTO	30	23
PRN-1	OFICIAL DE PROTEÇÃO DO NAVIO (EOPN)	22	16
CBO -1	CONHECIMENTOS BÁSICOS DE OFFSHORE (ECBO)	40	30
ING-5	INGLÊS TÉCNICO I	80	60
EDF-5	EDUCAÇÃO FÍSICA V	40	30
FMN-5	FORMAÇÃO MILITAR NAVAL V	20	15
	TEMPO RESERVA E ATIVIDADE EXTRA CLASSE V	28	22
CARGA HORÁRIA DO 5º SEMESTRE		**680**	**512**

Quadro 6: disciplinas do sexto semestre e total da carga horária do curso.

STCW-78 - Regra II/1			
SIGLA	DISCIPLINAS - 6º SEMESTRE	H.A	Hora
TTM-2	TÉCNICA DE TRANSPORTE MARÍTIMO II (EBPQ-EBGL)	90	68
NAV-2	NAVEGAGAÇÃO ASTRONÔMICA	80	60
PRM-1	PRÁTICA DE MANOBRA DO NAVIO	50	38
PRP-1	PRÁTICA DE PROCEDIMENTOS DO PASSADIÇO	50	38
DIR-2	DIREITO INTERNACIONAL PÚBLICO E MARÍTIMO	40	30
PEM-1	PROCEDIMENTOS DE EMERGÊNCIA	40	30
TBS-1	TÉCNICAS DE BUSCA E SALVAMENTO	30	23
ROG-1	RÁDIO OPERADOR GERAL I (EROG)	50	38
ROG-2	RÁDIO OPERADOR GERAL II (EROG)	30	23
OCE-1	OPERAÇÃO DE CARTA ELETRÔNICA (ECIDS)	53	40
ING-6	INGLÊS TÉCNICO II	80	60
EDF-6	EDUCAÇÃO FÍSICA VI	40	30
FMN-6	FORMAÇÃO MILITAR NAVAL VI	20	15
	TEMPO RESERVA E ATIVIDADE EXTRA CLASSE V	27	23
CARGA HORÁRIA DO 6º SEMESTRE		**650**	**493**
CARGA HORÁRIA DA 1ª FASE (ACADÊMICA) - 6 SEMESTRES		**4160**	**3138**
CARGA HORÁRIA DA 2ª FASE (ESTÁGIO EMBARCADO – PREST) -12 MESES		**2880**	**2160**
CARGA HORÁRIA TOTAL DO CURSO		**7040**	**5298**

1.3 A Disciplina Trigonometria Esférica e Ortodromia (TEO-1)

O aprendizado de Trigonometria Esférica faz parte da disciplina do quarto semestre Trigonometria Esférica e Ortodromia, sigla TEO-1, da grade curricular do Curso de Formação de Oficial de Náutica da Marinha Mercante (FONT). Essa disciplina possui uma carga horária total de setenta horas-aulas (45minutos), sendo equivalente a 53 horas.

1.3.1. Os Pré-requisitos Necessários à Aprendizagem dos Conteúdos de TEO-1

Os pré-requisitos necessários ao aprendizado de Trigonometria Esférica são a Trigonometria Plana e a Geometria da Esfera. Entretanto, na parte relacionada a Navegação Ortodrômica, os conhecimentos da disciplina Navegação Estimada e Costeira (NAV-1), do terceiro semestre, são bastante relevantes.

1.3.2 O Propósito Geral da Disciplina TEO-1

A disciplina TEO-1, tem como objetivo geral, proporcionar ao aluno os conhecimentos de Trigonometria Esférica para que tenha condições de solucionar os problemas inerentes à Navegação em Círculo Máximo (Ortodromia) e Navegação Astronômica (Astronomia Náutica).

1.3.3 A Ementa e o Programa Analítico da Disciplina TEO-1

A ementa da disciplina apresenta oito unidades de ensino, a saber:

1 - Histórico e Conceitos Fundamentais da Geometria Esférica.
Apresentar os principais elementos dos diversos tipos de triângulos esféricos com destaques para as áreas contidas nesses triângulos.

2 - Fórmula Fundamental
Deduzir a fórmula fundamental usada para calcular as distâncias na superfície terrestre.

3- Triângulo Suplementar ou Polar.
Definir triângulo suplementar polar enfatizando sua relação de dualidade com um triângulo esférico.

4 - Fórmula dos Senos (analogia) e Fórmula das Cotangentes (quatro elementos).
Demonstrar as leis dos senos e das cotangentes com ênfase no cálculo dos rumos iniciais e finais da ortodromia.

5 - Triângulos Particulares.
Conceituar os triângulos esférico retângulo e retilátero ou quadrantal enfatizando suas propriedades com relação a lei dos quadrantes.

6 - Derrota Ortodrômica.
Enfatizar as vantagens e desvantagens de uma derrota ortodrômica e explicar como é feita uma derrota mista (loxodromia e ortodromia).

7 - As Tábuas ABC de Norie na Derrota Ortodrômica.

Apresentar como são calculados os rumos inicial e final de uma derrota ortodrômica utilizando a tábua ABC de Norie.

8 - Parâmetros da Derrota Ortodrômica.

Dar ênfase no planejamento e no cálculo de uma derrota ortodrômica usando uma carta gnomônica combinada com uma carta de projeção Mercator.

Já no programa analítico, as oito unidades de ensino figuram em tópicos e os respectivos totais de horas-aula (uma hora-aula = 45 minutos), apresentando-se da seguinte forma:

Unidade de Ensino 1: Histórico e Conceitos Fundamentais da Geometria Esférica (8 horas-aulas)

1.1 expor a evolução histórica da geometria esférica analisando as suas consequências que deram origem à criação de uma trigonometria denominada esférica;

1.2 definir as linhas notáveis de uma superfície esférica, estabelecendo a sua implicação na definição de polígonos e, em particular, na do triângulo esférico, ente fundamental da geometria esférica;

1.3 listar os elementos principais do triângulo esférico, relacionando-os ao triedro associado a ele, o triângulo;

1.4 classificar os triângulos quanto à natureza dos seus ângulos e lados; e

1.5 estabelecer a fórmula para o cálculo da área de um triângulo esférico e, falar na possibilidade de sua extensão à de um polígono esférico.

Unidade de Ensino 2: Fórmula Fundamental (4 horas-aulas)

2.1 conceituar geodésica de uma superfície e particularizar o conceito para a superfície esférica;

2.2 deduzir a fórmula fundamental a partir do triedro associado ao triângulo esférico em questão; e

2.3 resolver problemas de distâncias na superfície de uma esfera, envolvendo as diversas possibilidades de métricas dessa superfície, e, em particular, distâncias tomadas na superfície da Terra.

Unidade de Ensino 3: Triângulo Suplementar ou Polar (4 horas-aulas)

3.1 conceituar triângulo polar, ressaltando a relação de reciprocidade (dual) de um triângulo com o seu triângulo polar correspondente e vice-versa;

3.2 deduzir a relação de dualidade entre um triângulo e o seu corresponde triângulo polar; e

3.3 estabelecer a fórmula dos cossenos dos ângulos, usando as relações duais entre lados e ângulos aplicadas à fórmula fundamental.

Unidade de Ensino 4: Fórmula dos Senos (analogia) e Fórmula das Cotangentes (quatro elementos) (10 horas-aulas)

4.1 demonstrar a lei dos senos, partindo da fórmula fundamental;

4.2 estabelecer a lei das cotangentes (quatro partes): demonstração;

4.3 listar os seis casos de resolução de triângulos obliquângulos;

4.4 analisar as condições de solução para os seis casos possíveis apresentados pelos triângulos obliquângulos;

4.5 calcular os rumos inicial e final de uma derrota ortodrômica, apresentando os resultados expressos, ora, na rosa dos ventos circular, ora, na rosa quadrantal.

Unidade de Ensino 5: Triângulos Particulares (10 horas-aulas)

5.1 definir triângulo esférico retângulo e triângulo retilátero ou quadrantal;

5.2 expor as regras mnemônicas de John Napier, e, a continuação, mostrar, com exemplos, a distribuição dos cinco elementos no pentágono de Napier;

5.3 com apresentação de exemplos, aplicar as regras de Napier tanto a triângulos retângulos quanto a triângulos retiláteros;

5.4 mostrar a relação entre a fórmula de Pitágoras para os triângulos planos e a correspondente, aplicável aos triângulos retângulos esféricos;

5.5 analisar e discutir a lei dos quadrantes para os triângulos retângulos e os retiláteros; e

5.6 estabelecer as propriedades dos triângulos retângulos esféricos e retiláteros com base na lei dos quadrantes.

Unidade de Ensino 6: Derrota Ortodrômica (12 horas-aula)

6.1 definir derrota ortodrômica e expor as suas vantagens e desvantagens; dar exemplos de travessias nas quais é considerável a economia (vantagem) em distância a navegar;

6.2 fazer um breve histórico da navegação em arco de círculo máximo, ressaltando as dificuldades dos navios à vela em seguir uma derrota ortodrômica;

6.3 conceituar triângulo ortodrômico: enfatizando os seus elementos de interesse ao planejamento e segurança da navegação ortodromia;

6.4 calcular a distância ortodrômica entre duas localidades (portos) da superfície da Terra, com o emprego da fórmula fundamental;

6.5 analisar as implicações da cartografia, em geral, para a seguir particularizar as características de um dado tipo de projeção cartográfica de interesse e segurança para o navegante;

6.6 conceituar e expor as características de uma derrota mista; analisar as suas consequências em termos de economia em distância e consumo de combustível, entre outras;

Unidade de Ensino 7: As Tábuas ABC de Norie na derrota Ortodrômica (7 horas-aulas)

7.1 estabelecer a estrutura matemática subjacente às Tábuas ABC de Norie a partir da fórmula das quatro partes da trigonometria;

7.2 calcular pelas Tábuas ABC de Norie os rumos inicial e final de uma derrota ortodrômica;

7.3 empregar as Tábuas ABC de Norie nesse tipo de desenvolvimento e condução de uma navegação em arco de círculo máximo, com o conceito e os princípios de execução de uma derrota ortodrômica por rumos iniciais.

Unidade de Ensino 8: Parâmetros da derrota Ortodrômica (12 horas-aulas)

8.1 definir os parâmetros de uma derrota ortodrômica: α e β, os seus nodos I, I’, os seus vértices ou vértexes V1 e V2;

8.2 estabelecer as fórmulas para o cálculo das constantes ortodrômicas α e β tendo por dados, o ponto de partida e o de chegada;

8.3 calcular as constantes α e β tendo por dados o rumo inicial e as coordenadas do ponto de partida;

8.4 planejar e calcular uma derrota ortodrômica, usando a carta gnomônica combinada com a de Mercator;

8.5 planejar calcular e executar uma derrota mista analiticamente e, também, utilizando a carta gnomônica; e

8.6 calcular e executar uma derrota ortodrômica por pontos de mudança de rumo, estabelecendo as coordenadas dos waypoints.

1.3.4 A Metodologia de Ensino e os Recursos Institucionais para a Disciplina TEO-1

A disciplina deverá ser desenvolvida através de aulas expositivas, e sempre que possível, deverão conter exemplos da aplicação prática sobre os conhecimentos abordados. Ao docente cabe elaborar o seu plano de aulas expositivas e práticas, além das folhas tarefas.

Os alunos devem ser estimulados ao trabalho de pesquisa, visando dessa forma, um aprofundamento dos conteúdos propostos para o estudo.

Convém lembrar que, devido ao caráter internacional da profissão, os conteúdos das unidades de ensino foram, também, definidos em conformidade com os padrões de competência estabelecidos na Regra II/1 Seção A-II/1 e tabela A-II/1 da Convenção e respectivo Código STCW[5]-78, como emendados.

Em relação aos recursos institucionais, todas as salas de aulas serão providas de equipamento de multimídia. Já a sala ambiente contará com mesas adequadas para o uso de réguas paralelas e cartas náuticas.

1.3.5 Os Critérios de Avaliação de Desempenho dos Discentes na Disciplina TEO-1

A avaliação da disciplina TEO-1 será realizada por meio de duas provas escritas, sendo a primeira abrangendo as Unidades de Ensino (U.E.) 1 e 2, e a segunda, aplicada ao final da disciplina abrangendo todas as Unidades de Ensino (U.E.), as quais serão atribuídos graus que variam de zero a dez, com aproximação a décimos. Ressaltando que serão destinadas quatro horas-aula para as duas avaliações escritas.

A critério do docente, e com a aprovação do coordenador do curso, na aferição do aprendizado poderá ser exigido dos alunos a elaboração e apresentação de trabalhos em grupo, valendo no máximo vinte por cento das notas das provas escritas.

O aproveitamento na disciplina será expresso por uma Média da Disciplina (MD), obtida pela média aritmética das notas das avaliações a que for submetido o aluno. Obtendo MD igual ou superior a seis o aluno será considerado aprovado, caso sua MD seja igual ou superior a três e inferior a seis será submetido à Prova Final (PF). Contudo, o aluno que obtiver MD inferior a três terá sua matrícula cancelada.

Quando submetido a uma Prova Final (PF), o aluno para ser considerado aprovado, deverá obter, na mesma, uma nota que somada à Média da Disciplina (MD) perfaça um total de dez pontos.

Contudo, se após a PF, o aluno que não obtiver a média para aprovação, em até três disciplinas, será submetido a um período de recuperação com aulas, equivalente a vinte por cento da carga horária (CH) da respectiva disciplina, para realização de uma prova, cuja nota para aprovação deverá ser igual ou superior a seis. Destacando que o discente que não obtiver a nota mínima igual a seis na avaliação do período de recuperação terá sua matrícula cancelada.

Com relação à frequência, ela é obrigatória, tanto as aulas quanto as demais atividades programadas. Dessa forma, o aluno deverá obter no mínimo oitenta por cento de frequência no total das aulas, para cada disciplina e noventa por cento de frequência no total das aulas ministradas no semestre do curso.

Convém destacar que compete aos Comandantes dos Centros de Instrução (CIAGA ou CIABA) ou Superintendentes de Ensino, por delegação, deliberar com relação à anulação de provas e quaisquer outras medidas ou avaliações, quando constatadas irregularidades ou resultados fora dos parâmetros normais.

1.4 A Disciplina TEO-1 como Pré-requisito de Outras Disciplinas do Currículo

A disciplina Trigonometria e Esférica e Ortodromia (TEO-1), do quarto semestre, é pré-requisito para disciplina Navegação Astronômica (NAV-2), do sexto semestre. Deve-se destacar que o aprendizado e os conhecimentos da Trigonometria Esférica são de fundamental importância para o entendimento da Navegação Ortodrômica e da Navegação Astronômica. Sendo assim, é primordial para a futura prática profissional dos egressos.

---

[5] Convention on Standards of Training, Certification and Watchkeeping (STCW)-Convenção Internacional sobre Padrões de Treinamento, Certificação e Vigilância de Marítimos.

Finalizando essa seção, observa-se que a disciplina TEO-1 possui como pré-requisitos a Trigonometria Plana e a Geometria da Esfera. Além dos conceitos da disciplina Navegação Estimada e Costeira (NAV-1), do terceiro semestre, que são relevantes para o aprendizado da Navegação Ortodrômica. Deve-se ressaltar que TEO-1 é pré-requisito para a disciplina NAV-2, Navegação Astronômica, do sexto semestre. Em consequência, verifica-se, dessa forma, que o seu conhecimento é muito importante e fundamental para o domínio da Navegação Ortodrômica e Astronômica para os futuros Oficiais de Náutica.

CAPÍTULO II

A TRIGONOMETRIA ESFÉRICA

2.1 História e Desenvolvimento

A trigonometria na atualidade se apresenta como um dos ramos da Matemática. Entretanto, na antiguidade seu desenvolvimento aconteceu por ser um importante instrumento de auxílio a Astronomia. Essa relação entre as duas ciências era muito intensa, e a separação ocorreu somente na Idade Média (PEREIRA, 2013).

Constata-se que o desenvolvimento da trigonometria, no mundo antigo, foi consequência das práticas relacionadas aos cálculos ligados à Astronomia, Navegação e Agricultura. Sendo que a sua trajetória não foi curta para se tornar uma disciplina independente no universo da matemática, tendo como marcos iniciais os século IV ou V a.C, protagonizados principalmente pelos egípcios e os babilônios (PEREIRA, 2013).

A civilização egípcia, através de seus papiros, deixou seus estudos sobre matemática e trigonometria para a posteridade, destacando dentre eles o papiro de Rhind, datado de, aproximadamente, 3000 a.C., com problemas relativos à cotangente, e a tábua cuneiforme Plimpton 322, escrita entre 1900 e 1600 a.C., com problemas sobre secantes[6]. A trigonometria se desenvolveu nessa civilização tendo como cerne sua aplicação prática na construção das pirâmides e na agrimensura, determinando as áreas alagadas para o plantio.

Após os egípcios, os babilônios desenvolveram a trigonometria através de técnicas, tendo como objetivo resolver problemas relacionados a sua vida cotidiana (SILVA e MENDES, 2014). Eles faziam uso de tábuas para registrar a resolução específica para determinado problema, visando ensinar a operação utilizada. Somente foi possível estudar o desenvolvimento matemático dessa civilização quando foram feitas as interpretações das tábuas mencionadas. Dessa forma, descobriu-se que o sistema de base 60 era utilizado, o que ocasionou um posterior desenvolvimento da matemática em outras civilizações, além da criação das importantes tábuas trigonométricas.

Os gregos, partindo dos conhecimentos egípcios e babilônicos, começaram a reestruturar a trigonometria, figurando no trabalho de Menelaus de Alexandria (70 – 130) d.C., a primeira definição de triângulo esférico. Contudo, destaca-se que a obra *O Almagesto*, de Cláudio Ptolomeu (90 - 168) d.C., foi o trabalho mais relevante da trigonometria na antiguidade, pois resume grande parte do conhecimento de Astronomia, de trigonometria plana e trigonometria esférica (SILVA e MENDES, 2014). Convém também ressaltar o Teorema de Menelaus[7], que foi a base da trigonometria esférica durante séculos, servindo como sustentação para esse ramo da matemática a posteriori.

No século V a.C, na Índia, a obra de trigonometria que mais se destaca é o *Paitamahasiddanta* (SILVA e MENDES, 2014), que tratava de astronomia associada a matemática, contendo importantes conceitos de trigonometria esférica na resolução de problemas astronômicos. Uma das mais relevantes contribuições dos matemáticos na área da trigonometria foram os conceitos de função seno, e, também, da função seno verso ou seno versado.

Séculos mais tarde a função seno verso foi transformada na função semissenoverso, apresentando-se como uma ferramenta importante da trigonometria esférica para a resolução dos triângulos de posição na navegação, originando no século XIX, a tábua trigonométrica de

[6] <http://www.matematica.br/historia/trigonometria.html>, acesso em mai, 2019.
[7] Sobre o Teorema de Menelaus, consultar Silva (2015).

Norie, criada por John William Norie (1772 – 1843). Essa tábua de navegação foi muito difundida, podendo ser utilizada até hoje para vários cálculos de navegação astronômica e ortodrômica (SILVA e MENDES, 2014).

No mundo árabe, o que impulsionou o estudo e evolução da trigonometria plana e esférica foram os cálculos relacionados a astronomia. Pois as leis islâmicas determinam que os mulçumanos deveriam se voltar para meca cinco vezes por dia para efetuar suas orações. Dessa forma, as resoluções dos triângulos esféricos tornaram-se fundamentais para determinar: direção, tempo, início e final da luz solar.

Convém ressaltar que os matemáticos árabes com seus estudos, e desenvolvimento no campo da trigonometria, influenciaram de maneira significativa a ciência ocidental. Dentre os quais se destacam Al-Jayyani (989–1079) e Nasir Eddin al-Tusi (1201–1274), com base em Silva e Mendes (2014).

Na China, a matemática era voltada para fins práticos, tais como: observações celestes, ajustes no calendário, medidas ligadas a agricultura, impostos e outros. De acordo com Silva e Mendes (2014), observa-se a existência de registros sobre trigonometria esférica no século VI, entretanto os mais relevantes figuram nos séculos XII e XIII, estando relacionados aos cálculos de astronomia e ajustes de calendário.

Segundo Coutinho (2015), foi na Idade Média que apareceram os primeiros tratados do que denominamos hoje de trigonometria. O alemão Bartholomeo Piticus (1561-1613) criou a palavra trigonometria, que tem como origem dois termos gregos, trigonon, triângulo e metria, medida, tendo, portanto, o significado de medida do triângulo.

Coutinho (*Ibidem*, p. 3) afirma:

> "Pitiscus, na sua obra Trigonometria, chamava a atenção do leitor sobre a abrangência do texto, pois continha material que poderia ser usado na medição de terras, na geografia e na astronomia. Uma novidade! Até então a trigonometria era usada exclusivamente na Astronomia."

De acordo com Coutinho (*Idem*), a primeira apresentação sistemática na Europa da Trigonometria Plana e Esférica foi o tratado de Johann Müller Regiomontanus (1436- 1476), escrito aproximadamente em 1464, porém publicado postumamente, em 1533, com a seguinte denominação: De Triangulis Omnimodis Libri Quinque, que consiste em cinco livros abordando todos os tipos de triângulos. Destacando que sua relevância se deve, principalmente, em tratar a Trigonometria de forma independente da Astronomia.

Os avanços do estudo da trigonometria esférica na Idade Média, tendo como base a obra de Johann Muller Regiomontanus, impulsionaram o movimento das grandes navegações, ampliando o conhecimento do mundo que existia até aquele momento.

Vale ressaltar, que a Astronomia é uma das mais antigas ciências, assim sendo, os primeiros tratados sobre trigonometria estão intrinsicamente ligados aos triângulos esféricos, já os escritos destinados aos triângulos planos surgiram posteriormente, conforme Coutinho (2015). Em consequência, tem-se a hipótese de que a trigonometria esférica surgiu antes da trigonometria plana.

Na atualidade, a trigonometria esférica é uma importante ferramenta matemática aplicada em várias áreas do conhecimento, tais como: astronomia, cartografia, navegação, engenharia e física. Podemos, também, destacar conceitos importantes da trigonometria esférica em outas disciplinas, tais como: nas geometrias não euclidianas, cálculo diferencial e integral.

Observa-se que o ensino da trigonometria esférica figura em poucas grades curriculares dos cursos em licenciatura matemática atualmente. Dessa forma, o ensino dessa disciplina é objeto de estudo em alguns cursos específicos de graduação, entre eles: Astronomia, Engenharia Cartográfica, Ciências Geodésicas, Ciências Aeronáuticas, Bacharel em Ciências

Náuticas (Oficial de Marinha Mercante) e Curso de Formação de Oficial de Marinha de Guerra.

Nesse mundo globalizado com todos os avanços tecnológicos ligados à área de navegação e comunicação, temos que as órbitas dos satélites artificiais, com suas trajetórias bem definidas, possuem ainda como base de cálculo os triângulos esféricos. Vale ressaltar, segundo Coutinho (Op. cit., p. 8), que a "A astronomia, a mais antiga das ciências, desenvolveu-se a partir do conceito de triângulo esférico, o primeiro e ainda atuante instrumento de medida do Universo!".

Com esse breve histórico, nota-se que a trigonometria esférica se desenvolveu através da contribuição de muitos matemáticos, das mais variadas matizes de povos e civilizações.

2.2 As Geometrias não Euclidianas

Durante muito tempo, aproximadamente dois mil anos, a Geometria de Euclides, contida na sua obra Os Elementos, foi a única considerada possível no meio matemático. Entretanto, muitos matemáticos começaram a questionar o quinto postulado de Euclides, ou seja, não o consideravam uma consequência lógica dos quatro anteriores.

Dessa forma, notáveis matemáticos como Bolyai, Lobachevsky, Gauss e Riemann, criaram fundamentos para surgirem outras geometrias, tão embasadas logicamente, como a Geometria Euclidiana. Convém destacar, que dentre as geometrias não Euclidianas, uma se relaciona com a Teoria da Relatividade, a hiperbólica, pois o universo sendo curvo, na concepção de Einstein, a Geometria Euclidiana não seria adequada para ser utilizada nesse caso.

Nota-se que, dependendo da forma que se substitui o quinto postulado de Euclides, surgem duas concepções de Geometria não Euclidianas: a Geometria Hiperbólica e a Geometria Elíptica.

Um fato interessante foi que a Geometria Hiperbólica se desenvolveu de forma, praticamente, simultânea e independente por dois matemáticos contemporâneos, isto é, o russo Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1792-1856) e o húngaro Janos Bolyai (1802-1860).

Destaca Coutinho (2001):

> "Nicolai dedicou mais de vinte anos à sua descoberta. A primeira apresentação pública de seu trabalho, feita à Sociedade de Física-Matemática da cidade de Kazan, ocorreu em 1826 sem nenhuma aceitação. Pregara no deserto. As afirmações de Lobachevsky punham em dúvida a inquestionável Geometria de Euclides". (COUTINHO, 2001, p. 9).

O matemático húngaro Janos Bolyai, não aprofundou seus estudos e conceitos sobre essa nova geometria. Em consequência, essa geometria não euclidiana é denominada mundialmente como Geometria de Lobachevsky.

A Geometria Elíptica, que será o foco do nosso trabalho, foi desenvolvida pelo matemático alemão Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866), tendo como um de seus principais axiomas que não há paralelas a uma reta dada, contrariando, de forma bem categórica, o quinto postulado de Euclides. Vale destacar, que a Geometria Elíptica é conhecida por Geometria de Riemann.

2.2.1 Conceitos Fundamentais de Trigonometria Esférica

A trigonometria esférica faz parte da geometria elíptica (esférica) de Riemann. Os conceitos fundamentais apresentados nesta seção, terão como base a sequência didática elaborada pela minha prática docente, sendo utilizada para o aprendizado da disciplina

Trigonometria Esférica e Ortodromia (TEO-1) no curso de Bacharel em Ciências Náuticas do Centro de Instrução Almirante Graça Aranha.

2.2.1.1 Ângulo diedro

São ângulos formados entre dois planos que se interceptam, convergindo para uma reta comum denominada aresta, conforme a figura 1.

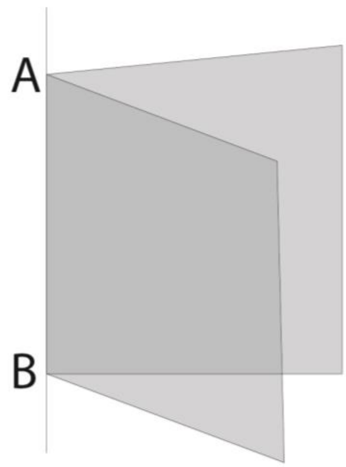

Figura 1: Ângulo Diedro. Fonte: Autor

Onde: AB é a aresta

2.2.1.2 Triedro (ou ângulo triedro)

É a região definida pela reunião de três semirretas não coplanares com origem no mesmo ponto, denominado vértice, conforme a figura 2.

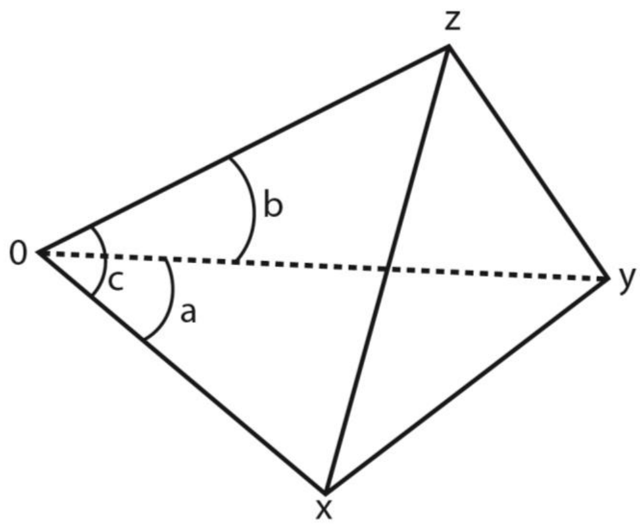

Figura 2: Ângulo triedro. Fonte: Autor

Onde temos:

- O ponto **O** é chamado vértice e os planos OXY, OYZ e OZX, as faces do triedro.
- As faces, tomadas aos pares, formam três ângulos diedros, cujas arestas são: OX, OY e OZ.
- Os ângulos planos a, b e c são denominados ângulos das faces do triedro ou simplesmente faces, para fins de determinação dos elementos do triedro.
- O triedro possui três arestas, três faces e três ângulos diedros.

2.2.1.3 Círculos máximos

São os círculos cujos planos interceptadores passam pelo centro de uma esfera, conforme a figura 3, a seguir.

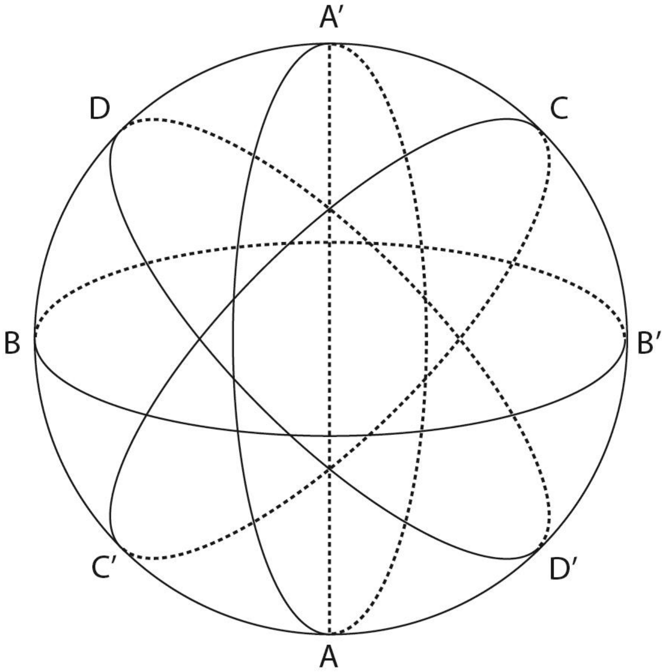

Figura 3: Círculos Máximos. Fonte: Autor

2.2.1.4 Polos de um Círculo Máximo

São os pontos situados a 90º de um círculo máximo de referência. Na figura 3, os pontos A e A’ são os polos do círculo máximo que passa por BB’.

2.2.1.5 Ângulos esféricos

São ângulos diedros formados entre dois círculos máximos, conforme a figura 4.

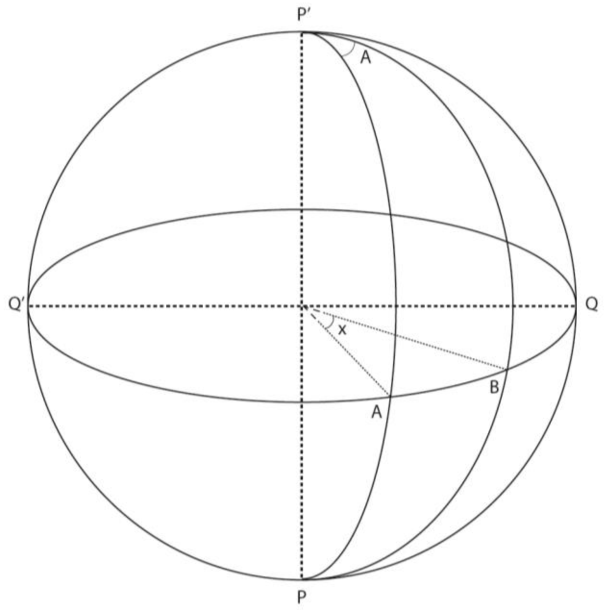

Figura 4: Ângulos Esféricos. Fonte: Autor

Onde temos:

- **Aresta do ângulo esférico Â:** $\overline{\text{NS}}$
- **Vértices do ângulo esférico Ã:** N e S
- **Um ângulo esférico:** pode ser medido no círculo máximo situado a 90° do vértice, ver figura 4.

Temos então: $\hat{X}$ = Â = $\overset{\frown}{AB}$

Segundo Coutinho (2001), o ângulo esférico é definido pela interseção de dois círculos máximos, como ilustrado na figura 5, sendo sua medida a mesma do ângulo plano formado pelas tangentes obtidas no ponto de interseção.

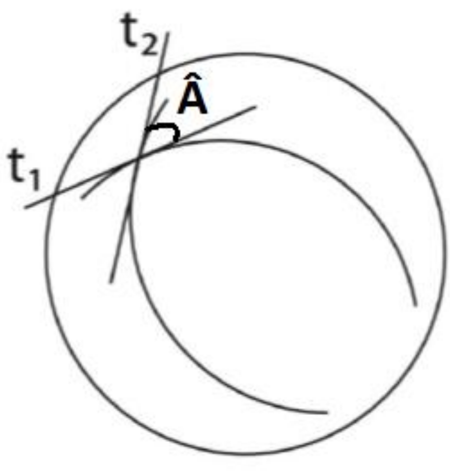

Figura 5: Medida do Ângulo Esférico formado pelas tangentes**.** Fonte: Autor

2.2.1.6 Triângulo Esférico

É a porção da superfície de uma esfera limitada por três arcos de círculos máximos, que se interceptam dois a dois, conforme a figura 6.

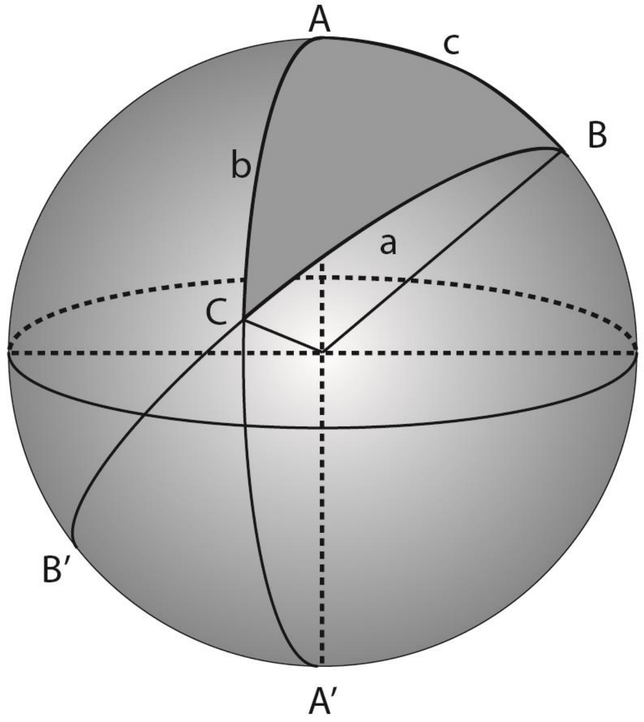

Figura 6: Triângulo Esférico. Fonte: Autor

Logo:

- A todo triângulo esférico corresponde a um Triedro com vértice no centro da esfera, conforme figura 7.
- Os lados do triângulo esférico são medidos pelos ângulos formados entre as arestas do triedro correspondente.
- Os ângulos do triângulo esférico têm as medidas dos ângulos diedros: **Â,** $\widehat{\boldsymbol{B}}$ **e** $\widehat{\boldsymbol{C}}$
- Em um triângulo ABC, os vértices são representados por letras maiúsculas e os lados por letras minúsculas.
- Exceto quando especificado, os triângulos esféricos a serem estudados serão, apenas, aqueles cujos lados e ângulos sejam menores que 180°.

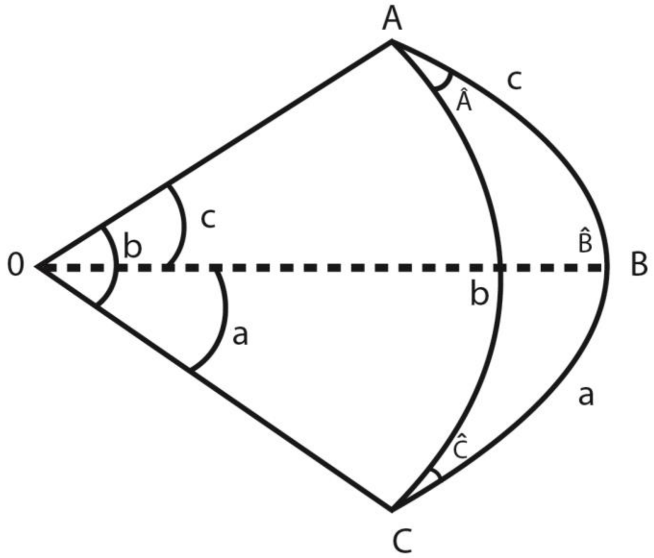

Figura 7: Triedro Correspondente. Fonte: Autor

Nota: Utilizaremos a seguinte convenção: *os ângulos esféricos* serão representados por letras maiúsculas com acento circunflexo, por exemplo: Â, $\widehat{B}$ e Ĉ. Já *os ângulos planos* e os lados do triângulo esférico serão representados somente por letras minúsculas, por exemplo: a, b e c.

2.2.1.6.1 Propriedades dos Triângulos Esféricos

1ª) A soma dos lados é maior do que 000° e menor do que 360°.

$$000° < a + b + c < 360°$$

2ª) Qualquer lado é menor que a soma e maior que a diferença entre os outros dois lados.

$a + b > c > a - b$ $\quad$ $a + c > b > a - c$ $\quad$ $b + c > a > b - c$

3ª) Os lados e os ângulos opõem-se na ordem sucessiva de suas respectivas grandezas:

- Aos maiores ângulos opõem-se os maiores lados e vice-versa.
- Aos menores ângulos opõem-se os menores lados e vice-versa.
- A ângulos iguais opõem-se lados iguais e vice-versa.

4ª) A soma dos ângulos de um Triângulo Esférico é maior que 180° e menor que 540°.

$$180° < \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} < 540°$$

5ª) A soma de 180° a um ângulo do triângulo esférico é maior que a soma dos outros dois ângulos

$\hat{A} + 180° > \hat{B} + \hat{C}$

6ª) Todo triângulo esférico trirretângulo é trirretilátero e vice-versa
$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90°$,isso implica dizer que $a = b = c = 90°$

7ª) Se o triângulo original existe, o triângulo polar também existe.

2.2.1.6.2 Triângulos Esféricos Polares (ou Suplementares)

Dois triângulos esféricos são polares quando os vértices do primeiro são os polos dos lados homônimos do outro, e reciprocamente, conforme a figura 8.

Existe uma relação fundamental entre os triângulos esféricos polares, que será demonstrada, que é a seguinte: os lados de um triângulo esférico polar são suplementos dos ângulos do triângulo primário, e seus ângulos são suplementos dos lados do triângulo primário, conforme a figura 9.

É importante ressaltar que: Polar é o lugar geométrico dos pontos da superfície esférica que distam 90° dos polos; assim sendo, todas as circunferências máximas perpendiculares a polar, contém os polos.

A seguir, tem-se a ilustração das figuras 8 e 9.

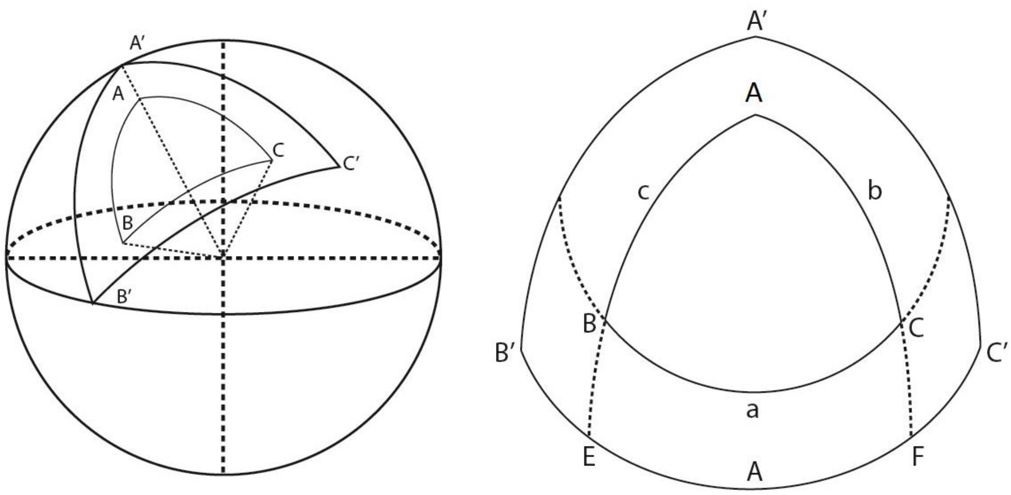

Figura 8: Triângulos Esféricos Polares. Fonte: Autor

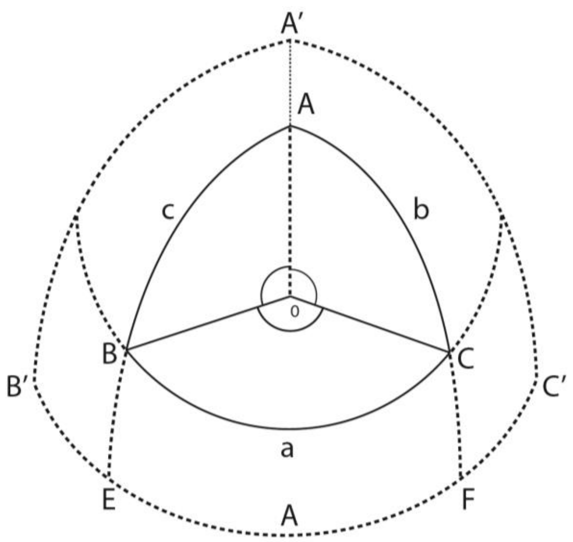

Figura 9: Relação entre os Triângulos Polares. Fonte: Autor

Primeira relação:

$\overset{\frown}{KL} = \overset{\frown}{KB} + \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CL}$, substituindo teremos: $\hat{A}' = 90^{o} - a + a + 90^{o} - a$

Obtemos: $\hat{A}' = 180^{o} - a$, analogamente: $\hat{B}' = 180^{o} - b$ e $\hat{C}' = 180^{o} - c$

Segunda relação:

$\overset{\frown}{B'C'} = \overset{\frown}{B'E} + \overset{\frown}{EF} + \overset{\frown}{FC}$`, substituindo teremos: $a' = 90^{o} - \hat{A} + \hat{A} + 90^{o} - \hat{A}$

Obtemos: $\hat{A} = 180^{o} - a'$, analogamente: $\hat{B} = 180^{o} - b'$ e $\hat{C} = 180^{o} - c'$

Decorrentes da demonstração, podemos escrever as seguintes relações entre os triângulos esféricos polares:

$\hat{A} + a' = 180°$ e $a + \hat{A}' = 180°$

$\hat{B} + b' = 180°$ e $b + B' = 180°$

$\hat{C} + c' = 180°$ e $c + \hat{C}' = 180°$

Os conceitos fundamentais que foram apresentados, servem como base para o desenvolvimento do ensino da trigonometria esférica. Portanto, são primordiais para o entendimento da demonstração da lei dos cossenos para os triângulos esféricos, denominada como fórmula fundamental. Isto é, as demais fórmulas são obtidas a partir dela.

2.3 A Demonstração da Fórmula Fundamental

A lei dos cossenos para os triângulos esféricos é denominada fórmula fundamental, sendo expressa da seguinte forma: cos **a** = cos**b**.cos**c** + sen**b**.sen**c.**cos **Â.**

Sendo **a**, **b** e **c** os lados do triângulo esférico e **Â** o ângulo do triângulo esférico oposto ao lado **a** do triângulo esférico ABC, ver figura 9. Podemos escrever também a fórmula tomando como referências os lados **b** e **c**, obtendo: cos **b** = cos**a**.cos**c** + sen**a**.sen**c.**cos$\hat{\mathbf{B}}$ e cos **c** = cos**a**.cos**b** + sen**a**.sen**b.**cos$\hat{\mathbf{C}}$.

Com base no triângulo esférico ABC da figura 10, cujos lados são a, b e c. Sendo que: b e c são menores que 90°; $\overline{AO} = \overline{0B} = \overline{OC} = 1,$ o raio da esfera que pertence o triângulo esférico; OABC o triedro associado ao triângulo esférico e $\overline{AL}$ e $\overline{AK}$ tangentes em A aos lados b e c do triângulo esférico. Convém lembrar, que o ângulo formado por estas tangentes tem o valor do ângulo esférico Â do triângulo esférico.

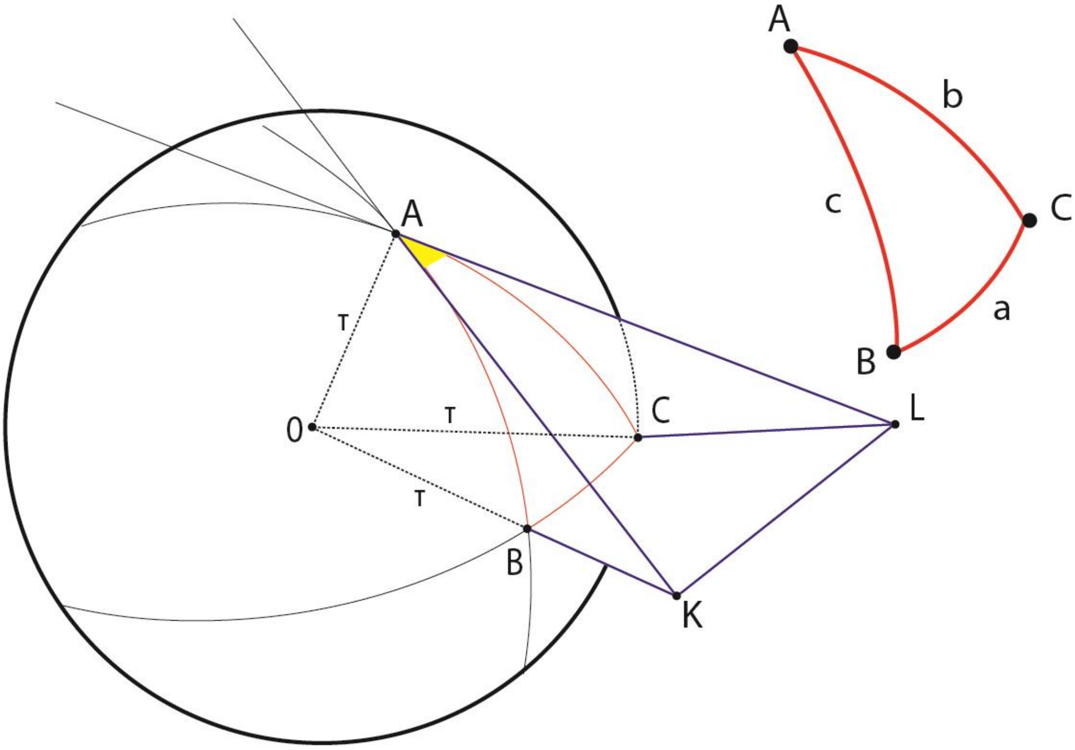

Figura 10: Triângulo esférico e o poliedro formado pelas tangentes. Fonte: Autor

Destacando, da figura 10, os elementos principais para a demonstração, obtemos a figura 11.

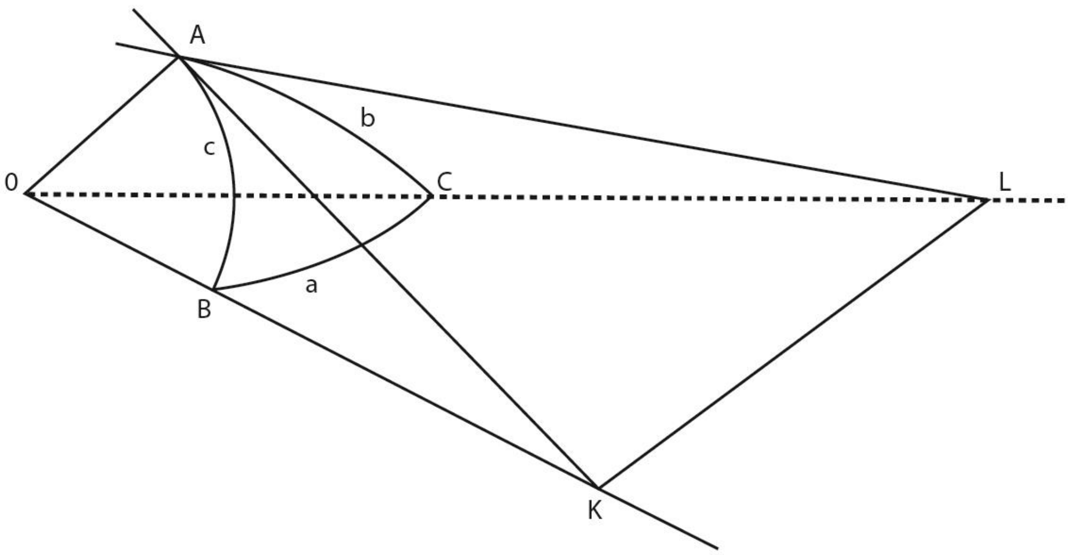

Figura 11: Triângulo Esférico, triedro correspondente e poliedro. Fonte: Autor

Da figura 11, obtém-se: tg b = $\overline{AL}$, tg c = $\overline{AK}$, sec b = $\overline{OL}$, sec c = $\overline{OK}$

Os triângulos planos retilíneos KOL e KAL, permitem-nos escrever:

$$\overline{\mathrm{KL}^2} = \overline{\mathrm{OL}^2} + \overline{\mathrm{OK}^2} - 2.\overline{\mathrm{OL}}.\overline{OK}.\cos a \quad \textbf{(equação 1)}$$

$$\overline{\mathrm{KL}^2} = \overline{\mathrm{AL}^2} + \overline{\mathrm{AK}^2} - 2.\overline{\mathrm{AL}}.\overline{\mathrm{AK}}\ .\cos \hat{A} \quad \textbf{(equação 2)}$$

Igualando as equações (1) e (2), e substituindo os valores de $\overline{\mathrm{OL}}$; $\overline{\mathrm{OK}}$; $\overline{\mathrm{AL}}$ e $\overline{AK}$, temos:

$\sec^2 b + \sec^2 c - 2. \sec b . \sec c . \cos a = tg^2 b + tg^2 c - 2. tg\, b . tg\, c . \cos \hat{A}$

Então: $-2. \sec b . \sec c . \cos a = tg^2 b - \sec^2 b + tg^2 c - \sec^2 c - 2. tg\, b . tg\, c . \cos \hat{A}$

Dividindo por (-2) ambos os membros da igualdade acima, obtemos:

$\sec b . \sec c . \cos a = 1 + tb\, b . tg\, c . \cos \hat{A}$

Multiplicando ambos os membros dessa igualdade por (cos b. cos c) e usando a definição de secante e tangente, teremos:

$$\frac{1}{\cos b} \cdot \frac{1}{\cos c} . \cos a . \cos b . \cos c = \cos b . \cos c + \frac{\text{sen b}}{\text{cosb}} \cdot \frac{\text{sen c}}{\cos c} \cdot \cos \hat{A} . \cos b . \cos c$$

Encontrando, então: $\cos a = \cos b . \cos c + \text{sen}\, b . \text{sen}\, c . \cos \hat{A}$

Deduzindo de forma semelhante, chegaríamos as outras duas combinações, completando o grupo que se denomina por *fórmulas fundamentais da trigonometria esférica*:

$$\boxed{\begin{array}{l} \cos a = \cos b . \cos c + \text{sen}\, b . \text{sen}\, c . \cos \hat{A} \\ \cos b = \cos a . \cos c + \text{sen}\, a . \text{sen}\, c . \cos \hat{B} \\ \cos c = \cos a . \cos b + \text{sen}\, a . \text{sen}\, b . \cos \hat{C} \end{array}}$$

2.4 A Aplicação da Fórmula Fundamental no Globo Terrestre

Para o entendimento desse tópico, alguns conceitos de geografia são muito importantes, e os mais relevantes serão aqui apresentados. Assim sendo, entre eles temos o sistema de coordenadas geográficas. Sabe-se que para localizar qualquer ponto na superfície da Terra utilizamos duas coordenadas, latitude e longitude. Dessa forma, dois referenciais foram estabelecidos, um a linha do Equador e o outro o meridiano de Greenwich, uma cidade próxima a Londres na Inglaterra.

A linha do Equador é uma circunferência máxima que divide a terra em dois hemisférios, sendo perpendicular aos eixos que passam pelos polos. Já os paralelos são circunferências menores paralelas ao Equador. Vale ressaltar, conforme a figura 12, que o Equador corresponde ao paralelo 00°, o Polo Norte ao de +90° e o Polo Sul -90°.

Figura 12: Os Paralelos. Fonte: Autor

Tem-se que os meridianos são semicircunferências máximas, perpendiculares ao círculo máximo de referência das latitudes, o Equador, indo do Polo Norte ao Polo Sul e cortando os paralelos, conforme a figura 13.

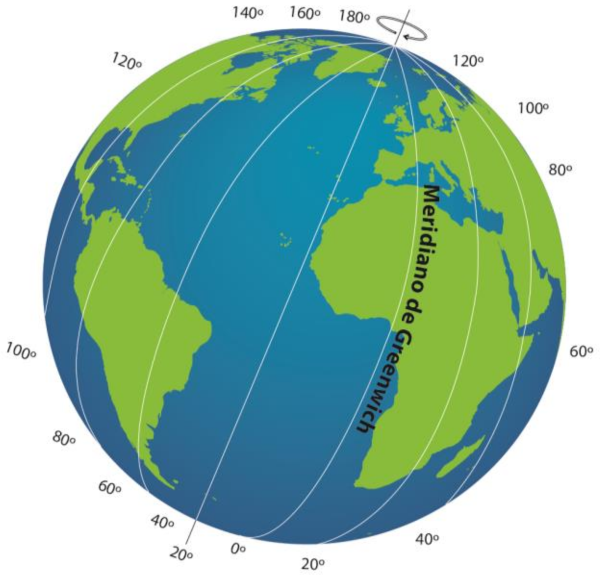

Figura 13: Os Meridianos. Fonte: Autor

Os meridianos possuem o mesmo comprimento, tendo como referência inicial para contagem o Meridiano de Greenwich 000°. Os meridianos situados a leste de Greenwich são medidos por valores crescentes (positivos) até 180°, já a oeste, seus valores são decrescentes (negativos) até -180°.

Portanto, após definir meridianos, equador e paralelos, tornou-se possível desenvolver um sistema capaz de localizar um ponto qualquer na superfície da terra, denominado sistema de coordenadas. Nesse sistema, cada ponto é localizado através das interseções dos meridianos com os paralelos. Sendo a coordenada latitude definida como ângulo formado entre o Equador e um ponto qualquer, conforme a figura 14. Já a longitude é definida como o ângulo formado entre o meridiano que passa por um ponto qualquer e o meridiano de Greenwich, ver a figura 15.

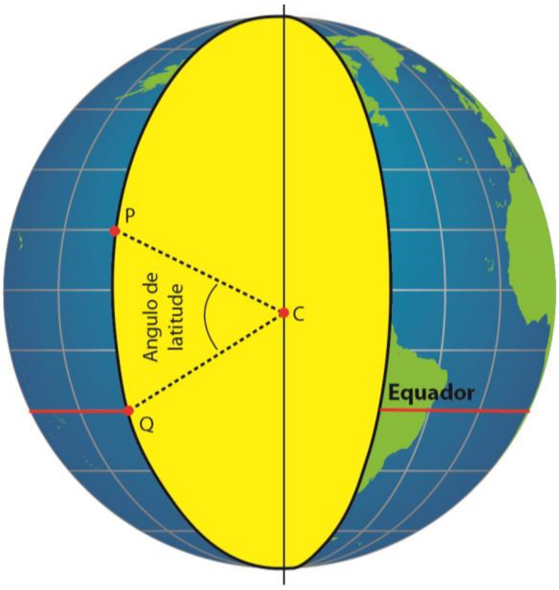

Figura 14: A latitude. Fonte: Autor

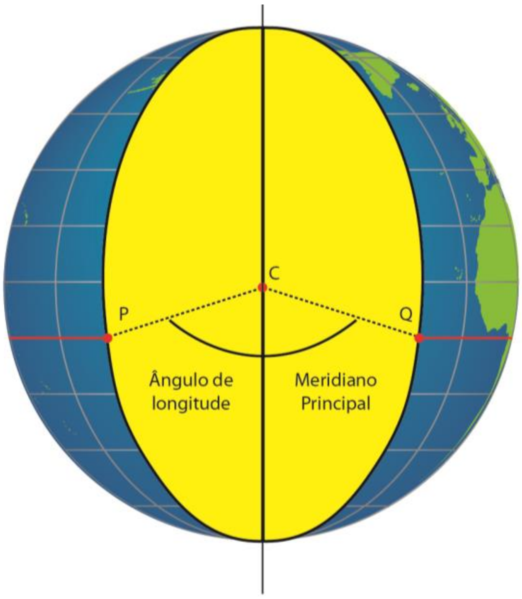

Figura 15: A Longitude. Fonte: Autor

Considerando a terra como uma esfera, e conhecendo-se as coordenadas geográficas, podemos calcular as distâncias entre dois pontos sobre a superfície terrestre, aplicando a fórmula fundamental. Vale lembrar, que a menor distância entre dois pontos numa superfície esférica é o arco de círculo máximo que os une (geodésica).

Podemos ilustrar, a aplicação da fórmula fundamental, através do seguinte exemplo, conforme a figura 16: Calcular a distância, em milhas náuticas, sobre o círculo máximo que passa pelos pontos A de coordenadas: latitude 20° N e longitude 120° W e o ponto B de coordenadas: latitude 45° N e longitude 070° W. Nota: uma milha náutica = arco de um minuto de um círculo máximo.

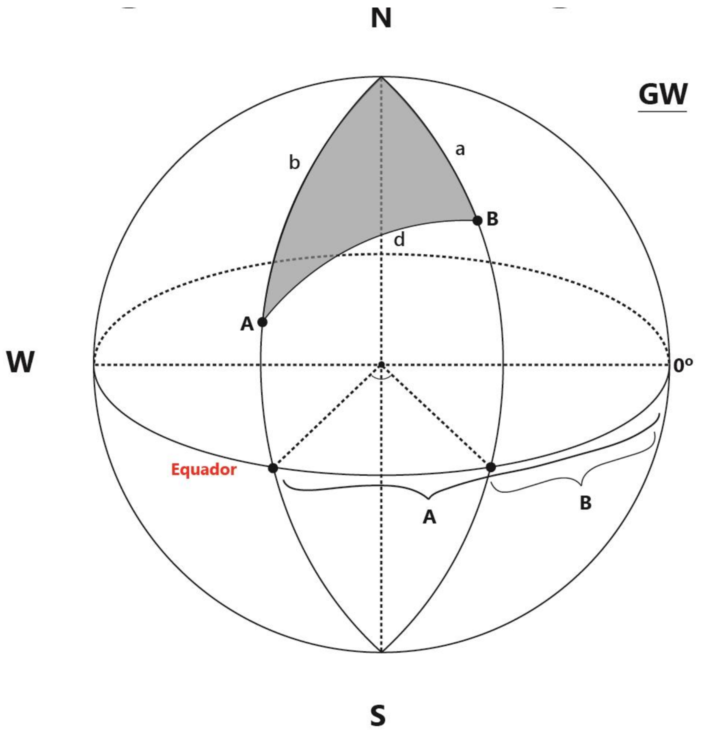

Figura 16: Distância medida sobre o círculo máximo. Fonte: Autor

Para a solução, destacaremos o triângulo esférico NAB, conforme a figura 17.

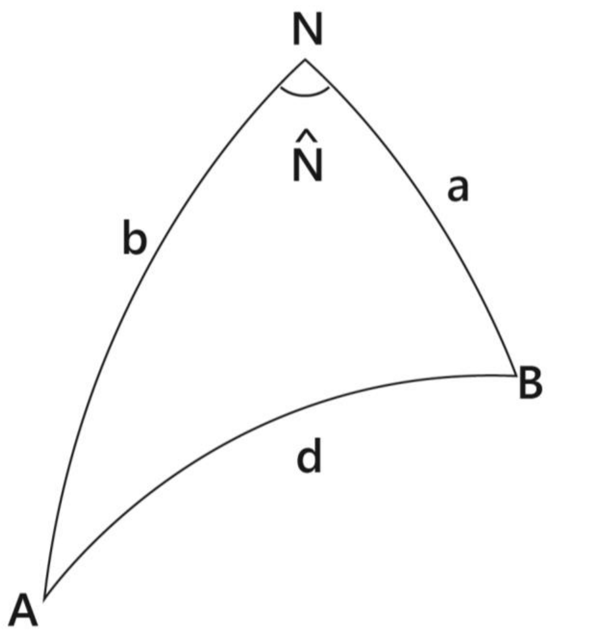

Figura 17: Triângulo para o cálculo do arco de círculo máximo. Fonte: Autor

Aplicamos a fórmula fundamental ao triângulo formado pelos pontos correspondentes ao polo Norte, A e B, figura 16. Sabe-se que a menor distância entre dois pontos na superfície esférica é o arco de círculo máximo que os une.

Temos que: $\cos \mathbf{c} = \cos \mathbf{a}.\ \cos \mathbf{b} + \text{sem}\ \mathbf{a}.\ \text{sen}\mathbf{b}.\ \cos \widehat{\mathbf{C}}$

Nesse exemplo: $\cos \mathbf{d} = \cos\mathbf{a}.\ \cos \mathbf{b} + \text{sen}\mathbf{a}.\ \text{sen}\mathbf{b}.\ \cos \widehat{\mathbf{N}}$

Sendo: **a =** 90°- φB (colatitude de B); **b =** 90°-φA (colatitude de A) e $\hat{\boldsymbol{N}}$ = λA – λB (diferença em longitude entre A e B).

De posse desses dados, podemos então calcular a distância **d:**

cos **d** = cos45°.cos70° + sen45°.sen70°.cos 050°

Obtendo o seguinte resultado: d= 48,02° = 2882’, que equivale a 2882 milhas náuticas.

2.5 Aplicações do Conhecimento de Trigonometria Esférica nas Ciências Náuticas

Observa-se que o estudo da geometria esférica, principalmente da trigonometria esférica, é bastante antigo, sendo o seu estudo e desenvolvimento, através dos séculos, sempre muito relacionado as suas aplicações na Astronomia e, também, na navegação.

Dentro do universo marítimo, os cálculos da trigonometria esférica servem como uma importante base para as seguintes atividades: na confecção de cartas náuticas, na navegação Ortodrômica (navegação em círculo máximo) e na navegação Astronômica. Em consequência, esse conhecimento é fundamental para que o navegador tenha um entendimento mais amplo no que tange ao desempenho de suas funções.

Aos profissionais da área de náutica, que é o escopo desse trabalho, o maior interesse da aplicação dos conhecimentos da trigonometria esférica se relaciona com a prática da navegação Ortodrômica e Astronômica.

2.5.1 A Navegação Ortodrômica

Denomina-se navegação Ortodrômica aquela que se realiza sobre o arco de círculo máximo que passa pelos pontos de partida e chegada. Considerando a terra uma esfera, sabe-se que a menor distância entre dois pontos na superfície esférica é o arco de círculo máximo que passa por eles.

Sabe-se que, na Marinha Mercante, todos os fatores estão relacionados ao ganho comercial, ou seja, tempo de navegação, gasto de combustível, víveres e outros. Em consequência, as derrotas ortodrômicas possibilitam otimizar esses fatores, e para dominar a prática desse tipo de navegação, torna-se fundamental o conhecimento da trigonometria esférica.

Nos cálculos da navegação (derrota[8]) ortodrômica, conforme a figura 18, tem-se como base o triângulo esférico formado na superfície da terra, que possui como vértices: o ponto de partida A, o ponto de chegada B e o polo elevado do ponto de partida Pn. Observa-se que todos os lados desse triângulo são arcos de círculos máximos, sendo: o lado PnA, o arco do meridiano do ponto de partida A; o lado PnB, o arco do meridiano do ponto de chegada e o lado AB, representa a ortodromia entre os pontos A e B.

Determina-se o ângulo esférico no polo elevado (Pn) pela diferença de longitude entre os pontos A e B. Já o ângulo esférico do vértice A é denominado como rumo inicial da derrota ortodrômica[9].

Portanto, conhecendo-se as coordenadas do ponto de partida A e a do ponto de chegada B, pode-se resolver o triângulo esférico, que serve como base da navegação ortodrômica, utilizando a fórmula fundamental, pois teremos condições de determinar os dois lados (lado PnA e lado PnB) e o ângulo esférico do polo elevado Pn.

---

[8] Derrota, na náutica, é o caminho seguido numa viagem por mar do ponto "A" para outro ponto "B".

[9] Derrota ortodrômica é o caminho seguido sob o arco de círculo máximo, numa viagem do ponto "A" para outro ponto "B".

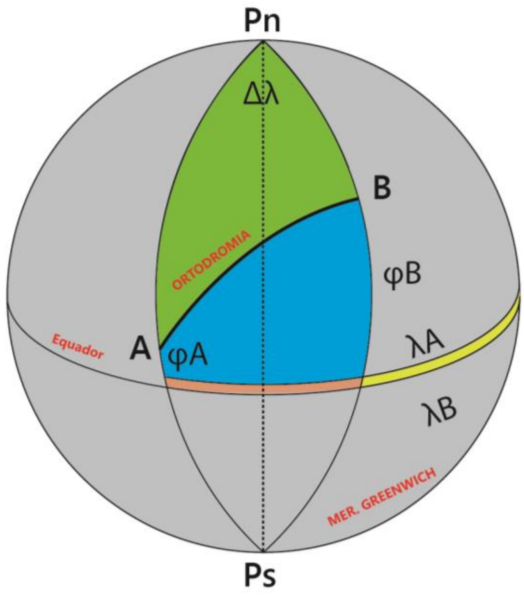

Figura 18: Distância ortodrômica entre dois pontos. Fonte: Autor

2.5.2 A Navegação Astronômica

O dicionário fornece a definição da palavra *navegar*, do latim *navigare*: conduzir qualquer tipo de embarcação ou aeronave de um ponto a outro. Há muito tempo o homem se aventura a cruzar os mares, verifica-se que existem registros que as primeiras aventuras marítimas datam de 4800 anos atrás. Entretanto, ao ter a noção de governar sua embarcação surge, então, a navegação marítima (MIGUENS, 1996).

Existe um tipo de navegação a Navegação Astronômica, que consiste em um método empregado pelo navegante para determinar a sua posição através das observações dos astros. Em consequência, obtendo outras informações relevantes para a segurança da navegação marítima.

Foi entre os séculos XIII e XVIII que a navegação astronômica desempenhou um papel fundamental, na era das grandes navegações, pois com o desenvolvimento do comércio, as grandes potências europeias buscavam descobrir novas rotas para as Índias. Vale destacar que essas buscas resultaram na descoberta de novas terras além dos mares já conhecidos: *O Novo Mundo* (MIGUENS, 1996).

Ainda durante esse período, vários equipamentos para auxiliar a prática da navegação astronômica foram desenvolvidos. Dessa forma, os navegadores podiam determinar sua posição no mar com grande precisão, possibilitando uma navegação mais segura e previsível.

Convém ressaltar que, para chegarmos à navegação astronômica como é praticada na atualidade, se fez necessário muito mais conhecimento de astronomia, destacando-se, entre eles, uma maior precisão dos movimentos dos corpos celestes. Dessa maneira, os navegantes conseguem obter, nos dias de hoje, rumos e posições mais confiáveis do que os antigos descobridores em suas aventuras marítimas.

2.5.2.1 O Triângulo Astronômico ou Triângulo de Posição

A navegação astronômica tem como principal fundamento o Triângulo Astronômico ou também denominado Triângulo de Posição, ver a figura 19. Verifica-se que esse triângulo é um triângulo esférico, e que ele é determinado pela combinação dos três sistemas de coordenadas utilizados em Navegação Astronômica.

A trigonometria esférica possibilita a solução do triângulo astronômico, no caso ilustrado na figura 19, o navegador conhece dois dos seus lados, a colatitude (c) e a distância polar (p), e o ângulo formado entre eles, o Ângulo no Polo (t1). Assim, pode resolver o triângulo de posição através das fórmulas da trigonometria esférica, determinando os outros elementos que são do seu interesse: a distância zenital do astro (z), a altura do astro (ae) e o Ângulo no Zênite ($\hat{Z}$). Temos:

$$ae = \text{arc sen}\,(\text{senLat} \,.\, \text{sen Dec} + \cos \text{Lat} \,.\, \cos \text{Dec} \,.\, \cos t1)$$

$$\hat{Z} = \text{arc cos}\,\frac{(\text{sen Dec} - \text{sen Lat} \,.\, \text{sen ae})}{(\cos \text{ae} \,.\, \cos \text{Lat})}$$

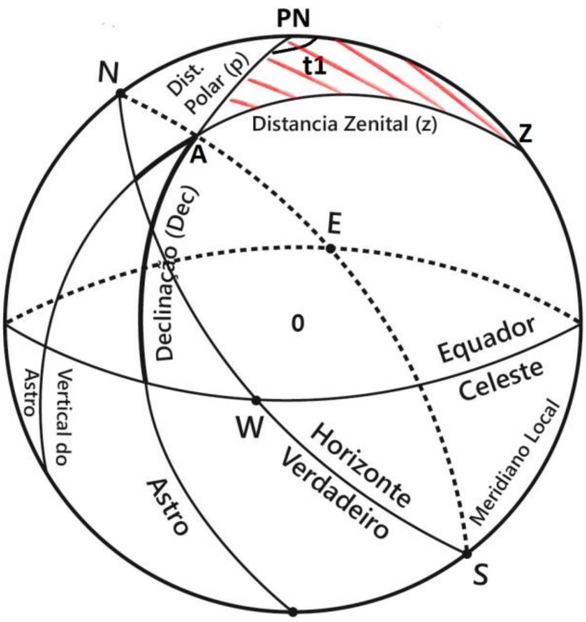

Figura 19: Triângulo de Posição. Fonte: Autor

Quadro 7: Elementos do triângulo de posição

VÉRTICE	LADOS	ÂNGULOS
POLO ELEVADO	COLATITUDE: c = 90°-φ	ÂNGULO NO POLO: t1
ZÊNITE DO OBSERVADOR (posição estimada ou assumida)	DISTÂNCIA ZENITAL: z = 90° - ae	ÂNGULO NO ZÊNITE: $\hat{Z}$
ASTRO OBSERVADO	DISTÂNCIA POLAR: p = 90° (+ ou-) declinação	ÂNGULO PARALÁTICO

Na atualidade, surgiram novas tábuas para navegação astronômica, além das máquinas de calcular pré-programadas, ou seja, facilitando e simplificando os cálculos para a resolução do triângulo astronômico. Em consequência, os navegadores podem obter as posições através dos astros com mais precisão e rapidez.

Vale destacar que existem muitas vantagens nesse tipo secular de navegação, pois os equipamentos eletrônicos, de qualquer natureza, estão sujeitos a falhas e avarias que são difíceis de serem reparadas a bordo.

Convém ressaltar, a simplicidade da prática da navegação astronômica, e entre elas podemos citar: basta um sextante confiável, um bom cronômetro, um conjunto de tábuas de navegação, além de dispensar o uso de energia elétrica. Assim sendo, constata-se que ela pode ser empregada numa pequena embarcação ou em qualquer navio de grande porte.

Uma questão estratégica, bastante relevante, também envolve o aprendizado da navegação astronômica nos cursos de Oficiais da Marinha Mercante e Marinha de Guerra, pois sabe-se que o controle do sistema de posicionamento por satélite (GPS) está sob controle de poucas nações, deixando os outros países dependentes e vulneráveis.

Portanto, destacando o que diz Miguens (1996):

> “Junto com estas vantagens práticas, vem uma profunda satisfação. Você faz as pazes com o céu, com o mar e consigo próprio, livre de todas as engenhocas eletrônicas. Com o seu conhecimento, seus simples instrumentos e o eterno céu, você está pronto para navegar para onde quiser” (MIGUENS, 1996, p. 540)

CAPÍTULO III

A PRÁTICA COMO DOCENTE DA DISCIPLINA TEO-1

3.1 Dificuldades na Aprendizagem da Trigonometria Esférica Encontradas na Literatura Matemática

Na literatura não consegui encontrar um trabalho específico que tratava das dificuldades da aprendizagem de trigonometria esférica, num curso regular. Entretanto, na literatura, sobre ensino de matemática, alguns trabalhos apresentam grande similaridade com as dificuldades que observei ao longo da minha prática como docente da disciplina TEO-1.

Observa-se que, após o ano de 1950, com o movimento denominado Matemática Moderna, o ensino de geometria passou a dar ênfase ao simbolismo, exigindo dos discentes uma maior abstração, ou seja, distanciando a matemática da vida real e cotidiana. Em consequência, percebe-se que o aluno que se formou tendo esse currículo como base, aprendeu pouca geometria e, infelizmente, não consegue relacionar esse conteúdo com a realidade (TASHIMA e SILVA, 2009).

Vale destacar que a Geometria está presente em diversas formas e situações em nossa vida, isto é, na natureza, nas artes, nos objetos cotidianos, nos jogos, nas construções, entre outros. Dessa forma, ela faz parte da humanidade desde a antiguidade, sendo um dos mais antigos ramos da matemática que estuda as formas e o espaço (CLEMENTE e BEDIM, 2015).

De acordo com Fürkotter e Morelatti (2009, p. 29): “é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno”.

Observava-se, em relação à formação de conceitos geométricos, que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) enfatizam que: “os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.” (BRASIL, 1998, p.51).

Entretanto, mesmo com toda sua importância, constata-se que, em geral, os professores dispensam maior parte do tempo no estudo de aritmética e álgebra, ficando a geometria relegada ao segundo plano. A causa desse aparente abandono são variadas, vamos destacar algumas (VIEIRA e PAULO, 2009).

Em primeiro lugar, nota-se que a formação da maior parte dos docentes é deficiente com relação aos conteúdos geométricos. Em consequência, muitos professores de Matemática, não ensinam geometria porque não sabem geometria ou estudaram superficialmente no seu curso de formação (VIEIRA e PAULO, 2009).

Um outro fator é o hábito do docente deixar para ensinar os conteúdos de geometria no final do ano letivo, ou seja, surgindo então a alegação que não houve tempo suficiente para ministrar esse relevante ramo da matemática. Contudo, vale lembrar, nesse caso, a influência que os livros didáticos exerceram até pouco tempo atrás, pois a maior parte reservava apenas os últimos capítulos para os conteúdos de geometria (VIEIRA e PAULO,2009).

O ensino de Geometria, muitas das vezes, é colocada nos programas e guias curriculares de forma isolada e descontextualizada, se apresentando como um conjunto de conteúdos estanques. Por fim , temos a reforma do ensino de Matemática, proveniente do movimento denominado Matemática Moderna, que tinha como proposta algebrizar a

Geometria, que, também, contribuiu para ofuscar o ensino ligados a esses conteúdos (VIEIRA e PAULO, 2009).

Se tratando da Geometria Espacial, verifica-se que é uma das áreas da matemática que muitos alunos do ensino Médio apresentam dificuldades no aprendizado. Além dos questionamentos para que servem os conteúdos e o porquê das fórmulas, observa-se, também, que os alunos possuem dificuldades da compreensão dos conteúdos de Geometria Plana, sendo que esses são importantes e necessários para o aprendizado da Geometria Espacial (SILVA e BRAZ, 2017).

Vale destacar, o que diz a esse respeito, Silva e Braz (2017, p. 3): "Ao estudarem os prismas, por exemplo, alguns alunos não sabiam como calcular a área de quadrados e retângulos, nem como calcular a área de triângulos nos quais não estava indicada a altura, o que dificultou o aprendizado do cálculo da área da base e da área lateral desses sólidos."

De acordo com Silva e Braz (2017), as dificuldades para o aprendizado de Geometria Espacial, podem ser assim classificadas: nos Conteúdos de Geometria Plana; na Visualização dos sólidos geométricos; na Compreensão das fórmulas para cálculo de grandezas dos sólidos geométricos; ao Relacionar os conteúdos de Geometria Espacial com o cotidiano e na Interpretação dos enunciados de exercícios de Geometria Espacial.

Convém, também, enfatizar Silva e Braz (2017):

> "No que se refere às aulas de geometria espacial e geometria analítica, verifica-se que os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da geometria básica e, por conseguinte da geometria espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos. Quando se deparam com cálculos de área ou volume, realizam aqueles de aplicação direta e apresentam certa dificuldade em situações mais complexas, como no entendimento da sistematização. Nesse caso, acompanham o raciocínio utilizado na realização das atividades, porém aplicá-lo em outra situação torna-se complicado". (SILVA e BRAZ, 2017, p. 5).

No universo acadêmico, o ensino da disciplina Geometria Descritiva merece ser mencionado, pelas suas similaridades com a disciplina TEO-1. A disciplina Geometria Descritiva figura nos anos iniciais dos cursos de engenharia e arquitetura, se caracterizando pela união da compreensão tridimensional com a bidimensional de uma figura geométrica. Sendo geralmente abordada através de aulas expositivas e maquetes de modelos reais, intercalando aulas teóricas e exercícios. Observa-se que, dessa forma, existe o risco de ser abordada com maior ênfase a representação bidimensional do que a compreensão tridimensional (JACQUES *et al*, 2001).

Vale destacar Jacques *et al* (2001):

> "A carência no desenvolvimento do raciocínio espacial nos conteúdos de 1º e 2º graus resultam, aos alunos recém-ingressos nos cursos de graduação, em reconhecidas dificuldades em relação ao entendimento dos conceitos tratados nas disciplinas de Geometria Descritiva e Desenho Técnico". (JACQUES *et al*, 2001, p. 2)

Convém ressaltar que um dos aspectos importantes para o estudo da disciplina Geometria Descritiva é a carência de bibliografia especializada sobre o assunto no Brasil. Isto é, grande parte do material que existe faz uso de desenhos "autoexplicativos" ou são "cadernos de exercícios". Entretanto, para a resoluções dos problemas, envolvendo essa disciplina, se faz necessário um alto grau de abstração e, além disso, se exige uma fundamentação conceitual sólida dos discentes (JACQUES *et al*, 2001).

Segundo Teixeira (2016), uma das principais dificuldades encontradas pelos discentes na Geometria Descritiva se encontra na visualização tridimensional dos objetos, pois esta deve ser construída mentalmente tendo como partida vistas ortográficas dos mesmos. Assim sendo, isto se torna especialmente complexo para os iniciantes, criando um paradoxo no processo ensino-aprendizagem, que necessita deste entendimento tridimensional para atingir sua plenitude.

A esse respeito, afirma Teixeira (2016):

> “Mostrar para os alunos que essa disciplina não é difícil, mas apenas diferente do que estudaram até então, tornou-se assim nossa meta ao ensinar Geometria Descritiva, assim como demonstrar para os alunos que, durante toda a vida escolar, as pessoas desenvolvem mais o hemisfério esquerdo de seus cérebros, deixando o direito "preguiçoso". A visão espacial é uma habilidade mental que tem seus mecanismos localizados do lado direito, do cérebro, daí ser totalmente diferente seu aprendizado”. (TEIXEIRA, 2016, p. 2)

Atualmente, no Brasil, o ensino das Geometrias Não-Euclidianas, incluindo a Trigonometria Esférica, se restringe basicamente a alguns cursos do terceiro grau, ligados às áreas de engenharia, cartografia, astronomia, ciências náuticas e aeronáuticas, entre outros. No ensino fundamental e médio, os alunos praticamente desconhecem Geometrias Não-Euclidianas (PEREIRA, 2013).

Tendo como referência Pereira (2013), no curso de Bacharelado em Matemática em nosso país, a Trigonometria Esférica figura na disciplina referente a Geometria Não-Euclidiana, dentro do estudo da Geometria Elíptica. Contudo, pesquisas constataram que nos cursos de Licenciatura em Matemática, poucos cursos ofereciam conceitos de Geometrias não-Euclidianas nas suas grades curriculares. Em consequência, observa-se que a Trigonometria Esférica e esse ramo da matemática está perdendo espaço no universo escolar.

De acordo com Pereira (2013), algumas pesquisas apresentam propostas de inserir o ensino da Geometria não-Euclidiana no ensino médio, entre elas, podem-se citar: Martos (2002), Pataki (2003), Andrade (2011), Carvalho e Carvalho (2010) e Thomaz e Franco (2012).

Nessas pesquisas e propostas, percebe-se um esforço considerável no intuito de incluir o conhecimento das Geometrias não-Euclidianas no ambiente escolar. Assim sendo, busca complementar a formação dos docentes e proporcionar aos alunos uma maior compreensão do mundo que os cerca.

Consideramos muito interessante o trabalho de Pataki (2003), que trata sobre Geometria esférica para a formação de professores: uma proposta interdisciplinar. Nessa proposta, a autora orienta a formação continuada para os docentes, buscando contribuir na consolidação de conhecimentos prévios, além da aquisição de novos saberes.

Entretanto, vale ressaltar que no trabalho de Pataki (2003), os conhecimentos sobre Geometria Esférica não foram ministrados como pertencendo a grade curricular de uma disciplina para um curso de extensão regular para docentes. Dessa forma, os erros e dificuldades fizeram parte do próprio processo de aprendizagem dos novos conhecimentos.

Cabe destacar o que diz, no seu artigo, Pataki (2004):

> “Torna-se importante o esclarecimento de que não foram considerados como erros certas conclusões dadas pelos professores, assim como nem foram colocadas em função do certo e do errado e sim como a estruturação de um novo saber ao atribuírem um novo significado ao que já conheciam”. (PATAKI, 2004, p. 9)

Vale ressaltar a importância do conhecimento das geometrias não-Euclidianas na atualidade, pois sabemos que os satélites e naves espaciais percorrem trajetória que não são retilíneas. Além disso, somos seres que vivem num mundo de três dimensões; porém, segundo os físicos, existe ainda uma quarta dimensão, o tempo (PATAKI, 2004).

Citando, ainda, Pataki (2004):

> “Diante de todos esses pontos, cremos que não podemos continuar limitando o pensamento do homem moderno, quando diante dele existem fatos que a Geometria euclidiana não explica, mas que a Geometria esférica pode responder. Assim, o ensino e a aprendizagem da Geometria esférica precisam constar das grades curriculares, adentrar as salas de aula, com alardes, se necessário, e ocupar o lugar que há muito tempo lhe pertence”. (PATAKI, 2004, p. 2)

Pode-se destacar, como resultado do trabalho de Pataki (2004), as mudanças nas concepções anteriores dos docentes, após adquirirem os conhecimentos de geometria esférica:

> “Observamos, nos professores, modificações em suas concepções anteriores, porque, à medida que institucionalizávamos novos conhecimentos, eles passavam a usar a terminologia adequada, mobilizavam o pensamento geométrico que transitava ora pela Geometria euclidiana, ora pela Geometria de RIEMANN. Simultaneamente, estabeleciam inter-relações entre os diversos domínios da Matemática e da Geografia, reforçadas por um contexto que abordava uma situação real”. (PATAKI, 2004, p. 12)

Portanto, mesmo não encontrando um trabalho específico sobre as dificuldades do aprendizado de Trigonometria Esférica, como disciplina da grade de um curso regular, considerei que muitos aspectos apresentados pela literatura, sobre o ensino de matemática, corresponderam, na maior parte, as vivenciadas na minha prática como docente de TEO-1.

3.2 Desempenho na Disciplina TEO-1 no Período de 2018 e 2019

3.2.1 Avaliação e as Questões das Provas no Período de 2018 e 2019

Foi citado anteriormente neste trabalho que, pelas normas estabelecidas pela instituição de ensino, o Centro de Instrução Almirante Graça Aranha, CIAGA, a avalição do curso de Formação de Oficial de Náutica, FONT, se realiza por duas provas escritas, obrigatórias, e por outras atividades que podem valer no máximo vinte porcento do total de pontos. Além disso, caso se faça necessário o aluno pode ser submetido a uma prova final.

Na minha prática como professor da disciplina Trigonometria Esférica e Ortodromia, TEO-1, optei por aplicar listas de exercícios valendo dez por cento do total de pontos, ou seja, um ponto, além das duas provas escritas, obrigatórias.

No que se refere às provas escritas, obrigatórias, cada uma valia nove pontos, sendo realizadas em dois tempos de aula (noventa minutos). Apresentavam, basicamente, em sua forma, quatro questões, sendo em geral: uma fácil, duas médias e uma mais complexa.

As questões de maior facilidade, que correspondem a 25% do total de pontos, eram as que não envolviam uma visão espacial e a confecção de gráficos elucidativos (nem planos bidimensionais e tridimensionais), isto é, apenas a aplicação direta dos conhecimentos das fórmulas de Trigonometria Esférica.

Já as questões de média complexidade, que correspondem a 50% do total de pontos, eram as que envolviam uma visão espacial e relacionavam os conhecimentos de navegação estimada e costeira (NAV1), porém na própria questão figuravam os gráficos elucidativos necessários para a resolução.

Entretanto, as questões mais complexas, que correspondem a 25% do total de pontos, eram as que envolviam uma visão espacial, a confecção de um gráfico elucidativo, em três dimensões para sua resolução, além de necessitar dos conhecimentos de navegação estimada e costeira (NAV1).

Vale destacar que, como docente, na elaboração das provas, sempre tomei o cuidado e levei em consideração o tempo de resolução das questões. Dessa forma, deixo para os discentes um tempo, no mínimo, correspondente ao dobro do que utilizei. Além disso, sempre coloquei um formulário com as principais fórmulas utilizadas, ou seja, procuro não estimular um aprendizado meramente mecânico da disciplina.

3.2.2 Análise das Listas de Exercícios no Período de 2018 e 2019

A utilização das listas de exercícios tem como objetivo fixar os conhecimentos e facilitar o processo ensino-aprendizado. Assim sendo, apresentavam exercícios com gradual nível de dificuldade, dos mais simples aos mais complexos, sempre buscando, dentro das possibilidades, a contextualização dos conteúdos e um aprendizado significativo.

Antes da realização da primeira prova escrita (P1), foram aplicadas em torno de dez listas, contendo em média sete exercícios cada uma. Essas listas exercem, além do papel de agente facilitador no processo ensino-aprendizado, um relevante balizamento para os discentes para resolução da prova escrita.

De maneira semelhante, antes da segunda prova escrita (P2), foram aplicadas cerca de onze listas, contendo em média cinco exercícios. Nessa segunda etapa, a quantidade de exercícios em cada lista se torna menor, pois exigem mais confecções de gráficos elucidativos para resoluções e, também, o maior conhecimento de navegação estimada e costeira.

Verifiquei, com bastante satisfação, que poucos alunos necessitaram realizar a prova final, no ano de 2018, quatro alunos (5%) e, no ano de (2019), cinco alunos (4%). Convém lembrar que o quantitativo de alunos sofre variação de um ano para outro no CIAGA.

Contudo, em relação aos alunos que precisaram realizar a prova final, a principal recomendação foi de que teriam que refazer todas as listas apresentadas. Sendo assim, esses discentes deveriam estudar as listas anteriores, referentes aos conteúdos relacionados a primeira prova (P1) e a segunda prova (P2). A prova final escrita, por norma da Instituição, deve totalizar dez pontos. Tanto no ano de 2018 quanto ao de 2019, todos os discentes foram aprovados após serem submetidos a prova final escrita.

Considero que as listas de exercícios foram muito importantes no desenvolvimento da disciplina, sendo um elemento relevante, que possibilitou dirimir muitas dúvidas dos discentes, bem como, fixar, contextualizar e estimular o aprendizado significativo.

3.2.3 Dúvidas Frequentes a Partir da Análise de Provas e Exercícios

Ao analisar as questões tanto das provas quanto das listas de exercícios, constatei que as questões que envolviam somente o raciocínio matemático e pouco da visão espacial se caracterizavam como as mais fáceis e apresentavam menos dúvidas e erros. Nas aulas, listas de exercícios e provas, grande parte dos alunos acertavam quase que na sua totalidade. Pois, nesse caso, tinham que aplicar somente os novos conhecimentos de trigonometria esférica relacionados com seus conhecimentos prévios de trigonometria plana.

Entretanto, verifiquei que quando as questões começavam a necessitar dos novos conhecimentos de trigonometria esférica e de navegação estimada e costeira (NAV1), simultaneamente, os discentes apresentavam algumas dificuldades, em torno de 42%. Acredito que esse fato deve estar relacionado a disciplina NAV1, ser relativamente nova para os alunos, isto é, ter sido ministrada apenas no período anterior (quinto semestre).

Quando foram abordadas questões que envolviam os novos conhecimentos de trigonometria esférica e necessitavam de uma visão especial na confecção de um gráfico elucidativo para a resolução, observei que grande parte dos alunos apresentavam dúvidas e dificuldades, cerca de 57%. Vale destacar que essas dificuldades estão relacionadas ao próprio ensino de geometria ministrados durante os anos anteriores, que figuram na literatura sobre o ensino desse importante ramo da matemática.

Constatei, portanto, que a maior dificuldade dos discentes, em torno de 75%, se apresentava para o desenvolvimento e resolução de questões que envolviam, concomitantemente, conhecimentos de trigonometria esférica, navegação estimada e costeira e confecção de gráficos elucidativos. Convém destacar, que nessa parte específica do conteúdo, o aluno dever estar bem fundamentado com os novos conhecimentos da disciplina TEO-1, dos conteúdos pertinentes da disciplina NAV1, além de já ter desenvolvido uma maior habilidade de visualização em três dimensões.

Portanto, com base nas análises apresentadas, acredito que os recursos dos materiais manipulativos e as listas de exercícios foram importantes ferramentas para o processo ensino-aprendizagem da disciplina TEO-1. Dessa forma, como professor, acredito que pude desenvolver gradativamente os novos conhecimentos da disciplina junto com uma visão espacial na maior parte dos discentes, possibilitando vislumbrar um aprendizado mais contextualizado e significativo.

3.2.4 As Dificuldades Observadas em Classe em Comparação às Dificuldades de Aprendizagem Apresentadas na Literatura Matemática

Na vivência em classe, constatei o que figura na literatura matemática, que realmente o conhecimento da geometria plana e, também, da espacial reflete uma carência da visão geométrica não adquirida ao longo do processo de ensino nos níveis anteriores. Convém destacar que essa deficiência existe mesmo sendo os discentes do curso de Formação de Oficiais de Náutica, oriundos de um processo seletivo, concurso em nível do ensino médio, em âmbito nacional.

Vale lembrar que essa carência, com relação à visão geométrica, é abordada pela literatura, inclusive destacando a reforma do ensino da matemática ocorrida no Brasil na década de 1950, denominada Matemática Moderna, ou seja, quando o aprendizado da geometria começou a perder espaço na ênfase do ensino de matemática.

Como professor, experiente, na disciplina TEO-1, em minhas primeiras aulas enfatizei para os discentes a importância de rever os conceitos da trigonometria plana, pois estes seriam fundamentais para o aprendizado da trigonometria esférica. Pude observar que a maior parte deles havia estudado aqueles conteúdos com o único objetivo de aprovação no exame de seleção e que, em consequência disso, mostravam muitas dúvidas e insegurança com relação a essa área da matemática do ensino secundário.

Verifica-se, também, esse obstáculo na literatura matemática, quando os alunos apresentam dificuldades no aprendizado da geometria espacial por deficiências dos conteúdos da geometria plana. Assim sendo, muitas dúvidas e impedimentos ao aprendizado se devem de forma muito relevante à falta dos fundamentos da geometria plana e no desenvolvimento de uma visão geométrica em séries anteriores.

Constato, com frequência, que as maiores dificuldades encontradas nas aulas iniciais de Trigonometria Esférica, são relacionadas à visão espacial, isto é, quando o aluno tem que transpor os conhecimentos da geometria e trigonometria plana para a trigonometria esférica.

Vale destacar, principalmente, ao ser apresentado o conceito de ângulo esférico, em que os discentes, muitas das vezes, não conseguem visualizar que se trata de um ângulo no espaço, diferente do conceito de ângulo plano da geometria Euclidiana. Convém ressaltar ainda que ambos os ângulos (esférico e plano) possuem o mesmo sistema de unidades, normalmente em graus, o que exige, também, dos alunos maior cuidado.

Durante a prática docente, desta disciplina, visando ajudar no processo ensino-aprendizado, facilitando transpor esse obstáculo, e estabelecer uma distinção entre um ângulo esférico e um ângulo plano, apresenta-se uma convenção para notações. Assim sendo, os ângulos esféricos figuram representados por letras maiúsculas com o acento circunflexo (Â), já os ângulos planos por letras minúsculas também com o acento circunflexo (â).

Observo que na demonstração da fórmula fundamental da trigonometria esférica, a maior dificuldade que os discentes apresentam, não se relacionam com o desenvolvimento dos cálculos matemáticos, porém em conseguir perceber tridimensionalmente o triedro correspondente do triângulo esférico da figura utilizada na demonstração. Em consequência, torna-se mais difícil, para os alunos, perceberem que os lados do triângulo esférico são os ângulos planos determinados pelo triedro.

Ressalto ainda, pela minha experiência, que considero o conceito de triângulo esférico polar como aquele que apresenta maior obstáculo e dificuldade para o entendimento dos alunos. Além da utilização de materiais manipulativos, usei como estratégia deslocar esse tópico da disciplina da sequência que figuram nos livros tradicionais de trigonometria esférica.

Dessa forma, essa alteração tem como objetivo principal a maturação dos novos conhecimentos dessa geometria não-Euclidiana por parte dos discentes, possibilitando, então, uma melhor assimilação do conceito de triângulo esférico polar.

Portanto, esse conceito para ser entendido, exige muito da visão em três dimensões e da segurança dos fundamentos da trigonometria esférica. Convém lembrar que o conceito de triângulo polar é essencial em várias demonstrações de fórmulas na trigonometria esférica.

Durante o desenvolvimento da disciplina, se tornou necessário propor aos alunos construírem alguns tipos de gráficos elucidativos (esboço) para resolução de problemas específicos. Verifiquei que grande parte dos discentes não conseguia visualizar espacialmente o que se pedia no enunciado. Consequentemente, para transpor esses obstáculos, houve minha intervenção, ou seja, muitos exemplos iniciais foram confeccionados com minha ajuda como professor da disciplina.

Quando, no âmbito da disciplina, começou a surgir uma interrelação entre os conceitos de trigonometria esférica com os da navegação estimada e costeira, nos cálculos da distância ortodrômica entre dois pontos na superfície da terra, pude perceber que, mesmo apresentando algumas dificuldades iniciais, os discentes se mostraram bastante interessados, pois conseguiram contextualizar mais os conteúdos e observar a importância da trigonometria esférica no âmbito da sua vida profissional.

Sendo assim, após essa maior contextualização, observei um grande estímulo por parte dos discentes em relação a disciplina, as dificuldades em confeccionar os gráficos elucidativos foram melhorando gradativamente, à medida que se dedicavam e estudavam mais, se fundamentando nos conceitos de trigonometria esférica e os aplicando simultaneamente aos de navegação estimada.

Entretanto, o maior obstáculo para os discentes, nessa parte da disciplina, foi o de determinar o rumo inicial e o rumo de chegada ortodrômico. É merecido destacar, que eles conseguiam calcular o ângulo esférico através da trigonometria esférica, a dificuldade maior era visualizar, localizar geograficamente e depois expressar esse ângulo como um rumo ortodrômico. Vários exemplos e exercícios foram realizados em sala, com minha ajuda e supervisão, na tentativa de superar essas dificuldades e obstáculos.

Vale destacar o trabalho de Pataki (2003), que apresenta algumas dificuldades dos licenciados em Matemática no aprendizado dos conteúdos de Geometria Esférica. Convém lembrar, contudo, que no trabalho dessa pesquisadora, os erros e dificuldades foram considerados como uma parte normal do processo ensino-aprendizado, dentro daquele contexto, ou seja, não foi uma disciplina ministrada num curso regular de graduação ou pós-graduação. Mesmo assim, pude observar uma grande correspondência entre os obstáculos enfrentados pelos participantes daquele trabalho, com os que enfrento dentro da minha prática como docente da disciplina TEO-1, num curso regular de graduação. Finalizo, considerando que as dificuldades encontradas pelos os discentes na disciplina TEO-1, ministrada no curso de graduação em Bacharel em Ciências Náuticas, estão bem próximas das apresentadas na disciplina Geometria Descritiva que figura em alguns cursos, também, no ensino superior. Podendo citar, entre elas, as mais relevantes: as dificuldades dos conteúdos da geometria espacial, a visualização em três dimensões e interpretação dos enunciados para confecção de desenhos.

CAPÍTULO IV

A PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

4.1 O Novo Contexto Social e Tecnológico

Após o ingresso dos computadores em nossa sociedade, várias transformações começaram a acontecer a todo instante e em vários lugares do mundo: nos meios de comunicação, nos meios científicos, nos setores econômicos, além da própria sociedade que começou a se transformar de uma maneira assustadoramente rápida (RIBEIRO e PAZ, 2012).

Vale destacar o que diz Ribeiro e Paz a esse respeito (2012):

> "Com essas transformações mudaram-se também nossos valores, nossos costumes e as pessoas passaram a ter interesses diferentes, ou seja, começaram a acompanhar essas mudanças, pois o computador além de ser um aparelho eletrônico também pode oferecer um conhecimento mundial de rápido acesso e que pode ser capaz de mudar tudo em nossa vida". (RIBEIRO e PAZ, 2012, p.1)

Observa-se, assim, que estamos vivendo em uma sociedade em constante transformação, ou seja, tudo parece se desenvolver muito rapidamente. Contudo, verifica-se que a prática docente apresenta, com frequência, a mesma abordagem tradicional.

Em consequência, dessa abordagem ultrapassada, nota-se que na atualidade, geralmente, enquanto o professor está desenvolvendo sua aula, os alunos estão enviando mensagens de seus "ipods" ou acessando a internet, com aparelhos celulares cada vez mais sofisticados ou com seus "netbooks" de última geração (SANTOS, 2011).

De acordo com Gesser (2012), esse novo universo de possibilidades tecnológicas, pode tanto auxiliar quanto dispersar a atenção dos discentes, especialmente em cursos de nível superior. Dessa forma, esse novo contexto tecnológico impõe mudanças relevantes para o currículo, para o ensino e a aprendizagem, em todos os níveis educacionais, especialmente, nas Instituições de ensino superior.

Convém ressaltar o que diz Gesser (2012, p. 26), com relação ao papel do professor na atualidade:

> "Os professores passam a ser vistos como mediadores pedagógicos dos processos de ensino aprendizagem e não mais como fontes únicas e exclusivas no processo de construção e aquisição do saber, pois além do conhecimento específico de cada professor, a tecnologia favorece o acesso imediato de múltiplas fontes informativas que contribuem significativamente para a atividade docente".

Constata-se que a partir do uso dessas novas tecnologias que o processo de comunicação entre professores e alunos sofreu uma considerável alteração. Assim sendo, na atualidade, essa comunicação virtual é fundamental para que não haja uma interrupção do processo de aprendizagem.

A esse respeito escreveu Gesser (2012):

> "Além disso, o processo de comunicação entre os professores e estudantes se altera sensivelmente a partir do uso desses recursos tecnológicos. Por exemplo, a disponibilidade para comunicar-se com os alunos virtualmente é fundamental para que o processo de aprendizagem não seja interrompido. O estudante precisa sentir-se motivado para que o diálogo seja mantido. As respostas exigidas pelos alunos poderão ser coletivas, mas muitas vezes, necessitam ser individualizadas de modo que atendam aos interesses distintos de cada um. É importante ressaltarmos, ainda, que esse intenso contato entre os professores e os estudantes demandará um número

> significativo de horas diárias ou semanais, aumentando a carga do trabalho docente". (GESSER, 2012, p. 28)

No que se refere à Trigonometria Esférica e Ortodromia (TEO-1), sendo uma disciplina tradicional e que sempre fez parte da formação do Oficial de Náutica, como professor, tenho que ter muito cuidado para avaliar esse novo contexto social e tecnológico. Pois, atuando como docente, hoje, estou mergulhado em outra realidade da que estava em 1984, quando era aluno do Curso de Formação de Oficiais de Náutica (FONT).

Convém ressaltar que, impulsionado pelos avanços tecnológicos, em todas as áreas do conhecimento, estamos vivendo em uma nova Era. O uso do computador e dos modernos meios de comunicação estão presentes, também, a bordo dos navios. Em consequência, o profissional atual deve estar preparado e qualificado para esse novo mundo tecnológico.

Atuando, por anos, como Oficial de Náutica, pude vivenciar as mudanças tecnológicas a bordo dos navios mercantes. Portando, na atualidade, os navios são dotados de modernos equipamentos de posicionamento por satélites e de comunicação, implicando em uma nova rotina para essa atividade profissional. Pode-se citar, como um dos exemplos, os cálculos para localização na superfície terrestre, antes feitos manualmente, são agora realizados por computadores de última geração quase que instantaneamente.

Um fato muito relevante se deu no âmbito das comunicações, cujo progresso tecnológico foi extremante rápido e avançado, o que acarretou na extinção da carreira do Oficial de Radiocomunicações. Isto é, as automações ligadas aos equipamentos dessa área, facilitaram tanto seu manuseio e operação, que um tripulante específico para função se tornou completamente desnecessário.

Considerando esse novo cenário, na minha prática como docente, da disciplina Trigonometria Esférica e Ortodromia, sempre tentei contextualizar os conteúdos e buscar um aprendizado significativo. Dessa forma, aliando minha experiência didática com a carreira de Oficial de Náutica, além do uso de novas tecnologias no processo ensino-aprendizagem.

De acordo com Santos e Moita (2009, p.2): "A contextualização dos conhecimentos ajuda os alunos a torná-los mais significativos estabelecendo relações com suas vivências cotidianas e atribuindo-lhes sentido".

Verifico que essa nova forma de comunicação com os discentes, através das novas tecnologias, possibilitou uma nova dinâmica, na qual o processo de ensino-aprendizado não se restringe somente as aulas. Assim sendo, os alunos podem interagir com os monitores da disciplina e comigo a qualquer momento ou lugar. Utilizando uma forma de linguagem muito franca, verdadeira e atual.

Destacando o que diz Vieira (2012):

> "Para tanto o professor pode e deve incorporar as novas tecnologias em seu método de ensino. Falando a "língua do aluno", a compreensão do que está sendo estudado torna-se fácil e prazeroso para aquele que se identifica com seu universo simbólico, nesse caso o aluno". (VIEIRA, 2012, p. 98)

Nesse novo contexto social e tecnológico, vale ressaltar Gesser (2012):

> "Precisaremos de estudantes voltados para uma cultura educativa mais preocupada com os processos do que com o produto. Estudantes dispostos a se co-responsabilizarem por sua aprendizagem, para construírem junto com as instituições e professores os seus próprios caminhos para a aprendizagem". (GESSER, 2012, p. 28).

Portanto, acredito como educador e, também, pelos bons resultados obtidos pelos discentes na disciplina, que nesse novo contexto, todos devem estar conscientes de suas responsabilidades no processo ensino aprendizagem, ou seja, os docentes como mediadores e os estudantes como participantes ativos na construção do conhecimento.

4.2 O Aprendizado Significativo de David Ausubel

4.2.1 Aprendizado Significativo

Conceitua-se como aprendizagem o processo de mudança do comportamento do indivíduo, ocasionado pela experiência com o meio, envolvendo nesse processo fatores neurológicos, emocionais, relacionais e ambientais. Assim sendo, aprender é o resultado obtido pela interação entre as estruturas mentais com o meio ambiente (SILVA *et al*, 2017).

Vale destacar Silva *et al* (2017):

> "Pode considerar que a aprendizagem humana é definida como sendo a mudança relativamente estável do comportamento do aluno resultante da sequência do estabelecimento de associações, ou seja, é o resultado das experiências anteriormente adquiridas fundamentais para o ajustamento de novos conceitos e modelos mentais para incluir e organizar as novas experiências". (SILVA et al, 2017, p. 22696)

Segundo a teoria cognitivista, o processo da aprendizagem significativa é uma consequência da relação dos conhecimentos já estabelecidos na estrutura cognitiva prévia dos indivíduos, com as experiências estabelecidas pelo meio. Em consequência, novas experiências e novas informações poderão ser aprendidas e armazenadas na memória, conforme esses conceitos se tornam significativos, ou seja, tornando-se pontos de ancoragem para novos conhecimentos e conceitos (SILVA *et al*, 2017).

Convém lembrar que a teoria cognitivista da aprendizagem aparece após os anos cinquenta, tendo como um dos principais representantes dessa corrente, o psicólogo da educação David Ausubel, nascido em 1918 e que veio a falecer em 2008 (SILVA *et al*, 2017).

Dessa forma, dentro do atual contexto da evolução tecnológica, se torna importante cada vez mais utilizar estratégias de ensino com enfoques na aprendizagem significativa. Isto é, selecionando conceitos relevantes, interpretando-os e tornando-os capazes de fazerem novas associações, buscando a resoluções de novos problemas.

Destacando o que diz Ziccardi e Fusco (2019):

> "A preocupação do docente em tornar as aulas de Matemática mais atraentes para os estudantes passou a ser mais evidente com o avanço das tecnologias. Os alunos nascidos a partir da década de 1980 pertencem a uma era digital e estão habituados a ter todo tipo de informação de forma rápida e fácil. No entanto, a maneira como os currículos são organizados, ainda em muitas universidades, é a tradicional que consiste em um conjunto de disciplinas que são oferecidas por semestre durante quatro ou cinco anos. E as aulas acompanham a tradição: aulas expositivas numa sala com lousa e giz". (ZICCARDI e FUSCO, 2019, p. 85)

David Paul Ausubel, nasceu em Nova Iorque, em 1918, estudou nas Universidades de Pensylvania e Middlesex, graduando-se em Psicologia e Medicina. Fez doutorado em Psicologia do Desenvolvimento na Universidade de Columbia, sendo professor por vários anos. Atuou também como docente em várias universidades, ligadas a área de educação, entre elas: Illinois, Toronto, Berna, Munique e Salesiana de Roma. Após se aposentar, resolveu voltar a área de psiquiatria. Seu falecimento se deu no ano de 2008 (MARQUES, 2013).

O principal motivo que levou Ausubel a se dedicar a educação, foi sua revolta contra os castigos e humilhações sofridos no ambiente escolar. Dessa forma, ele achava que a educação era muito violenta e reacionária: "A escola é um cárcere para crianças. O crime de todos é a pouca idade e por isso os carcereiros lhes dão castigos". Ao finalizar sua formação em psiquiatria, resolveu se dedicar a educação com o objetivo de melhorar o sistema para a busca de um verdadeiro aprendizado (MARQUES, 2013).

4.2.2 A Aprendizagem Significativa e a Teoria de David Ausubel

Nesta seção, é apresentada a proposta de aprendizagem significativa de David Ausubel, tendo como base e fundamentação a obra *Comportamentalismo, construtivismo e humanismo. Coletânea de breves monografias sobre teorias de aprendizagem como subsídio para o professor pesquisador, particularmente da área de ciências*, de Moreira (2016).

4.2.2.1 Aprendizagem significativa

Pode-se considerar como Aprendizagem significativa aquela em que o significado do novo conhecimento vem da interação com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do estudante, com um certo grau de estabilidade e diferenciação. Por meio dessa interação, não só o novo conhecimento adquire significado, mas também o conhecimento anterior fica mais rico, mais elaborado, adquirindo, assim, novos significados.

De acordo com Ausubel, o cerne do processo da aprendizagem significativa está em que ideias expressas são relacionadas de uma maneira não-arbitrária e não literal com aquilo que o aprendiz já conhece, ou seja, com algum aspecto existente, e especificamente relevante, preexistente na sua estrutura cognitiva, tais como uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição. Assim sendo, a esses aspectos já existentes na estrutura cognitiva é o que se denomina *subsunçor*.

Logo, a estrutura cognitiva pode ser entendida como um conjunto de *subsunçores* e suas interrelações. Dessa forma, a condição necessária para que ocorra uma aprendizagem significativa se relaciona com a disponibilidade de *subsuçores* adequados, isto é, especificamente relevantes para o novo conhecimento. Convém ressaltar que essa condição é necessária, mas não suficiente, pois o indivíduo deve apresentar uma atitude proativa em relacionar os novos conhecimentos com os pré-existentes.

4.2.2.2 Aprendizagem Significativa x Aprendizagem Mecânica

Já na aprendizagem mecânica, o novo conhecimento é armazenado na memória do indivíduo de forma literal e arbitrária. Não existindo uma interação entre o novo conhecimento e algum aspecto específico e relevante preexistente na estrutura cognitiva. Em consequência, o novo conhecimento não se incorpora e nem modifica a estrutura cognitiva.

Podemos salientar ainda que a diferença entre aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica não as tornam dicotômicas, no entanto as duas estão em extremos opostos de um mesmo contínuo. Dessa forma, existem casos intermediários, sendo possível que uma aprendizagem inicial mecânica se transforme, gradativamente, em significativa.

4.2.2.3 Aprendizagem Receptiva x Aprendizagem por Descoberta

Destaca-se que não se deve confundir os conceitos de aprendizagem significativa e mecânica com os de aprendizagem receptiva e por descobrimento. Na aprendizagem receptiva, o novo conceito é apresentado simplesmente ao estudante, independente do meio utilizado, ou seja, aulas, livros, computador, entre outros. O indivíduo que aprende não necessita descobrir nada, basta apenas relacionar a nova informação ativa e significante aos aspectos relevantes de sua estrutura cognitiva, retendo para recordá-la ou reconhecê-la posteriormente.

Em contrapartida, na aprendizagem por descoberta, o conhecimento a ser aprendido dever ser descoberto de forma independente, antes mesmo que possa ser relacionado à estrutura cognitiva do aprendiz de maneira não arbitrária e substantiva, para que acarrete numa aprendizagem significativa.

Observa-se, então, que tanto a aprendizagem receptiva quanto a por descoberta podem acarretar uma aprendizagem significativa ou mecânica. Assim sendo, o fator que vai determinar se aprendizagem de um novo conceito será significativa, não é a forma com que o estudante terá acesso a nova informação, por recepção ou descoberta, porém o modo como esse novo conhecimento estará relacionado, literal ou substantivo, arbitrário ou não, à estrutura cognitiva do aprendiz.

4.2.2.4 Tipos de Aprendizagem Significativa

No âmbito da aprendizagem significativa, existem duas tipologias, contudo, não excludentes, a primeira diz respeito ao que se aprende, isto é, representações, conceitos ou preposições. Já a segunda, se refere a como se aprende, ou seja, por subordinação, superordenação ou combinação.

Na aprendizagem representacional (de representações) os símbolos arbitrários passam a representar seus referentes (objetos, eventos, conceitos). Já os símbolos isolados, frequentemente as palavras, passam a significar as mesmas coisas que seus referentes ou produzir o mesmo conteúdo cognitivo produzido pelos referentes.

Na aprendizagem conceitual (de conceitos), temos, também, uma aprendizagem de representações, ou seja, os conceitos também são representados através de símbolos isolados (palavras-conceito, nome dos conceitos). Dessa forma, a denominação do conceito é adquirida por meio da aprendizagem significativa representacional, após que os seus significados já tenham sido adquiridos.

Na aprendizagem proposicional (de proposições) o significado da proposição não pode ser considerado, de forma simplista, como sendo a soma dos significados das palavras (frequentemente representando conceitos) que a constituem. Assim sendo, não se trata apenas de se estabelecer equivalências representativas, entretanto, de captar o significado das ideias expressas em forma de proposições.

Dentro da abordagem, de como se aprende de forma significativa, tem-se a seguinte classificação: subordinação, superordenação ou combinação. A aprendizagem se diz subordinada, quando o novo conhecimento passa a adquirir significado após se relacionar de forma inclusiva, mas substantiva e não arbitrária, a conhecimentos superordenados específicos (*subsuçores*) pré-existentes na estrutura cognitiva.

Destacando-se que, se o novo conhecimento for compreendido através de exemplificação, corroboração, apoio, da ideia *subsunçora*, a aprendizagem denomina-se subordinada derivativa. Caso contrário, se for uma extensão, elaboração, modificação, delimitação, do *subsunçor*, será considerada como subordinada correlativa.

Denomina-se aprendizagem superordenada quando o novo conhecimento é aprendido de forma significativa por meio de uma relação de superordenação. Isto é, ele passa a abranger vários conceitos, preposições e ideias, já pré-existentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

Por fim, a aprendizagem é denominada de combinatória quando o novo conhecimento não guarda relações de subordinação ou superordenação com os conhecimentos específicos já existentes na estrutura cognitiva. Sendo assim, o significado vem através da interação com o conhecimento amplo, ou seja, com o “background” de conhecimentos que o aprendiz possui em certa área do saber.

4.2.2.5 Assimilação

De acordo com Ausubel (1983), tem-se como o resultado da interação entre o que vai ser aprendido e a estrutura cognitiva existente no aprendiz uma “assimilação” dos novos e antigos significados, possibilitando a construção de uma estrutura mais diferenciada e organizada. Sendo assim, a nova informação se vincula aos aspectos relevantes já existentes na estrutura cognitiva e, através desse processo, tanto se modificam a informação recém apreendida como a própria estrutura cognitiva preexistente.

Observa-se que na aprendizagem subordinada, o novo conhecimento ou informação realiza uma “ancoragem” numa ideia preestabelecida (subsunçor), proporcionando uma contribuição para sua estabilidade, enriquecimento, elaboração e modificação.

Com relação à aprendizagem superordenada, as ideias preestabelecidas são reconhecidas como exemplos mais específicos da nova informação, ficando, assim, subordinadas a ela.

Já na aprendizagem combinatória, o novo conhecimento se relaciona com os conhecimentos preexistentes na estrutura cognitiva, contudo, não figura como mais específico (subordinado) ou, então, como mais abrangente (superordenado) do que os conhecimentos prévios (*subsuçores*) existentes.

Logo, segundo a Teoria da assimilação de Ausubel, nos três casos apresenta-se uma "assimilação” de significados novos e antigos. Sua teoria está inserida no âmbito das teorias cognitivistas. Contudo, vale destacar que a teoria da assimilação de Ausubel não é mesma que figura na teoria de Piaget, ou seja, ambos utilizam a mesma palavra, porém com diferentes significados.

4.2.2.6 Diferenciação Progressiva x Reconciliação Integrativa

Conforme um novo conhecimento adquire significados, interagindo com os conhecimentos preexistentes, este também passa a sofrer modificações. Esse processo, ocorrendo uma ou mais vezes, acarreta numa *diferenciação progressiva* do conceito ou proposição que foi utilizado como subsunçor. Dessa forma, o conhecimento prévio se torna mais diferenciado e, ainda, mais rico. Destacando que esse processo se apresenta, claramente, na aprendizagem significativa subordinada.

Observa-se, pelo contrário, que na aprendizagem superordenada ou na combinatória, que as ideias preexistentes na estrutura cognitiva, podem ser percebidas como relacionadas e reorganizadas, adquirindo, então, novos significados. Assim sendo, Ausubel denomina essa recombinação de elementos preexistentes, na estrutura cognitiva do aprendiz, de *reconciliação integrativa*.

Portanto, esses dois processos básicos da dinâmica da estrutura cognitiva, são simultâneos e relacionados. Isto é, toda aprendizagem que obtiver como resultado uma reconciliação integradora, também irá obter uma maior diferenciação progressiva de conceitos ou proposições já existentes. Em consequência, de acordo com a teoria de Ausubel, ambos os processos estarão sempre presentes quando temos uma aprendizagem significativa.

4.2.2.7 Condições para Aprendizagem Significativa

Verifica-se que no sentido de obter uma aprendizagem significativa, duas condições básicas são necessárias: o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo e o aprendiz deverá buscar, de forma espontânea, relacionar o novo conhecimento com os preexistentes na sua estrutura cognitiva.

Dessa forma, o potencial significativo do material instrucional está relacionado com sua natureza lógica, possuir ideias pertinentes e sua aprendibilidade. Com relação ao aprendiz, este deve possuir *subsunçores* disponíveis adequados na sua estrutura cognitiva para os novos conhecimentos, além, é claro, de uma predisposição para aprender.

Convém destacar que o docente apresenta um papel muito importante no âmbito da aprendizagem significativa proposta por Ausubel. Assim sendo, para atingir seus objetivos ele deve implementar algumas práticas essenciais, tais como: levar em conta o conhecimento prévio dos discentes; utilizar princípios facilitadores como a diferenciação progressiva e reconciliação integrativa e fazer o uso de organizadores prévios para tornar mais clara a relacionabilidade do novo conhecimento.

Vale ressaltar o cuidado que o docente deve ter no que diz respeito a avaliação da aprendizagem significativa, pois sendo esse tipo de aprendizagem gradual e progressiva, os novos conhecimentos vão se incorporando na estrutura cognitiva do aprendiz, também, da mesma forma. Em consequência, deve-se tentar, na avaliação da aprendizagem significativa, buscar as evidências da compreensão do novo conceito, ou seja, evitando as "respostas certas ou erradas", intrinsecamente relacionadas com a aprendizagem mecânica.

Para finalizar essa seção, sabe-se que a aprendizagem significativa tem como base a interação não-arbitrária e substantiva entre o novo conhecimento com aquele especificamente relevante preexistente na estrutura cognitiva do aprendiz. Entretanto, observa-se que a prática mediadora do docente é muito importante nesse processo de aprendizagem, ou seja, sempre tentando buscar a melhor forma de otimizar, provocar e favorecer a interação do novo conhecimento para os discentes.

4.3 A Bibliografia Atual da Disciplina TEO-1

No sumário oficial e atual da disciplina TEO-1, constam como elementos de apoio para o processo de ensino-aprendizado, os seguintes livros textos (LT):

LT1 - AYRES, JR. F. Trigonometria Plana e Esférica. Trad.: Mario Pinto Guedes. revisão técnica: Luiz Clovis de Oliveira: Oficial da Marinha de Guerra, Engenheiro Civil. Rio de Janeiro. Editora McGRAW do Brasil, 1971.

LT2 - COUTINHO, L. Convite às Geometrias não Euclidianas, Cap.: VIII - A Navegação Marítima: uma aplicação da geometria de Riemann. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 2001.

LT3 - MIGUENS, A. P. Navegação: a Ciência e a Arte: Cap.: 17 & Apêndice (trigonometria Esférica), cap. 33 (Navegação Ortodromia) V. 2, Navegação Astronômica e Derrotas. Diretoria de Hidrografia e Navegação. Rio de Janeiro, 1999. xxx p. 7.

Vale lembrar que os textos encontrados no âmbito do ensino, exercem seu papel dentro de várias áreas, entre elas: os livros didáticos usados no ensino fundamental e médio, os livros textos utilizados nos cursos de graduação e os artigos para as pós-graduações. Entretanto, todos esses escritos possuem uma caraterística comum, que é a função de transmitir informações e conhecimentos matemáticos ou de outras áreas, para inúmeras gerações de estudantes (SILVA JUNIOR, 2007).

De acordo com Arruda e Moretti (2002), o uso e legitimidade desse recurso no ensino remota a época de Comenius, em sua obra Didática Magna, que propunha um único livro como referência ao estudante. Assim sendo, o uso desse recurso começa a se tornar padrão para a educação da época. Em consequência, no livro passa a ser reproduzido o conhecimento científico de forma simplificada, e se transformando, com o passar dos tempos, em um recurso do currículo escolar.

Convém ressaltar que o livro, até chegar ao formato atual, passou por diversas transformações. Iniciando com a invenção da escrita até os modernos suportes para leitura de hoje, por exemplo, livro digital, tablet, smartphone. Durante essa longa trajetória diversos materiais serviram de base para a escrita, isto é, a argila, as peles de animais, as plantas, entre outros (GONÇALVES, 2017).

Observa-se que neste século, diante dos avanços tecnológicos, se faz, também, necessário questionar a viabilidade de outras maneiras de apresentação do livro-texto, além do impresso. Dessa forma, a apresentação dessa importante ferramenta de ensino, através de novas tecnologias, como por exemplo os livros digitais (GONÇALVES, 2017).

Destacando o que diz Gonçalves (2017):

> "Pode-se atribuir o surgimento dos livros digitais à necessidade de portabilidade e à comodidade de se realizar leituras de diversos livros em um único dispositivo. Além da economia de espaço físico, os livros eletrônicos possibilitam a preservação de uma obra sem que haja perda de conteúdo, degradação das folhas, ou ainda o odor de mofo daqueles que passam anos sem ser consultados". (GONÇALVES, 2017, p. 10355).

Com relação aos livros textos, indicados para serem utilizados no desenvolvimento da disciplina TEO-1, estes são tradicionais e com bastante embasamento teórico. Constata-se, todavia, que o mais recente, LT2 - COUTINHO, data de 2001. Sendo assim, muitos procedimentos para resolução de alguns problemas tornaram-se desnecessários, principalmente, devido ao avanço do uso de tecnologias nos cálculos matemáticos.

De acordo com Gonçalves (2107), observa-se que a leitura de um livro apresenta muitas vantagens em relação a outros meios de comunicação, destacando-se como a principal a reflexão. Dessa forma, o livro-texto pode ser considerado como um valioso recurso para aprendizagem, contudo, sua eficiência se relaciona a uma adequada escolha e utilização. Compete ao docente selecionar e fazer uso do livro buscando sempre adequá-lo e atualizá-lo conforme a necessidade e dinâmica do processo ensino-aprendizagem.

Vale ressaltar que o professor não deve ser um refém do livro-texto, ficando limitado aos seus conteúdos e a ordem apresentada por estes. Dentro de sua prática e valendo-se de sua autonomia, o docente deverá sempre buscar uma ação que otimize o seu uso, procurando atingir uma melhor aprendizagem para seus alunos.

Finalizo, destacando que mesmo um bom livro, sendo utilizado por um docente despreparado, pode ser tornar um grande obstáculo no processo ensino-aprendizagem, contudo, mesmo com um livro de baixa qualidade, nas mãos de excelente educador, pode ser transformado num ótimo recurso para aprendizagem discente (GONÇALVES, 2107).

4.4 Utilizando Materiais Concretos e Manipuláveis

Verifica-se que na sua trajetória histórica, o homem fez uso de sinais, marcas e cordas como uma forma de atender suas necessidades básicas de quantificar, ou seja, antes do aparecimento da escrita e do sistema de numeração no âmbito de cada civilização. Provavelmente esses foram os primeiros materiais manipuláveis utilizados durante a evolução da matemática. Portanto, o pensamento matemático do homem teve sua evolução pautada em situações cotidianas concretas, que mais tarde se tornaram formalizadas através da escrita e de outras tecnologias (VALE, 2002).

De acordo com (LORENZATO, 2006), entende-se como material manipulável, todo tipo de material que possa ser utilizado com objetivo de fixar e aprofundar os conhecimentos de um conceito matemático. Considera-se como material manipulável por exemplo: calculadoras, jogos, filmes, aplicativos, experimentos, isto é, aqueles que possam ser palpáveis ou que formam imagens gráficas (dentro do ambiente tecnológico).

O mesmo pesquisador, Lorenzato (2006), estabelece uma classificação para os materiais didáticos concretos manipuláveis, em: Material manipulável estático e material manipulável dinâmico. Dessa forma, o material manipulável estático, seria o material concreto que não permite transformação ou mudança de sua estrutura física mediante sua manipulação. Já o material manipulável dinâmico, permite transformações ou mudanças de sua estrutura, que do ponto de vista do autor, podem possibilitar uma aprendizagem mais significativa.

Vale destacar que Kaleff (2006) se coloca favorável ao uso do material concreto manipulável. Ele argumenta que por melhor e mais sofisticadas que sejam as simulações na tela do computador, essas representações em três dimensões continuam planas. Entretanto, o uso de um recurso didático não torna inválido o outro, podendo ambos serem complementares no processo ensino-aprendizagem.

Convém ressaltar o que afirma Lima *et al* (2016):

> “A partir do manuseio com materiais didáticos, alunos são levados a racionar matematicamente, fazer experimentações, testar conjecturas, ressignificar conteúdos, compreender mais facilmente conceitos abstratos, realizar explorações diversas, dentre outros. Nesse processo, o professor tem um papel essencial: o de mediar a atividade e contribuir para a criação de um ambiente de troca e partilha de experiências, incentivando a criatividade dos alunos e o pensar matematicamente”. (LIMA *et al*, 2016, p. 3)

Segundo Lorenzato (2006), a utilização de materiais didáticos manipuláveis é um agente facilitador da aprendizagem, independente da área do conhecimento a ser estudada, do tipo de curso, e até mesmo, da idade do discente. Sendo assim, esse fato contradiz a premissa de que tais materiais didáticos deveriam ser somente utilizados com o público infantil.

Destaca-se o que diz Deneca e Pires (2008):

> “A partir do momento que o estudante já conseguiu abstrair os conceitos matemáticos já não sente mais a necessidade de métodos e técnicas que o auxiliem na abstração, mas quando essa capacidade ainda não foi desenvolvida, independentemente da faixa etária do estudante os materiais manipuláveis podem facilitar-lhe o trabalho e auxiliá-lo de tal maneira que o estudante compreenda os conteúdos matemáticos e construa conhecimentos”. (DENECA e PIRES, 2008, p.6)

Dessa forma, constata-se que os materiais didáticos manipuláveis são um importante recurso no processo ensino-aprendizado, quando utilizados pelo professor. Podem tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e os conteúdos com mais facilidade para compreensão, pois permitem uma aproximação da teoria com constatação prática através da ação de manipulação do material (RODRIGUES e GAZIRE, 2012).

De acordo com Deneca e Pires (2008), quando for possível, ao docente, utilizar qualquer tipo de material manipulável, deverá estar consciente da importância de planejar e definir bem o que pretende, visando atingir seus objetivos, ou seja, de uma aprendizagem mais significativa para seus alunos.

Na minha prática docente, na disciplina TEO-1, nível superior, também utilizo o recurso dos materiais concretos e manipuláveis, tendo como objetivo, auxiliar o aprendizado de vários conceitos, primordialmente, os que necessitam de uma visão tridimensional por parte dos discentes. Os principais desses materiais utilizados são: a esfera de madeira (figura 20 e 21) e globo terrestre pequeno (figura 22).

A esfera de madeira-manipulável, ver figuras 20 e 21, se apresenta como um excelente recurso nas aulas que versam sobre os conteúdos básicos para o aprendizado de trigonometria esférica, como por exemplo: ângulo esférico, triângulo esférico, triedro correspondente, polo, círculo máximo, distância ortodrômica e triângulo polar.

Figura 20: Esfera de madeira manipulável fechada. Fonte: Autor

Figura 21: Esfera de madeira manipulável aberta Fonte: Autor

O globo terrestre de plástico pequeno manipulável, ver figura 23, se torna um elemento importante no aprendizado quando os conteúdos relacionam os conhecimentos de trigonometria esférica com os de geografia. Dessa forma, na resolução de problemas que envolvem o cálculo da distância ortodrômica, na superfície terrestre, os discentes geralmente utilizam esse recurso para uma melhor visualização espacial.

Figura 22: O globo terrestre de plástico pequeno manipulável. Fonte: Autor

Considerei muito importante utilizar materiais concretos e manipuláveis na disciplina TEO-1, pois a maior parte dos discentes se mostraram mais interessados e receptivos os novos conceitos apresentados. Notei que além das contribuições para a visualização e abstração dos conceitos matemáticos, as aulas se tornaram mais leves, agradáveis e interessantes, que são alguns dos requisitos relevantes para uma aprendizagem significativa.

A esse respeito afirma Lima *et al* (2016):

> "Nesse contexto, acreditamos que a utilização de materiais didáticos e manipuláveis no ensino da Matemática constitui um importante auxílio na compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos nos seus diversos níveis, potencializando as atividades propostas a partir de sua utilização. Mais que isso, a manipulação com objetos concretos pode levar os alunos a um grau de motivação e criatividade que já há algum tempo, vem se perdendo nas aulas de matemática**".** **(**LIMA *et al*, 2016, p. 2)

Convém lembrar que os estudos revelam, entretanto, que somente o fato da utilização pelo docente de um material didático manipulável não garante o sucesso no processo ensino-aprendizagem. Assim sendo, nenhum material sozinho será capaz de atingir seus objetivos, caso não exista uma proposta pedagógica que venha balizar, de forma coerente e satisfatória, o uso dessa importante ferramenta de ensino (RODRIGUES e GAZIRE, 2012).

Vale destacar o que afirma Rodrigues e Gazire (2012):

> "Diante de tudo o que foi discutido, é possível concluir que os materiais didáticos manipuláveis podem intervir fortemente na aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, utilizar o MD em sala de aula pressupõe, antes de tudo, por parte do professor, um exercício de prática reflexiva para que este possa utilizá-lo de forma correta, tornando assim a aprendizagem dos alunos mais significativa e prazerosa". (RODRIGUES e GAZIRE, 2012, p.195)

Por fim, pela minha experiência como docente, no âmbito do ensino de matemática, em especial na disciplina TEO-1, acredito que a utilização do recurso do material didático manipulável foi muito importante para ajudar os discentes em superar suas dificuldades no processo ensino-aprendizado. Contribuindo, também, para que as aulas se tornam mais interessantes, ao relacionar teoria com realidade, despertando nos alunos a vontade de assimilar os novos conhecimentos, fator primordial para um aprendizado significativo.

4.5 O Produto: A Proposta de uma Sequência Didática

4.5.1 Sequência Didática

O termo Sequência Didática (SD) surgiu na França, por volta dos anos de 1980, durante uma reforma educacional. Esse termo representava um conjunto de atividades relacionadas a aprendizagem, podendo ser aplicada ao ensino de qualquer disciplina. Já em nosso país, a expressão Sequência Didática, começou a figurar no âmbito educacional no final de 1990, através da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (FARIA, 2019).

Segundo Zabala (1998, p. 18), deve-se atribuir uma grande importância na ordenação da prática pedagógica, afirmando que uma Sequência Didática é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos".

Na visão do mesmo autor, de todas as variáveis que se relacionam nos processos de ensino-aprendizagem, denomina-se atividade ou tarefas as seguintes, por exemplo: exposição, debate, leitura, exercício, estudo, entre outras. Assim sendo, são elas as unidades básicas do processo de ensino-aprendizado, determinando relações interativas fundamentais entre professor/alunos e alunos/alunos.

Vale destacar o que diz Zabala (1998):

> "A maneira de configurar as sequências de atividades é um dos traços mais claros que determinam as características diferenciais da prática educativa. Desde o modelo mais tradicional de "aula magistral" (com a sequência: exposição, estudos sobre apontamentos ou manual, prova, qualificação) até o método de "projetos de trabalho global" (escolha do tema, planejamento, pesquisa e processamento da informação, índice, dossiê de síntese, avaliação), podemos ver que todos têm como elementos identificadores as atividades que os compõem, mas que adquirem personalidade diferencial segundo o modo como se organizam e articulam em sequências ordenadas". (ZABALA, 1998, p.18)

Convém ressaltar que, na sua obra *"A Prática Educativa: Como Ensinar"* (ZABALA, 1998), o pesquisador coloca quatro modelos, que servem de base para Sequência Didática, sendo abstratos e podendo ser aplicados em diferentes níveis de ensino.

Verifica-se que não somente as atividades, mas, também, a forma que são articuladas são determinantes para a especificidade de uma proposta didática. Portanto, os diferentes conteúdos apresentados exigem esforços e ajudas específicas aos estudantes, pois nem todos aprendem do mesmo modo e no mesmo tempo. Cabe ao docente ter o discernimento, e o bom senso, dentro da dinâmica do processo, de estabelecer metas e prioridades para atingir os objetivos desejados.

Constata-se que não existe um modelo pronto e ideal, devido à complexidade do processo ensino-aprendizagem, sendo o papel do professor de fundamental importância nesse imbricado universo. A esse respeito afirma Zabala (1998):

> "Os próprios efeitos educativos dependem da interação complexa de todos os fatores que se inter-relacionam nas situações de ensino: tipo de atividade metodológica, aspectos materiais da situação, estilo do professor, relações sociais, conteúdos culturais, etc. Evidentemente, nos movemos num âmbito no qual os modelos explicativos de causa-efeito são inviáveis. Certamente nosso marco de análise deve se configurar mediante modelos mais próximos à teoria do caos - em que a resposta aos mesmos estímulos nem sempre dá os mesmos resultados - do que a modelos mecanicistas". (ZABALA, 1998, p.15).

Dessa forma, o docente ao elaborar uma sequência didática, deve procurar buscar uma abordagem que trate de forma significativa o conteúdo, ou seja, através de um encadeamento lógico das atividades e estratégias que auxiliem no processo de ensino-aprendizagem. Contudo, não deve gerar um sistema rígido, que não possa ser modificado mediante as necessidades decorrentes da própria dinâmica da sala de aula.

Ressaltando o que diz Zabala (1998):

> "A prática na aula, marcada por estes condicionantes, não é o resultado de uma decisão firme sobre as finalidades do ensino e segundo uma concepção determinada dos processos de ensino/aprendizagem, mas corresponde àquilo que pode se fazer levando em conta a globalidade do contexto educacional em que se desenvolve a prática educativa". (Zabala,1998, p.23)

Após elaborar e aplicar uma sequência didática, o professor deve refletir e modificar, se necessário, a sua metodologia e até mesmo a sequência, pois a prática docente é muito dinâmica e complexa. Segundo Zabala (1998):

> "O que nos interessa desta análise é reconhecer as possibilidades e as carências de cada unidade, com o fim de que nos permita compreender outras propostas e reconhecer, em cada momento, aquelas sequências que se adaptam mais às necessidades educacionais de nossos alunos". (ZABALA, 1998, p.59)

Atuando como docente a vários anos na disciplina TEO-1, constato a importância de uma constante reflexão do trabalho realizado em sala de aula, pois a mesma sequência didática pode gerar aprendizagens diferentes no mesmo ano letivo aplicadas em turmas distintas.

Vale ressaltar o que afirma Zabala (1998):

> "Podemos extrair do conhecimento da forma de produção das aprendizagens duas perguntas: a primeira, relacionada com a potencialidade das sequências para favorecer o maior grau de significância das aprendizagens, e a segunda, sua capacidade para favorecer que os professores prestem atenção à diversidade". (ZABALA, 1998, p.63).

O docente deve observar-se que a sequência didática não pode ser entendida como uma "fórmula" ou "receita" que sempre irá gerar sucesso no processo ensino-aprendizagem. Cabe ao professor um papel relevante nesse contexto para atingir os objetivos educacionais desejados e, também, extrapolar os limites dos conteúdos, gerando uma maior autonomia para o aprendizado dos alunos. De acordo com Zabala (1998):

> "Em tudo isto desempenha um papel essencial a pessoa especializada, que ajuda a detectar um conflito inicial entre o que já se conhece e o que se deve-saber, que contribui para que o aluno se sinta capaz e com vontade de resolvê-lo, que propõe o novo conteúdo como um desafio interessante, cuja resolução terá alguma utilidade, que intervém de forma adequada nos progressos e nas dificuldades que o aluno manifesta, apoiando-o e prevendo, ao mesmo tempo, a atuação autônoma do aluno. É um processo que não só contribui para que o aluno aprenda certos conteúdos, mas também faz com que aprenda a aprender e que aprenda que pode aprender. Sua repercussão não se limita ao que o aluno sabe, igualmente influi no que sabe fazer e na imagem que tem de si mesmo". (ZABALA, 1998, p. 63)

O docente deve compreender e estar ciente que no complexo universo educacional, não existe uma fórmula ou modelo ideal. Dessa maneira, devemos sempre como educadores tentar reconhecer as falhas e corrigir os rumos, quando necessário, nesse imbricado processo de ensino-aprendizagem. A esse respeito diz Zabala (1998):

> "Em minha opinião, refletir sobre o que implica aprender o que propomos, e o que implica aprendê-lo de maneira significativa, pode nos conduzir a estabelecer propostas mais fundamentadas, suscetíveis de ajudar mais os alunos e ajudar nós mesmos". (ZABALA, 1998, p. 86)

Com base nessas informações, apresento, a seguir, a proposta de Sequência Didática.

4.5.2 A Proposta de uma Sequência Didática

Inicialmente, convém destacar que a elaboração, o planejamento e a metodologia das atividades didáticas apresentadas neste trabalho tiveram como base o conceito que figura na obra Prática Educativa de Zabala (1998). Dessa forma, uma Sequência Didática é entendida como um conjunto de atividades ou tarefas, ordenadas, estruturadas e articuladas visando à realização dos objetivos educacionais estabelecidos.

Entretanto, além da obra de Zabala (1998), vários trabalhos ajudaram de forma relevante na sequência didática proposta, entre eles, serão apresentados pela ordem cronológica, os seguintes:

1- PATAKI (2003): Geometria esférica para a formação de professores: uma proposta interdisciplinar.
2- COSTA (2013): Processo de Construção de Sequência Didática como (pro) motor da Educação Matemática na Formação de Professores.
3- HEIM (2013): Geometria esférica: proposta de atividades em conexão com a geografia.
4- RUFATO (2013): Sistemas lineares, aplicações e uma sequência didática.
5- FASSARELLA (2014): Sequência Didática Matemática.
6- SHYRLENE e OTTONI (2015): Geometria Esférica e Trigonometria Esférica Aplicadas à Astronomia de Posição.
7- CARBONI (2016): Astronomia no Ensino Médio: Uma Proposta de Sequência Didática.
8- BABINSKI (2017): Sequência Didática (SD): experiência no ensino da Matemática.
9- SOUZA (2017): Intervenção Prática para Aplicação de Sequência Didática com Alunos de Licenciatura em Matemática.
10- MOREIRA (2018): Uma sequência didática para o estudo de derivadas no Ensino Médio.

Vale ressaltar que a sequência didática proposta neste trabalho, também, foi o resultado da experiência de muitos anos como docente, em especial, na disciplina TEO-1, tendo sempre como objetivo conseguir uma aprendizagem significativa e uma autonomia cada vez maior dos discentes.

Finalizo esta seção, ressaltando o que afirma Zabala (1998):

> "Em resumo, o que queremos dizer é que mais do que nos movermos pelo apoio acrítico a um ou outro modo de organizar o ensino, devemos dispor de critérios que nos permitam considerar o que é mais conveniente num dado momento para determinados objetivos a partir da convicção de que nem tudo tem o mesmo valor, nem vale para satisfazer as mesmas finalidades. Utilizar estes critérios para analisar nossa prática e, se convém, para reorientá-la em algum sentido, pode representar, em princípio, um esforço adicional, mas o que é certo é que pode evitar perplexidades e confusões posteriores". (ZABALA, 1998, p. 65)

CAPÍTULO V

O PRODUTO: A SEQUÊNCIA DIDÁTICA PROPOSTA

A sequência didática proposta, apresentada neste trabalho, foi o produto desenvolvido no âmbito das aulas de TEO-1, ministrada no Centro de Instrução Almirante Graça Aranha (CIAGA). Nesta sequência figuram quatro conteúdos e seis atividades, articuladas e interligadas, colocadas e ordenadas visando uma aprendizagem significativa para os discentes. Além disso, foram empregados diversos recursos como elemento facilitador do processo ensino-aprendizagem.

Em relação aos conteúdos que figuram na sequência didática proposta, todos fazem parte do capítulo dois deste trabalho. Sendo que na prática docente, estes conteúdos são enviados na forma de folhas de informações aos discentes, utilizando os atuais recursos de comunicação, tais como email e whatsapp.

No que tange à ordem dos conteúdos e das atividades, estes foram elaborados com base nos conhecimentos prévios dos alunos, além de seguir um encadeamento lógico. Dessa maneira, a cada atividade buscou-se aumentar o grau de dificuldade, permitindo ampliar gradativamente os conhecimentos prévios em relação aos novos conteúdos.

Um outro aspecto relevante, tendo como objetivo facilitar o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem, se encontra na utilização de vários materiais de ensino na sequência didática proposta, tais como: projetor de multimídia, livro-texto, folhas de informação, listas de exercícios, esfera de madeira-manipulável, globo terrestre de plástico pequeno-manipulável, calculadora científica, régua, transferidor, compasso, utilização de email e whatsapp para envio de folhas de informação e de exercícios, além de ser criado um grupo de estudos via whatsapp, visando dirimir dúvidas e estimular pesquisas.

Destaca-se que, para estipular o tempo de duração da sequência proposta, com base na minha experiência, foi considerada a complexidade e dificuldades dos conteúdos e atividades, não apenas ao aspecto quantitativo.

Portanto, essa proposta tenta buscar estratégias que auxiliem os professores de matemática, e de outras áreas do conhecimento, nesse complexo processo de ensino-aprendizagem.

5.1 Tema: Conceitos Fundamentais e Aplicações da Trigonometria Esférica

5.2 Objetivo Geral

Proporcionar aos alunos conhecimentos dos conceitos fundamentais da Trigonometria Esférica (Geometria da Esfera) para adquirir condições de solucionar problemas inerentes a suas aplicações.

5.3 Público-alvo

Alunos do sexto período do curso FONT, podendo ser aplicada em graduandos das áreas afins.

5.4 Pré-requisitos

Para que as atividades propostas consigam atingir os objetivos de uma aprendizagem significativa, recomenda-se que os discentes façam uma revisão dos seguintes conhecimentos:

Na disciplina de Matemática: Geometria plana: circunferência e suas propriedades, triângulos – Lei dos Cossenos e soma dos ângulos internos, trigonometria, cálculo de áreas, perpendicularismo. Geometria espacial: esfera, fuso esférico, área da superfície esférica e do fuso esférico, ângulo entre planos, intersecção de um plano com uma superfície esférica.
Na disciplina de Geografia: coordenadas geográficas, latitude, longitude, meridianos e paralelos notáveis.

5.5 Recursos Materiais e Tecnologias

Quadro Branco/ Pincel
Projetor de Multimídia
Livro-texto
Caderno para anotações
Folhas de informação
Listas de exercícios
Esfera de madeira, manipulável
Globo terrestre de plástico pequeno, manipulável
Calculadora científica
Régua, transferidor e compasso
Utilização de email e *whatsapp* para envio de folhas de informação e de exercícios
Grupo de estudos via *whatsapp*, visando dirimir dúvidas e estimular pesquisas

5.6 Recomendações Metodológicas

Sugere-se que os alunos sejam organizados em turmas de, no máximo, 30 alunos.

5.7 Tempo estimado da sequência didática

Vinte e duas aulas com cinquenta minutos de duração.

5.8 Conteúdos e Atividades

Conteúdo 1. História e desenvolvimento da Trigonometria

Atividade 1: *História e desenvolvimento da Trigonometria e das Geometrias não Euclidianas (02 aulas)*

Conteúdo 2: Conceitos Fundamentais da Trigonometria Esférica

Atividade 2: *Ângulo diedro, Triedro (ou ângulo triedro), Círculos máximos, Polos de um Círculo Máximo, Ângulos esféricos. (04 aulas)*
.
Atividade 3: *O Triângulo Esférico (04 aulas)*

Atividade 4: *O Triângulo Polar (ou Suplementar) (04 aulas)*

Conteúdo 3: A Fórmula Fundamental da Trigonometria Esférica

Atividade 5: *A Fórmula Fundamental da Trigonometria Esférica (04 aulas)*

Conteúdo 4: A Aplicação da Fórmula fundamental no globo terrestre

Atividade 6: *O Cálculo de Distâncias numa Superfície Esférica (04 aulas)*

5.9 Descrição das Atividades

Atividade 1:

História e desenvolvimento da Trigonometria e das Geometrias não Euclidianas (04 aulas)
Objetivos específicos:

Apresentar a evolução histórica da geometria e seus desdobramentos que deram origem à criação de uma geometria não-Euclidiana e na trigonometria denominada esférica.

Desenvolvimento:

Aula expositiva dialógica, contextualizada e orientada pela interação alunos – professor – conhecimento. Discussão e debate sobre os aspectos mais relevantes.

Material utilizado:

Quadro Branco/ Pincel
Projetor de Multimídia
Livro-texto
Caderno para anotações
Folhas de informação
Listas de exercícios
Esfera de madeira, manipulável

Sugestão para verificação da aprendizagem:

Apresentar um resumo individual, por escrito, sobre a evolução histórica da geometria e os seus desdobramentos que deram origem à criação de uma geometria não-Euclidiana e na trigonometria denominada esférica.

Atividade 2:

Ângulo diedro, Triedro (ou ângulo triedro), Círculos máximos, Polos de um Círculo Máximo, Ângulos esféricos. (04 aulas)

Objetivos específicos:

Conceituar os principais elementos necessários para compreender e definir triângulo esférico: Ângulo diedro, Triedro (ou ângulo triedro), Círculos máximos, Polos de um Círculo Máximo, Ângulos esféricos.

Desenvolvimento:

Aula expositiva dialógica, contextualizada e orientada pela interação alunos – professor – conhecimento. Discussão e debate sobre as dúvidas em relação aos novos conceitos.

Material utilizado:

Quadro Branco/ Pincel
Projetor de Multimídia
Livro-texto
Caderno para anotações
Folhas de informação
Listas de exercícios
Esfera de madeira, manipulável
Calculadora científica
Régua, transferidor e compasso

Procedimento Didático:

Utilizando a esfera de madeira os alunos visualizando e manipulando o material, puderam entender com mais facilidade os conceitos de Ângulo diedro, Triedro (ou ângulo triedro), Círculos máximos, Polos de um Círculo Máximo, Ângulos esféricos. Ver figuras 23, 24 e 25.

Figura 23: Visualização do ângulo diedro e do ângulo esférico. Fonte: Autor

Figura 24: Visualização do Triedro (ou ângulo triedro). Fonte: Autor

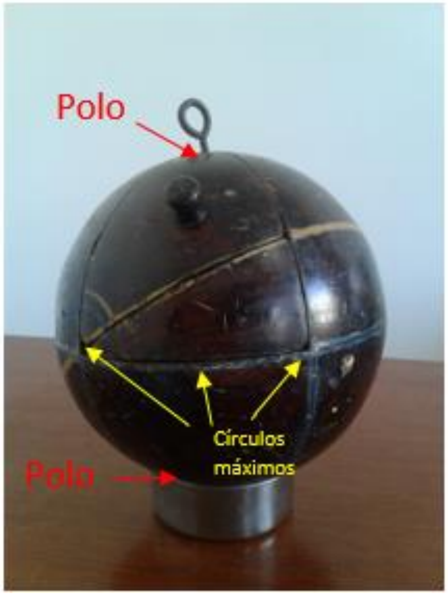

Figura 25: Visualização dos círculos máximos e dos polos de um círculo máximo.
Fonte: Autor

Sugestão para verificação da aprendizagem:

Lista de exercícios

Atividade 3:

O Triângulo Esférico (04 aulas)

Objetivos específicos:

Definir o Triângulo Esférico relacionando-o com o seu Triedro correspondente, além de apresentar suas propriedades.

Desenvolvimento:

Aula expositiva dialógica, contextualizada e orientada pela interação alunos – professor – conhecimento. Discussão e debate sobre as dúvidas em relação ao novo conceito e suas propriedades.

Procedimento Didático:

Utilizando a esfera de madeira, os alunos visualizaram e manipularam o material, puderam compreender, com mais facilidade, o conceito de Triângulo Esférico, relacionando-o com o seu Triedro correspondente. Ver figuras 26 e 27.

Figura 26: Visualização do Triângulo Esférico. Fonte: Autor

Figura 27: Visualização do Triedro correspondente. Fonte: Autor

Material utilizado:

Quadro Branco/ Pincel
Projetor de Multimídia
Livro-texto
Caderno para anotações
Folhas de informação
Listas de exercícios
Esfera de madeira- manipulável
Calculadora científica
Régua, transferidor e compasso

Sugestão para verificação da aprendizagem:

Lista de exercícios

Atividade 4:

O Triângulo Polar (ou Suplementar) (04 aulas)

Objetivos específicos:

Conceituar o triângulo polar, ressaltando a relação de reciprocidade (dual) de um triângulo esférico com o seu triângulo polar correspondente e vice-versa.

Desenvolvimento:

Aula expositiva dialógica, contextualizada e orientada pela interação alunos – professor – conhecimento. Discussão e debate sobre as dúvidas em relação ao novo conceito e sua importância.

Material utilizado:

Quadro Branco/ Pincel
Projetor de Multimídia
Livro-texto
Caderno para anotações
Folhas de informação
Listas de exercícios
Esfera de madeira, manipulável
Calculadora científica
Régua, transferidor e compasso

Procedimento Didático:

Utilizando a esfera de madeira, os alunos visualizaram e manipularam o material, puderam compreender, com mais facilidade, o conceito de triângulo polar e a relação de reciprocidade (dual) de um triângulo esférico com o seu triângulo polar correspondente e vice-versa. Ver figura 28.

Figura 28: Visualização do Triângulo polar e a relação de reciprocidade. Fonte: Autor

Sugestão para verificação da aprendizagem:

Lista de exercícios

Atividade 5:
A Fórmula Fundamental da Trigonometria Esférica (04 aulas)

Objetivos específicos:

Demonstrar a fórmula fundamental da trigonometria esférica, tendo como base o triedro correspondente ao triangulo esférico.

Desenvolvimento:

Aula expositiva dialógica, contextualizada e orientada pela interação alunos – professor – conhecimento. Discussão e debate sobre as dúvidas em relação ao novo conceito, sua relevância e aplicação.

Material utilizado:

Quadro Branco/ Pincel
Projetor de Multimídia
Livro-texto
Caderno para anotações
Folhas de informação
Listas de exercícios
Esfera de madeira, manipulável
Globo terrestre de plástico pequeno, manipulável
Calculadora científica
Régua, transferidor e compasso

Procedimento Didático:

Utilizando a esfera de madeira, os alunos visualizaram e manipularam o material, puderam compreender, com mais facilidade, a demonstração da fórmula fundamental da trigonometria esférica, tendo como base o triedro correspondente ao triangulo esférico. Ver figura 29.

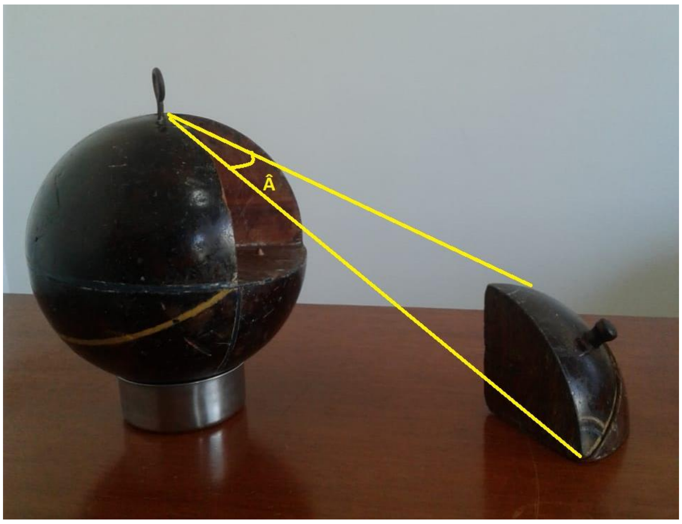

Figura 29: Visualização da demonstração da fórmula fundamental da trigonometria esférica, tendo como base o triedro correspondente. Fonte: Autor

Sugestão para verificação da aprendizagem:
Lista de exercícios

Atividade 6:

O Cálculo de Distâncias numa Superfície Esférica (04 aulas)

Objetivos específicos:

Resolver problemas envolvendo o cálculo de distâncias numa superfície esférica através da aplicação da fórmula fundamental, em particular, na superfície da Terra.

Desenvolvimento:

Aula expositiva dialógica, contextualizada e orientada pela interação alunos – professor – conhecimento. Discussão e debate sobre as dúvidas em relação a aplicação da fórmula fundamental no cálculo de distâncias, principalmente, na superfície da Terra.

Material utilizado:

Quadro Branco/ Pincel
Projetor de Multimídia
Livro-texto
Caderno para anotações
Folhas de informação

Listas de exercícios
Esfera de madeira, manipulável
Globo terrestre de plástico pequeno, manipulável
Calculadora científica
Régua, transferidor e compasso

Procedimento Didático:

Utilizando a esfera de madeira, os alunos visualizaram e manipularam o material, puderam compreender, com mais facilidade, os problemas envolvendo o cálculo de distâncias numa superfície esférica através da aplicação da fórmula fundamental, em particular, na superfície da Terra. Ver figuras 30 e 31.

Figura 30: Visualização na esfera de madeira de distâncias numa superfície esférica. Fonte: Autor

Figura 31: Visualização no globo de plástico de distâncias na superfície da Terra. Fonte: Autor

Sugestão para verificação da aprendizagem:

Lista de exercícios

5.10 Sugestão para Avaliação da Sequência Didática

Uma prova escrita, com peso 8, que envolva todos os conceitos abordados, contendo um formulário. Além das listas de exercícios, com peso 2, feitas e entregues nos prazos acordados.

5.11 Recomendação para a Confecção de Uma Esfera Similar de Isopor

Para facilitar a utilização dessa sequência didática, em outras instituições, recomenda-se a confecção de uma esfera de isopor, material de baixo custo, similar à de madeira da figura 32.

Sugere-se que o docente confeccione uma esfera similar de isopor com, no mínimo, de 15 centímetros de diâmetro, cujas dimensões são próximas da original de madeira (18 centímetros de diâmetro). Uma esfera de isopor com essas dimensões facilita a visualização e manipulação. (Ver figura 33.)

Figura 32: Esfera de madeira com 18 cm de diâmetro. Fonte: Autor

Figura 33: Esfera de isopor similar com 15 cm de diâmetro. Fonte: Autor

Em um dos hemisférios, somente, deve-se fazer, em primeiro lugar, um corte, de preferência com um estilete, para se obter um ângulo esférico de noventa graus. Além disso, recomenda-se colocar uma argola no polo, para um melhor manuseio. (Ver figura 34.)

Figura 34: Esfera de isopor similar com 15 cm de diâmetro, aberta. Fonte: Autor

Já com o ângulo esférico de noventa graus, pode-se, então, dividir esse ângulo em dois, tendo como base o círculo máximo que representa o equador. Dessa forma, o ângulo menor ficará com o valor aproximado de trinta graus e o outro sessenta graus, formando dois diedros. Além disso, recomenda-se colocar uma argola na parte externa do maior dos diedros. (Ver figura 35.)

Figura 35: Triedros da Esfera de isopor similar com 15 cm de diâmetro, aberta. Fonte: Autor

Convém ressaltar que a esfera utilizada nas aulas ficava sob a responsabilidade do monitor da disciplina TEO-1. Isso possibilitava o acesso de todos os discentes para o manuseio e a visualização dos conceitos, além dos horários das aulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo abordar a relevância do conhecimento da Trigonometria Esférica (TE) na formação dos egressos do curso de Bacharel em Ciências Náuticas. Além da elaboração de uma proposta de sequência didática que possa contribuir para a superação da dicotomia entre o conhecimento prático e teórico.

Assim sendo, buscamos primeiro contextualizar a pesquisa, através de um breve histórico sobre a formação do Oficial de Náutica da Marinha Mercante Brasileira. Apresentando a grade curricular, situando em que semestre figura a disciplina TEO-1, seus pré-requisitos e as disciplinas que dependem do seu conhecimento para os discentes.

Observa-se que a disciplina TEO-1 possui como pré-requisitos a Trigonometria Plana e a Geometria da Esfera. Além dos conceitos da disciplina Navegação Estimada e Costeira (NAV-1), do semestre anterior, que são relevantes para o aprendizado da Navegação Ortodrômica. Sendo que TEO-1 é pré-requisito para a disciplina NAV-2, Navegação Astronômica, do sexto semestre. Constata-se, dessa forma, que o seu conhecimento é primordial para o domínio da Navegação Ortodrômica e Astronômica pelos futuros Oficiais de Náutica.

Destaca-se, também, que, na condição de formados, os egressos passam a fazer parte do quadro de profissionais civis da Marinha Mercante Brasileira. Dessa forma, mesmo tendo uma formação em uma instituição de ensino militar, ao término do processo, os egressos passam a ser profissionais liberais, civis e celetistas.

Vimos no segundo capítulo o desenvolvimento histórico da trigonometria esférica e seus conceitos fundamentais. Foi apresentada a demonstração da fórmula fundamental da trigonometria esférica, além de suas aplicações no cálculo das distâncias sobre a superfície da terra e nas Ciências Náuticas. Neste capítulo figuram os conceitos que servem como base teórica para a sequência didática proposta.

Vale ressaltar que o conhecimento que levou ao desenvolvimento das Geometrias não-euclidianas, mostra-se como um fator importante para a reflexão conjunta por parte do docente e seus alunos, sobre a longa trajetória na evolução de um conceito matemático, promovendo, também, um questionamento a respeito de qual geometria explica melhor o mundo que habitamos.

Convém lembrar ainda que não existe uma geometria mais importante que a outra, pois constatamos em muitas demonstrações da Trigonometria Esférica, a necessidade das ferramentas matemáticas da geometria Euclidiana. Por exemplo, na demonstração da fórmula fundamental, fica evidente que os conhecimentos de geometria plana, são pré-requisitos essenciais.

Com relação à prática do pesquisador como docente da disciplina TEO-1, no período de 2018 e 2019, o capítulo três aborda os seguintes aspectos: as dúvidas frequentes a partir da análise de provas e exercícios e da análise das anotações didáticas sobre as dificuldades demonstradas pelos estudantes, em classe, em comparação com as dificuldades de aprendizagem encontradas na literatura matemática, a avalição e o desempenho na disciplina.

Através da pesquisa bibliográfica, constatamos que as dificuldades encontradas pelos os discentes na disciplina TEO-1, são bem similares das que figuram na disciplina Geometria Descritiva, que faz parte da grade curricular de alguns cursos, também, do ensino superior. São as mais relevantes, entre elas: as dificuldades dos conteúdos da geometria espacial, a visualização em três dimensões e a interpretação dos enunciados para confecção de desenhos e gráficos elucidativos.

No que diz respeito ao capítulo quatro, descreve-se sobre o desafio enfrentado pelos docentes neste novo contexto social e tecnológico. Conceitua-se o aprendizado significativo tendo como base a teoria de Ausubel. Relaciona-se e comenta-se sobre os livros textos que são recomendados pela bibliografia atual da disciplina TEO-1. Destaca-se a importância da utilização de materiais concretos e manipuláveis como recurso didático. Além disso, apresenta-se a fundamentação para a elaboração do produto da pesquisa, ou seja, a proposta de uma sequência didática.

Na atualidade, através dos recursos tecnológicos, os discentes podem ter acesso as mais variadas fontes de informações. Cabe ao docente elaborar novas metodologias para que possa contextualizar os conteúdos e buscar um aprendizado significativo, além do uso de novas tecnologias no processo ensino-aprendizagem. Assim sendo, acreditamos que, nesse novo contexto, todos devem estar conscientes de suas responsabilidades, ou seja, os docentes como mediadores e os estudantes como participantes ativos na construção do conhecimento.

De acordo com a teoria de Ausubel, a aprendizagem significativa tem como fundamento a interação não arbitrária e substantiva entre o novo conhecimento com aquele especificamente relevante preexistente na estrutura cognitiva do aprendiz. Contudo, destaca-se a importância da prática mediadora realizada pelo docente nesse processo de aprendizagem, isto é, de tentar buscar uma melhor forma de otimizar, provocar e favorecer a interação do novo conhecimento para os discentes.

O livro-texto é um tradicional recurso didático, porém o professor não pode se limitar aos seus conteúdos e a ordem que estes apresentam. É preciso lembrar que dentro de sua prática e autonomia, o docente tem a alternativa de buscar um caminho que possibilite que seu uso melhore o processo ensino-aprendizagem.

Verificamos, através da experiência do pesquisador como docente, de mais de 20 anos, que a utilização do recurso do material didático manipulável foi muito importante para ajudar os discentes em superar suas dificuldades no processo ensino-aprendizagem. Dessa forma, contribuindo, também, para que as aulas se tornem dinâmicas, mais interessantes, ao relacionar teoria com realidade, despertando nos alunos a vontade de assimilar os novos conhecimentos, fator primordial para um aprendizado significativo.

Para fundamentar a elaboração, o planejamento e a metodologia das atividades didáticas, apresentadas neste trabalho, tiveram como base o conceito de Sequência Didática, que figura na obra Prática Educativa de Zabala (1998). Entretanto, outros trabalhos ajudaram, também, de forma relevante na sequência didática proposta.

Vale destacar que o capítulo cinco apresenta o produto desta pesquisa, a sequência didática proposta. Ela é resultado da experiência de muitos anos como docente, em especial, na disciplina TEO-1, tendo como objetivo conseguir uma aprendizagem significativa e uma autonomia cada vez maior dos discentes. Sendo assim, essa proposta tenta buscar estratégias que auxiliem os professores de matemática e de outras áreas do conhecimento nesse complexo e imbricado processo de ensino-aprendizagem.

Por fim, com relação ao problema da pesquisa: “Como superar a dicotomia que surge na mente do estudante, entre o conhecimento científico obtido no estudo de Trigonometria Esférica e a aplicação desse conhecimento na prática da navegação durante a sua formação como Bacharel em Ciências Náuticas?”, acreditamos que nesse novo contexto social e tecnológico a prática mediadora docente é fundamental na tentativa de superar essa dicotomia. Na busca por um aprendizado significativo, deve-se procurar, sempre que possível, contextualizar os conteúdos com a prática do futuro Oficial de Náutica.

No que tange ao avanço cada vez mais rápido de novas tecnologias a bordo, tento sempre apresentar aos discentes que estas são ferramentas para otimizar o trabalho do profissional. Porém, devemos ter embasamento teórico suficiente para dominar todo processo e não nos tornarmos meros reféns desses recursos.

Outro aspecto relevante e motivador para superar essa dicotomia teoria-prática se deve ao fator estratégico que envolve o uso dos sistemas de localização por satélite, pois esses sistemas se encontram sob o domínio de poucas nações do Primeiro Mundo. Em consequência, fica evidente a importância do conhecimento de Trigonometria Esférica, porque é primordial para o domínio da Navegação Ortodrômica e Astronômica.

Portanto, gostaria de enfatizar que a sequência didática proposta nessa pesquisa não se trata de um manual, um passo a passo, ou um roteiro que possibilite solucionar os desafios de um aprendizado significativo ou superar a dicotomia teoria-prática de uma disciplina para os discentes. É, na verdade, uma sugestão que poderá ser melhorada, aperfeiçoada e adaptada, pelo docente dentro do seu contexto e área de atuação. Espero que este trabalho possa contribuir para fomentar novas pesquisas e discussões sobre o ensino das geometrias não-Euclidianas, em particular, a Trigonometria Esférica, que possui sua importância e interdisciplinaridade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APPLE, Michael. Ideologia e currículo. São Paulo: Brasiliense, 1979.

ARRUDA, J. P.; MORETTI, M. T. Cidadania e matemática: um olhar sobre os livros didáticos para as séries iniciais do ensino fundamental. Contrapontos, Itajaí, v. 2, n.6, p. 423-438, 2002.

AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D.; HANESIAN, H. Psicologia Educativa, un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas, 1983.

AYRES, JR., F. Trigonometria Plana y Esférica. Tradução de Mario Pinto Guedes e revisão técnica de Luiz Clovis de Oliveira. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil. 1971.

BABINSKI, Adriano Luis. Sequência Didática (SD): experiência no ensino da Matemática. Sinop, 2017. 89 f.: il. Dissertação (Mestrado). Universidade do Estado do Mato Grosso, Campos Universitário de Sinop, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática.

BINI, I. C.; BINI, M. C. C. ; MORAIS, A. C. L. O LEM e os materiais manipuláveis: práticas possíveis de ensino da matemática. I Encontro Mato-grossense de professores que ensinam Matemática, Tangará da Serra/MT, 2018, p 1-9. Disponível em: https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/emapem/2018/paper/view/69/199Acesso em: 20 de dez 2019.

BITTENCOURT, Circe. Em foco: História, produção e memória do livro didático. Educação e Pesquisa - Revista da Faculdade de Educação da USP. São Paulo, Universidade de São Paulo, v. 30, n. 3, set./dez. 2004, p. 471-473.

BRASIL. Marinha do Brasil, Diretoria de Portos e Costas, Ensino Profissional Marítimo, Curso de Formação de Oficial de Náutica da Marinha Mercante (FONT), 2013.

_________. Marinha do Brasil. Centro de Instrução Almirante Graça Aranha. O CIAGA. Disponível em: <http://www.mar.mil.br/ciaga/>. Acesso em: mar 2018.

_________. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARBONI, Ariovaldo. Astronomia no Ensino Médio: Uma Proposta de Sequência Didática / Ariovaldo Carboni - Sorocaba: USCAR /PROFIS, 2016. 172 f. Dissertação (mestrado) – UFSCAR / PROFIS / Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2016.

CLEMENTE, João Carlos; BEDIM, Acácia. Ensino e aprendizagem da Geometria: Um Estudo a Partir dos Periódicos em Educação Matemática. Juiz de Fora: UFJF, 2015.

COSTA, Dailson Evangelista. Processo de Construção de Sequência Didática como (pro) motor da Educação Matemática na Formação de Professores. 2013. 196 f.: il. Dissertação

(Mestrado). Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2013.
COUTINHO, Lázaro. Convite às Geometrias não-euclidianas. Rio de Janeiro, Interciência, 2001.
_________. Trigonometria esférica: a matemática de um espaço curvo. 1.ed.: Rio de Janeiro: Interciência, 2015.

DENECA, M. L.; PIRES, M. N. M. O Ensino da Matemática com Auxílio de Materiais Manipuláveis. 2008, p. 1-23. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/625-4.pdf. Acesso em: 20 de dez 2019.

DOLL Jr., William E. Currículo: uma perspectiva pós-moderna. Tradução: Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ESCOLA NAVAL. Navegação Astronômica. Cap. 1. Rio de Janeiro. Editora Atlas, 1972.
FARIA, Thiago. Proposta de Sequência Didática para o Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral / Thiago Faria – Sinop, 2019. 58 f. (Dissertação/Mestrado) Curso de Pós-graduação Stricto Sensu (Mestrado Profissional) Profmat, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Câmpus de Sinop, Universidade do Estado de Mato Grosso, 2019.

FASSARELLA, L. Sequência Didática Matemática. 2014. Disponível em: http://www.luciofassarella.net/ensino/math/files/Fas2014.pdf . Acesso em: nov. 2019.

FÜRKOTTER, M.; MORELATTI, M. R. M. A Geometria da Tartaruga: uma introdução à Linguagem LOGO. In: SIMPÓSIO DE MATEMÁTICA, 4, 2009, Presidente Prudente, Anais, p. 1-29.

GERVÁZIO, S. N. Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. C.Q.D.– Revista Eletrônica Paulista de Matemática, Bauru, v. 9, p. 42-55, jul. 2017. DOI: 10.21167/cqdvol9201723169664sng4255 - Disponível em: http://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/revista-cqd/ . Acesso em: 20 de dez 2019.

GESSER, V. Novas Tecnologias E Educação Superior: Avanços, Desdobramentos, Implicações E Limites Para A Qualidade Da Aprendizagem. Revista Iberoamericana de Informática Educativa, nº 16, 2012, pp 23-31.

GONÇALVES, A. O. O Livro Didático de Matemática Frente aos Avanços Tecnológicos: Novos Usos? EDUCARE, XIII CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2017, p. 10350 - 10364. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/24522_12593.pdf .Acesso em: 15 de dez 2019.

HEIM, Luciane. Geometria esférica: proposta de atividades em conexão com a geografia. Recife, 2013.76 f.: il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco. Departamento de Matemática, Recife, 2013.

JACQUES, J.J.; et al. Nova Abordagem para o Ensino de Geometria Descritiva Básica. Cobenge, p. 417-422, 2001.

KALEFF, A. M. M. R. Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades deenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 113-134.

KOPKE, R. C. M. (2001) Ensino de Geometria Descritiva: Inovando na Metodologia. In: Revista Escola de Minas, v. 54, 1. Ouro Preto, Minas Gerais.

LAKATOS, E. M. & Marcone. Fundamentos de metodologia científica. 7 ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LIMA, I. N.; MOURA, M.J.N.A.; COSTA, M.L.C. Materiais Didáticos Manipuláveis: Investigações Sobre seu Uso nas Aulas de Matemática. III CONEDU, Natal-RN, 2016. Disponível em: http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV056_MD1_SA8_ID8213_15082016164626.pdf . Acesso em: 20 de dez 2019.

LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

MARQUES, N. L. R. Teorias da Aprendizagem. Pelotas: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul Rio Grandense, 2013.

MATOS, C.C. de. A produção textual de alunos do ensino superior, a partir do texto jornalístico. 2016. 177 f. Dissertação (Mestrado em Letras e Ciências Humanas) – Universidade do Grande Rio. UNIGRANRIO. Duque de Caxias, Rio de Janeiro. 2016.

MIGUENS, Altineu Pires. Navegação: a Ciência e a Arte. Rio de Janeiro: Diretoria de Hidrografia e Navegação, 1996. v. 2.

MOREIRA, Antonio Flavio; SILVA, Tomaz Tadeu (Org.). Currículo, cultura e sociedade. 10. ed. São Paulo: Cortez, 2008.

MOREIRA, Fabrício Borges. Uma sequência didática para o estudo de derivadas no Ensino Médio. São Carlos, 2018. 67 p. Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2018.

MOREIRA, M. A. Comportamentalismo, construtivismo e humanismo. Coletânea de breves monografias sobre teorias de aprendizagem como subsídio para o professor pesquisador, particularmente da área de ciências. 2. ed. Porto Alegre: UFRGS, 2016. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/~moreira/Subsidios5 . Acesso em: 10 dez. 2019.

OLIVEIRA, B. K. S.; *et al*. Materiais Manipuláveis como Metodologia de Ensino e Aprendizagem de Geometria Espacial: Uma Proposta de Ensino. VII ENCONTRO NACIONAL DAS LICENCIATURAS, UECE, Fortaleza-CE, 2018, p. 1-13. Disponível em: http://editorarealize.com.br/revistas/enalic/trabalhos/443-55326-29112018-095731.pdf. Acesso em: 20 de dez 2019.

PATAKI, I. Geometria esférica para a formação de professores: uma proposta interdisciplinar. São Paulo, 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

_________. Geometria esférica para a formação de professores: uma proposta interdisciplinar. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

PEREIRA, A. C. C. A Trigonometria Esférica presente na obra de triangulis de regiomontanus. X Seminário Nacional da História da Matemática. Sociedade Brasileira de História da Matemática. 2013.

RIBEIRO, F.M; PAZ, M.G. O ensino da matemática por meio de novas tecnologias. Revista Modelo, FACOS/CNEC, Osório, ano 2, vol.2, nº 2, 2012, p. 12-21.

RODRIGUES, F. C. ; GAZIRE, E. S. Reflexões sobre uso de Material Didático Manipulável no Ensino de Matemática: da Ação Experimental à Reflexão. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 187-196, 2012.

ROGENSKI, Maria Lúcia Cordeiro; Pedroso, Sandra Mara Dias. (2007). *O Ensino da Geometria na Educação Básica:* Realidade e Possibilidades. Disponível na Internet: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf. Acessado em: 18 de dezembro de 2019.

RUFATO, Sônia Aparecida Carreira. Sistemas lineares, aplicações e uma sequência didática. São Carlos, 2013. 53 p. Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2013.

SANTOS, J. J. A.; MOITA, F. M. G. S. C. Objetos de Aprendizagem e o Ensino de Matemática Análise de sua importância na aprendizagem de conceitos de probabilidade. 2° Encontro regional de educação matemática – EREM, Rio Grande do Norte, Brasil, 2009. Disponível em: http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/artigos/objetos/comunica13.pdf . Acesso em 19 de dez, 2019.

SANTOS, M. A. Novas tecnologias no ensino de matemática: possibilidades e desafios, 2010, p. 38-45. Disponível em: http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/modelos/agosto_2011/pdf/novas_tecnologias_no_ensino_de_matematica_-_possibilidades_e_desafios.pdf . Acesso em 20 de dez, 2019.

SHYRLENE Martins de Abreu; OTTONI, Jose Eloy. Geometria Esférica e Trigonometria Esférica aplicadas à Astronomia de Posição. 2015, 41. Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT, Universidade Federal de São João Del-Rei - UFSJ / Campus Alto Paraopeba - CAP Sociedade Brasileira de Matemática – SBM.

SILVA, E. R. da.; MENDES, M. J. de FREITAS. O surgimento das Trigonometrias Plana e Esférica em diferentes culturas. XI Seminário Nacional da História da Matemática. Sociedade Brasileira de História da Matemática. 2014.

SILVA, J.C. da. Os teoremas de Menelaus e Ceva. 128f. 2015. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco. UFRPE. Recife, Pernambuco.2015.

SILVA, M.A.A; BRAZ, L.H.C. Geometria espacial no ensino médio: investigação sobre as dificuldades no ensino-aprendizagem. VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Ulbra – Canoas –Rio Grande do sul – Brasil., 2017.

SILVA, Tomaz Tadeu. Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

SILVA, W.; CLARO, G. R.; MENDES, A. P. Aprendizagem Significativa e Mapas Conceituais. EDUCARE, XIII CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2017, p. 22694- 22705. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/24179_12230.pdf . Acesso em: 15 de dez 2019.

SILVA JUNIOR, C. G. O Livro Didático de Matemática e o Tempo. Revista de Iniciação Científica da FFC, v. 7, n. 1, p.13-21, 2007.

SOUZA, Pablo Mendes Peres de. Intervenção Prática para Aplicação de Sequência Didática com Alunos de Licenciatura em Matemática / Pablo Mendes Peres de Souza. - 2017. 52 f.: il. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.PROFMAT, 2017.

TASHIMA, Marina Massaco; SILVA, Ana Lúcia da. As lacunas no ensino aprendizagem da geometria, 2009. Disponível em: http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_marina massaco_tashima.pdf. Acesso em 18 de dezembro de 2019.

TAYLOR, Frederick Winslow. Princípios de administração científica. Tradução Arlindo Vieira Ramos. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1957.

TEIXEIRA, F.G. Perspectivas Axonométricas e Vistas Principais no Ensino de Geometria Descritiva. Educação Gráfica.Ano 2016 - V.20 – Nº. 02, p. 289-302.

VALE, I. Materiais manipuláveis. Edição do Laboratório de Educação Matemática. Departamento de Matemática, Ciência e Tecnologia do Instituto Politécnico de Viana do Castelo-PT.. 1ª edição – 2ª tiragem - outubro 2002.

VERGARA, S. C. Projetos e relatórios de pesquisa em Administração. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

VIEIRA, G.; PAULO, R.M. O desenvolvimento do pensamento geométrico via resolução de problemas: uma alternativa para o ensino de geometria. XIII Encontro Latino Americano de Iniciação Científica e IX Encontro Latino Americano de Pós-Graduação – Universidade do Vale do Paraíba, 2009.

VIEIRA, M. M. Educação e Novas Tecnologias: o papel do professor nesse cenário de inovações. Revista Espaço Acadêmico, nº129, 2012, p. 95-102.

ZABALA, Antoni. A Prática Educativa - Como ensinar. Porto Alegre - RS: Artmed, 1998.

ZICCARDI, L. R. N. ; FUSCO, C. A. S. . Aprendizagem Significativa de Matemática em um Curso Superior de Engenharia Utilizando o Geogebra. Ensino da Matemática em Debate (ISSN 2358-4122) v. 6, n. 2 (2019): v. 6 - n. 2 Sumário https://revistas.pucsp.br/emd/issue/view/2091, PUCSP, p. 84 - 95, 31 ago. 2019.