



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS  
E MATEMÁTICA**

**ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU EM UMA  
TURMA DE 9º ANO: ALGUNS OLHARES PARA A  
APRENDIZAGEM MEDIADA POR TECNOLOGIAS**

**ADRIANO ARAÚJO DO NASCIMENTO**

**SEROPÉDICA / RJ  
Março de 2020**

N244e Nascimento, Adriano Araújo, 1983-  
ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU EM UMA  
TURMA DE 9º ANO: ALGUNS OLHARES PARA A APRENDIZAGEM  
MEDIADA POR TECNOLOGIAS / Adriano Araújo Nascimento.  
- Nova Iguaçu, 2020.  
202 f.: il.

Orientador: Marcelo Almeida Bairral.  
Dissertação (Mestrado). -- Universidade Federal Rural  
do Rio de Janeiro, PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA, 2020.

1. Função do 1º Grau. 2. Ensino Fundamental. 3.  
Facebook. 4. GeoGebra. 5. Dinâmica colaborativa. I.  
Bairral, Marcelo Almeida, 1969-, orient. II  
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA III. Título.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS  
E MATEMÁTICA**

**ADRIANO ARAÚJO DO NASCIMENTO**

**ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU EM UMA TURMA DE  
9º ANO: ALGUNS OLHARES PARA A APRENDIZAGEM MEDIADA POR  
TECNOLOGIAS**

*Sob a orientação do professor Doutor*

**Marcelo Almeida Bairral**

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática, no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática.

**SEROPÉDICA / RJ  
Março de 2020**



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO**  
**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS**  
**E MATEMÁTICA**

**ADRIANO ARAÚJO DO NASCIMENTO**

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática, no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 30/03/2020

---

Dr<sup>o</sup> Marcelo Almeida Bairral / UFRRJ

---

Dra. Gisela Maria Pinto da Fonseca / UFRRJ

---

Dr. Wellerson Quintaneiro da Silva – CEFET/RJ

## DEDICATÓRIA

*“À minha família, em especial aos meus pais Luiz e Marlene, e minhas irmãs Aline e Adriana, por sempre me incentivarem e serem pacientes nos meus momentos de ausência e desespero. Vocês são os bens mais preciosos que tenho na minha vida! Dedico esse trabalho também a todos os meus alunos, pois eles também são os responsáveis pela minha busca incessante pelo conhecimento e aperfeiçoamento das minhas práticas pedagógicas. A sala de aula é, sem dúvida alguma, um grande laboratório de pesquisa científica. Diariamente ensino e aprendo, não apenas Matemática, mas também com as histórias de vidas dessas crianças. Semear, regar, cuidar e ver florescer, são alguns dos verbos que me movem enquanto educador.”*

## AGRADECIMENTOS

Durante o processo de produção dessa dissertação contei com o incentivo de muitas pessoas. Atravessei momentos difíceis que ao invés de me fazerem desistir serviram como incentivo maior para que eu chegasse à etapa de conclusão. Na vida não há perdas ou ganhos, mas aprendizagens diárias. De todas as situações vividas é preciso extrair lições que nos tiram da zona de conforto e nos ensinam a trilhar novos caminhos. Expresso minha gratidão a todos que, direta ou, contribuíram para que um dos meus sonhos se tornasse realidade, não mencionarei nomes indiretamente para não correr o risco de ser injusto.

Agradeço ao meu orientador Marcelo Almeida Bairral, pela orientação prestada, pelas críticas e sugestões que enriqueceram minha pesquisa, pelo direcionamento nos momentos de incertezas e pela disponibilidade prestada. Exprimo aqui minha admiração e gratidão pelas trocas de saberes e novos olhares sobre a Educação que me proporcionou.

Agradeço aos professores Dr Wellerson Quintaneiro da Silva e Dra. Gisela Maria Pinto da Fonseca. Certamente os seus apontamentos me fizeram refletir sobre diversos aspectos do meu texto que enriqueceram a versão final do meu trabalho de pesquisa. As contribuições foram valiosas na qualificação e na defesa da minha dissertação.

Agradeço todos os professores do PPGEducIMAT e os amigos que fiz durante essa jornada, em especial a companheira Ednara com quem sempre mantive maior aproximação. A todos esses amigos, digo que permanecerão na minha memória, principalmente pela aprendizagem construída em nossas sextas-feiras. Nossos momentos serviram como terapia, entre alunos e professores, enriquecidos por boas reflexões do quadro da educação brasileira, nossas realidades e nossas perspectivas. Sinto-me renovado por “beber” na fonte do conhecimento, com profissionais tão competentes e comprometidos com uma educação de qualidade. Fortalecemo-nos enquanto unidade nos momentos de desespero e fizemos parcerias para que ninguém desistisse de alcançar mais essa conquista profissional e de vida.

Agradeço ao GEPETICEM pelas trocas constantes e novas leituras sobre pesquisas e tendências da Educação Matemática e suas Tecnologias.

Agradeço aos amigos Adnê Jefferson e Elaine Martinassi pelo apoio prestado, principalmente na primeira etapa do desenvolvimento dessa pesquisa, serei eternamente grato pelo tempo dispensado e pelas dicas sugeridas.

Agradeço a diretora Deise Barroso e a Subsecretaria de Ensino da SME/RJ pela autorização da realização dessa pesquisa na Escola Municipal Irineu Marinho.

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)  
pelo apoio ao PPGEducIMAT.

## RESUMO

Essa dissertação teve como objetivos elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática sobre Função e Função Polinomial do 1º Grau, utilizando como estratégias pedagógicas para o enriquecimento interativo de atividades propostas no *Facebook* e com o aplicativo *GeoGebra* para *smartphone*. Os sujeitos da pesquisa foram alunos de uma turma de 9º do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal localizada no bairro de Marechal Hermes, zona norte do Rio de Janeiro. Na coleta de dados foram usadas as seguintes estratégias: as transcrições de áudios capturadas durante a realização das atividades, o diário de campo do pesquisador, as fichas de respostas de atividade, as interações no *Facebook* e demais produções dos discentes. A análise aponta que a realização de atividades em grupos é uma dinâmica muito proveitosa para o desenvolvimento sócio cognitivo dos estudantes, pois suscitam conjecturas e conhecimentos que possibilitam a apropriação de conceitos matemáticos durante o processo de aprendizagem discente. Trata-se, portanto, de uma inovação que foca no aprendizado potencializado por recursos diversos em uma prática que incentiva a reflexão e a colaboração. No que diz respeito a utilização do *Facebook* observamos potencialidades, mas é imprescindível o acompanhamento do professor em espaços virtuais, argumentando e interagindo com os alunos durante todo o processo. Quanto ao *GeoGebra* para *smartphone*, no escopo dessa pesquisa, seu uso não atingiu os objetivos esperados. De forma geral a sequência didática elaborada e proposta pode ser considerada eficiente para os objetivos esperados. Foi possível perceber um aprimoramento conceitual dos estudantes frente às situações propostas ao longo da intervenção, observado o aperfeiçoamento desde os conhecimentos preliminares até a apropriação novas ideias e conceitos sobre Função. O trabalho coletivo por meio de ações como observar, discutir e avaliar situações evidenciou a importância da fala de cada participante dos grupos de alunos, exercendo assim papel ativo em seu aprendizado. A sequência didática foi o produto educacional gerado pela presente pesquisa.

NASCIMENTO, ADRIANO ARAÚJO. **Ensino de Função Polinomial do 1º Grau em uma Turma de 9º ano: Alguns Olhares Para Aprendizagem Mediada por Tecnologias**, 2020. 202 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2020.

**Palavras-chave:** Função do 1º Grau, Ensino Fundamental, Facebook, GeoGebra

## ABSTRACT

This study aims at developing, applying and analyzing a didactic sequence on Function and Polynomial Function of the 1st Degree, using Facebook and an application called *GeoGebra para smartphone* as teaching strategies in order to an interactive enrichment of proposed activities. The investigation subjects of this research are the students of 9th grade class at a Public Elementary School in Marechal Hermes, North Zone in the city of Rio de Janeiro. Transcriptions gathered during the activities, a field diary, answers cards related to the activity, the interactions at *Facebook* and other material produced by the students are the strategies used to collect data. The analysis points out that workgroup is a very useful dynamics to the students, for the social cognitive development of the students because they elicit conjectures and knowledge to enable the ownership of mathematical concepts during the students learning process. This is therefore an innovation that focuses on learning empowered by diverse resources in a practice that encourages reflection and collaboration. With regard to the use of *Facebook*, it is possible to observe potential, but the teacher is an essential character in virtual spaces, arguing and interacting with the students throughout all the process. Turning to *GeoGebra* for smartphone, in the scope of this research, its use did not achieve the expected goals. In general, the didactic sequence elaborated and proposed can be considered effective for the expected goals. It was possible to perceive a conceptual improvement of the students in face of the proposed situations throughout the intervention, observing the improvement from the preliminary knowledge to the appropriation of new ideas and concepts on Function. The collective work through actions such as observing, discussing and evaluating situations highlighted the importance of the speech of each participant of the groups of students, thus playing an active role in their learning. The didactic sequence was the educational product generated by this current research.

NASCIMENTO, ADRIANO ARAÚJO. **Polynomial Function degree 1st in 9th grade: Some observation for a learning process guided through Technologies**, 2020. 202 p. Dissertação (Master in Mathematics and Science of Education). Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2020.

**Keyword:** Polynomial Function degree 1st, Elementary School, Facebook, GeoGebra

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1** – Descritores de Matemática para o 3º Bimestre do ano de 2019 – SME/RJ
- Figura 2** – Mapa Conceitual sobre o Ensino de Função e Função Polinomial do 1º Grau
- Figura 3** – Tela do Grupo da turma 1901 / 2019
- Figura 4** - Funcionalidades do Grupo do Facebook
- Figura 5** - Tela inicial e recursos de entrada para inserir uma Função no GeoGebra
- Figura 6** – Tela do Grupo do Facebook – 1901 E. M. Irineu Marinho
- Figura 7** – Tela inicial do vídeo educativo – MultiRio
- Figura 8** – Sequência de atividades realizadas no GeoGebra variando os coeficientes a e b
- Figura 9** – Atividade 1 – Problema 1 (Grupo 4)
- Figura 10** – Atividade 1 – Problema 2 (Grupo 4)
- Figura 11** – Atividade 1 – Problema 3 (Grupo 4)
- Figura 12** - Atividade 2 – Problema 4
- Figura 13** – Vídeo auxiliar para o Problema 4
- Figura 14** – Interação do aluno A3G1 e o professor no grupo do *Facebook* (I)
- Figura 15** – Interação do aluno A3G1 com o professor no grupo do *Facebook* (II)
- Figura 16** – Interação do aluno A2G5 com o professor no grupo do Facebook
- Figura 17** – Atividade 2 (PII) – Problema 5 (Grupo 4)
- Figura 18** – Atividade 2 (PII) – Problema 6 e 7 (Grupo 4)
- Figura 19** – Atividade 2 (PII) – Problema 8 (Grupo 4)
- Figura 20** - Atividade 3 – Material disponibilizado no grupo do *Facebook*
- Figura 21** – Interação dos alunos com a proposta da Atividade 3 (I)
- Figura 22** – Interação dos alunos com a proposta da Atividade 3 (II)
- Figura 23** – Atividade 3 (PII) - Problemas 11 e 12 (Grupo 4)
- Figura 24** – Atividade 3 (PII) - Problemas 13 (Grupo 4)
- Figura 25** - Atividade 3 (PII) – Problema 14 (Grupo 4)
- Figura 26** - Atividade 4 – Construção de Gráfico em Malha Quadriculada (Grupo 4)
- Figura 27** - Atividade 4 – Cálculo algébrico de pontos do gráfico (Grupo 4)
- Figura 28** – Estudo Dirigido respondido (Grupo 4) – Parte I – I

## LISTA DE QUADROS

**Quadro 1** - Organização bibliográfica de teses e dissertações

**Quadro 2** - Organização bibliográfica de artigos científicos

**Quadro 3** – Etapas do processo de pesquisa dos autores Neves e Resende (2016)

**Quadro 4** - Etapas do processo de pesquisa dos autores Santos e Barbosa (2016)

**Quadro 5** - Etapas do processo de pesquisa dos autores Brum e Pereira (2016)

**Quadro 6** – Estudo comparativo das Referências Curriculares

**Quadro 7** – Comparativo dos Eixos Centrais das Diretrizes Curriculares

**Quadro 8** – Evolução Histórica do Conceito de Função

**Quadro 9** – Conhecimentos envolvidos por problema proposto

**Quadro 10** – Perfil dos alunos pesquisados e suas vivências em espaços virtuais

**Quadro 11** - Problemas e as Habilidades

**Quadro 12** – Transcrição do áudio durante desenvolvimento do P.1/AT.1

**Quadro 13** – Transcrição do áudio durante desenvolvimento do P.2 /AT.1

**Quadro 14** – Transcrição do áudio durante desenvolvimento do P.3 /AT.1

**Quadro 15** – Quadro resumitivo da avaliação de níveis dos problemas iniciais

**Quadro 16** - Respostas dos alunos para o Problema 4 no grupo do *Facebook*

**Quadro 17** – Transcrição do áudio durante desenvolvimento do P.5 /AT.2(II)

**Quadro 18** - Panorama geral dos resultados da análise de dados e resultados - Problemas

**Quadro 19** – Transcrição de áudio -Estudo Dirigido (Grupo 4) – Parte I - I

**Quadro 20** - Panorama geral dos resultados da análise de dados e resultados - Gráficos

## **LISTAS DE ANEXOS**

Anexo A – Autorização para pesquisa em escola da Rede Municipal da Cidade do Rio de Janeiro

Anexo B – Atividade 1 - Conhecimentos Preliminares

Anexo C – Atividade 2 - Funções e Relações

Anexo D – Atividade 3 - Funções Polinomiais do 1º Grau e Problemas

Anexo E – Atividade 4 - Construção de Gráficos em Malha Quadriculada

Anexo F - Estudo Dirigido I

## **LISTAS DE APÊNDICES**

Apêndice A – Questionário

Apêndice B – Sequência Didática

## **LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**BNCC** - Base Nacional Comum Curricular

**EMP**- Educação Matemática Pesquisa

**EF** – Ensino Fundamental

**EM** – Ensino Médio

**EPF** – Escola Paulo Freire

**GEPETICEM** – Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática

**JIEEM** – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática

**IDEB** – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

**JIEEM** – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática

**OCM / RJ** – Orientações Curriculares de Matemática da SME / RJ

**PCN** – Parâmetros Curriculares Nacionais

**PPGEduCIMA** – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

**PUC** – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

**ReEnCiMa** – Revista de Ensino de Ciências e Matemática

**REVEMAT** – Revista Eletrônica de Educação Matemática

**SEEDUC / RJ** – Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro

**SME / RJ** Secretaria Municipal de Educação da Cidade do Rio de Janeiro

**TDIC** - Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação

**UFRRJ** – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

**UFMA** – Universidade Federal do Maranhão

**UNESP** – Universidade do Estado de São Paulo

**UNIÓN** – Revista Ibero-americana de Educação Matemática

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	15
Trajetória Pessoal.....	17
Objetivos Gerais .....	18
Objetivos Específicos.....	18
Estrutura da Dissertação.....	18
<b>CAPÍTULO I</b> .....	20
1. Função Polinomial do 1º Grau: um mapeamento de pesquisas .....	20
1.1 Revisão bibliográfica .....	21
1.2 Referenciais Curriculares: uma análise comparativa.....	42
<b>CAPÍTULO II</b> .....	52
2. O Estudo de Função e o Uso de Mídias Digitais .....	52
2.1 O Ensino de Função: aspectos históricos, conceituais e curriculares .....	52
2.1.1 Aspectos históricos e conceituais.....	52
2.1.2 Aspectos curriculares .....	54
2.1.3 Função Polinomial do 1º Gau ou Função Afim.....	60
2.2 O uso do <i>Facebook</i> como Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA).....	62
2.3 <i>GeoGebra</i> : Enriquecendo os conhecimentos sobre Função Polinomial do 1º Grau .....	67
<b>CAPÍTULO III</b> .....	70
3. Procedimentos Metodológicos.....	70
3.1 O contexto e os participantes .....	70
3.2 Elaborando uma sequência didática.....	74
3.3 Analisando os dados da pesquisa.....	74
<b>CAPÍTULO IV</b> .....	85
4. Analisando Saberes em Grupos com Dinâmica Colaborativa .....	85
4.1 Análise da Atividade 1 .....	85
4.1.1 Análise do Problema 1 .....	86
4.1.2 Análise do Problema 2 .....	89
4.1.3 Análise do Problema 3 .....	92
4.2 Análise da Atividade 2.....	99
4.2.1 Análise da Atividade 2 (Parte I).....	99
4.3 Análise da Atividade 2 (Parte II) .....	106

4.3.1 Análise do Problema 5 .....	107
4.3.2 Análise dos Problemas 6 e 7 .....	108
4.3.3 Análise do Problema 8 .....	110
4.4 Análise da Atividade 3 (Parte I) .....	112
4.5 Análise da Atividade 3 (parte II) .....	116
4.5.1 Análise dos Problemas 11 e 12 .....	117
4.5.2 Análise do Problema 13 .....	118
4.5.3 Análise do Problema 14 .....	120
4.6 Alguns olhares sobre a análise a partir dos objetivos específicos .....	128
<b>CAPÍTULO V</b> .....	<b>132</b>
5. Estudo Gráfico: analisando as interpretações dos alunos .....	132
5.1 Análise da Atividade 4.....	133
5.2 Análise do Estudo Dirigido.....	135
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>145</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>148</b>
<b>APÊNCIDE A</b> .....	<b>151</b>
<b>APÊNDICE B</b> .....	<b>153</b>
<b>ANEXO A</b> .....	<b>192</b>
<b>ANEXO B</b> .....	<b>193</b>
<b>ANEXO C</b> .....	<b>195</b>
<b>ANEXO D</b> .....	<b>198</b>
<b>ANEXO E</b> .....	<b>200</b>
<b>ANEXO F</b> .....	<b>201</b>

## INTRODUÇÃO

As constantes modificações vivenciadas pela sociedade ao longo do tempo apontam para a forma como ela se organiza. Se compararmos, por exemplo, um carro ou a própria forma de se vestir de alguns anos atrás com as tendências atuais, observamos tamanhas as mudanças que ocorreram ao longo do tempo. As últimas décadas, em especial, têm sido marcadas pelas transformações provocadas pela inserção de inovações tecnológicas em diferentes contextos sociais. Abrir um e-mail, acessar uma rede social, trocar mensagens via *WhatsApp*, utilizar um aplicativo para locomoção e tantas outras possibilidades estão presentes no nosso cotidiano. Visualizar, curtir, compartilhar, receber e enviar são algumas das ações rotineiras que presenciamos em diferentes lugares que circulamos, principalmente no toque sensível da tela do celular. Todas essas transições não poderiam se dissociar da rotina escolar, em particular da própria sala de aula, provocando a necessidade de o professor repensar suas práticas pedagógicas no sentido de potencializar o processo de ensino-aprendizagem, aliado ao uso dessas inovações. Os próprios documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), têm como uma das competências a ser desenvolvida pelos alunos a utilização de tecnologias digitais. Ainda assim, vivemos em estruturas escolares com o mesmo formato de 50 anos atrás, onde o professor é o centro do conhecimento e a própria organização da dinâmica de sala de aula está centrada em alunos enfileirados direcionados para um quadro, que eventualmente hoje é branco, e utiliza piloto para escrita ao invés de giz.

Diante desse novo cenário e da minha experiência diária, passei a rever minhas práticas pedagógicas de sala de aula e as possibilidades de utilização de algumas tecnologias digitais no sentido de enriquecer minhas aulas. Uma primeira experiência que tive foi a utilização de um grupo fechado do *Facebook* em conjunto com professores de outras disciplinas em uma turma de 9º ano em 2017. Naquela ocasião os alunos compartilhavam trabalhos, assim como os professores disponibilizavam materiais, sendo uma vivência bem proveitosa, principalmente pela participação ativa e constante dos alunos. Nesse mesmo ano utilizei o aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* para alunos dessa mesma turma, cujo objetivo era observar o comportamento de Funções do 1º Grau quando seus coeficientes eram modificados. A partir dessas experiências isoladas e dos desafios constantes da sala de aula emerge o problema dessa pesquisa: Quais são as contribuições ao ensino de Função e Função Polinomial do 1º grau quando articulamos recursos variados as tecnologias digitais? O objetivo dessa investigação é tentar responder de que maneira as tecnologias, incorporadas aos modelos pedagógicos geralmente utilizados, pode

ser benéfica ao processo de ensino e aprendizagem do conceito de Função e, particularmente, a Função Polinomial do 1º Grau.

Na proposta dessa pesquisa elaboramos uma sequência didática, composta de quatorze problemas, distribuídos em quatro atividades e um estudo dirigido. Durante o desenvolvimento das atividades estimulamos variadas formas do aluno exercer seu protagonismo no processo de aprendizagem. Partindo de desafios envolvendo situações problemas e desafiando os estudantes sobre seus conhecimentos preliminares, conduzimos o ensino de Função e Função Polinomial do 1º Grau, em uma turma do 9º ano do EF, utilizando diferentes estratégias, que ampliaram e enriqueceram as formas variadas de apresentação e compreensão desse assunto, não se limitando ao pensamento algébrico e gráfico.

No desenvolvimento das atividades utilizamos como recursos tecnológicos a rede social *Facebook* como Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), o aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* e vídeos educativos suscitando algumas provocações iniciais nos alunos. Além disso, foram utilizados recursos mais usuais como situações problemas em fichas de atividades e a utilização de malha quadriculada para construção de gráficos. Ainda no sentido de inovação de práticas, o desenvolvimento das atividades foi proposto para grupos colaborativos determinados, sendo analisadas as interações dos alunos e as contribuições dessa proposta no processo de aprendizagem.

A partir da leitura de vários textos que possuem contato direto com essa pesquisa, busquei concentrar o desenvolvimento dessa dissertação baseado nos trabalhos de Neves e Resende (2016), Santos e Barbosa (2016) e Brum e Pereira (2018), sendo utilizado também como referenciais bibliográficos os trabalhos de: Caraça (1989), Lima *et.al* (2001), Tinoco (2001) e Rezende (2012). As pesquisas e trabalhos desses autores contribuíram no planejamento da sequência didática proposta, bem como no processo de estruturação de conceitos utilizados e na análise de dados dessa pesquisa. Foram usadas também as orientações contidas nos documentos oficiais e que norteiam o currículo escolar da rede pública municipal da cidade do Rio de Janeiro, a saber: a BNCC, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e as Orientações Curriculares de Matemática da Secretaria Municipal de Educação (OCM/RJ).

## TRAJETÓRIA PESSOAL

Formei-me em 2009 pela Universidade Gama Filho no curso de Licenciatura em Matemática. Em 2010 passei no concurso de professor docente I da SEEDUC /RJ-16 horas, iniciando minhas atividades em junho daquele ano. Em 2012 fui aprovado no concurso para Professor de Ensino Fundamental (PEF) da SME/RJ – 40 horas, começando a lecionar em outubro. Atualmente continuo atuando nas duas secretarias nos anos finais de Ensino Fundamental II. A sala de aula é um espaço de constante aprendizagem não só para os alunos, mas também para o professor. Diariamente é necessário se reinventar para conquistar a atenção do aluno, o seu respeito e, em tempos difíceis, a admiração pela figura que representamos. Deparamo-nos com muitas histórias de vida, algumas delas muito tristes, que refletem o comportamento e a desmotivação de alguns desses alunos.

Afastado oito anos da academia e diante da minha inquietação profissional, principalmente devido à falta de motivação dos estudantes, em 2017 busquei um curso de especialização. Na ocasião fiz o programa de Residência Docente, vinculado à Pró-reitora de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, o que me impulsionou retomar projetos e estudos que viessem me auxiliar nas minhas práticas pedagógicas diante dos novos tempos que vivemos. Durante aquele ano participei do V Seminário do GEPETICEM/UFRRJ<sup>1</sup> e fiquei bem envolvido com as pesquisas desenvolvidas pelos integrantes do grupo. Encontrei ali a oportunidade de cursar um mestrado profissional alinhado a um tema que me interessava: o uso de inovações tecnológicas. Busquei informações sobre o mestrado, realizando leituras da bibliografia sugerida no processo seletivo anterior, me inscrevi, elaborei o projeto “*O Uso de Aplicativos de Celular: uma perspectiva de saberes por meio de Estudo Dirigido*”, realizei a prova de ingresso e em seguida a defesa oral do meu projeto, sendo aprovado ao final do processo seletivo.

O ingresso no PPGEducIMAT/UFRRJ<sup>2</sup> foi uma das grandes conquistas da minha vida. Além da possibilidade de voltar a estudar, encontrei nessa caminhada grandes amigos, que contribuíram ao longo dessa jornada com as trocas de experiências nas aulas do programa, e excelentes professores, que me permitiram enxergar sobre novas lentes os processos de ensino-aprendizagem na escola básica. Como orientando do professor Marcelo Bairral, eu passei a

---

<sup>1</sup> Disponível em: < <http://www.gepeticem.ufrj.br/portal/>> Acesso em 11 fev.2019

<sup>2</sup> Disponível em: < <http://cursos.ufrj.br/posgraduacao/ppgeducimat/>> Acesso em 11 fev.2019

participar dos encontros do GEPETICEM, que têm contribuído significativamente para reflexões das minhas práticas pedagógicas e as potencialidades que, em especial, as tecnologias nos oferecem na construção de novos cenários didáticos.

## **OBJETIVO GERAL**

Essa pesquisa investiga possibilidades de inovações no Ensino de Funções e Função Polinomial do 1º Grau utilizando recursos variados, explorando as potencialidades das tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem.

## **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Analisar o aprendizado dos alunos em situações envolvendo o conceito de Função e Funções Polinomiais do 1º Grau, particularmente, as suas variadas formas de representação (gráfica, tabular, algébrica ou pictórica);
- Verificar a potencialidade da rede social *Facebook* como espaço de aprendizagem colaborativa de conceitos de Função do 1º Grau;
- Observar de que maneira a disponibilização de mídias em um espaço virtual de aprendizagem, através de vídeos e situações problemas, contribuem para aprimoramento dos conhecimentos preliminares dos alunos.
- Identificar as contribuições da utilização do aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* no estudo de Funções do 1º grau;
- Elucidar dificuldades e contribuições da utilização dessa proposta na construção de significados pelos alunos no processo de aprendizagem relacionada a Função Polinomial do 1º Grau.

## **ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO**

Essa dissertação será estruturada em cinco capítulos, assim organizada:

Capítulo 1 — Nesse primeiro capítulo apresento a revisão da literatura recente buscando a produção de autores que problematizam a abordagem do conceito de função e a inserção de tecnologias digitais no ensino de Matemática, pesquisas essas realizadas entre os anos de 2016 e 2019. Além de artigos, teses e dissertações, foram analisados também os documentos oficiais: PCN, OCM/RJ e BNCC, buscando as diretrizes para o ensino de Função no 9º ano do Ensino Fundamental. Após o processo de leitura escolhemos três dessas pesquisas (NEVES;

RESENDE, 2016; SANTOS; BARBOSA, 2017; BRUM; PEREIRA, 2018), colaborando para o planejamento das atividades propostas na sequência didática utilizada.

Capítulo II — Nesse capítulo são explorados os três eixos que norteiam esse trabalho: 1) A ideia de Funções e as particularidades da Função Polinomial do 1º Grau, 2) A utilização da rede social *Facebook* como um espaço colaborativo e de aprendizagem, analisando as possibilidades de comunicação, interação e compartilhamento de mídias num grupo fechado dessa rede social; 3) A utilização do *software GeoGebra* como aplicativo para *smartphone*, auxiliando os alunos no processo de construção e identificação de relações entre o coeficiente e o comportamento de gráficos de Funções Polinomiais do 1º Grau. Especificamente nesse capítulo utilizo as contribuições teóricas de Caraça (1989), Lima *et.al* (2001) e os resultados das pesquisas de Tinoco (2001) e Rezende (2012) relacionadas ao ensino de Função.

Capítulo III — Desenvolvimento Metodológico – Nesse capítulo são apresentados os bastidores da construção da sequência didática que será proposta, o contexto e os participantes da pesquisa e as habilidades a serem observadas na resolução dos Problemas e do Estudo Dirigido. Para cada atividade foram elencadas pelo autor as habilidades pretendidas, a forma de coleta de dados.

Capítulo IV — Nesse capítulo são apresentados e discutidos os resultados das três primeiras atividades propostas na sequência didática. Para tal foram analisadas as respostas das fichas de atividades dos alunos, a transcrição de áudio referente ao momento de realização das atividades, o diário de campo da pesquisa e as impressões do pesquisador na vivência de implementação da sequência proposta. As discussões dos resultados foram feitas de forma particular para cada problema proposto e considerando aportes teóricos relacionados.

Capítulo V — Finalmente nesse capítulo são apresentados os resultados da atividade 4 que propunha a construção de gráficos em papel milimetrado e a análise do Estudo Dirigido utilizando o aplicativo *GeoGebra*. Para essa análise foi utilizada a transcrição de áudio referente ao momento de realização das atividades, o diário de campo da pesquisa e as respostas contidas no Estudo. Através das evidências observadas são realizadas as inferências sobre essa proposta após realização da sua prática.

## CAPÍTULO I

### 1. FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU: UM MAPEAMENTO DE PESQUISAS

Inicialmente, como parte da revisão de literatura, realizamos um levantamento sistemático sobre a abordagem de Funções Polinomiais do 1º Grau, no período de 2016 a 2019, em produções disseminadas em plataformas de pesquisa: no Google Acadêmico<sup>3</sup> e em artigos científicos publicados em revistas com boas recomendações pela Plataforma Sucupira<sup>4</sup>, classificadas como A1, A2, B1 e B2. O propósito inicial dessas pesquisas foi encontrar na literatura recente um referencial teórico que dialogasse com os objetivos da minha pesquisa. No mapeamento dessas produções científicas, disponibilizados nessas fontes, empregamos como filtros as palavras: “Funções” / “Função”, “Facebook” e “GeoGebra”. Durante leitura e análise dos textos buscamos quais as possibilidades da abordagem do conceito de Função, bem como a forma como é realizada a exploração desse assunto na Educação Básica. Além disso, como a pretensão desta pesquisa é a utilização de recursos variados, especialmente, por meio de abordagens que conciliem a interação em ambientes virtuais e o uso de *softwares* matemáticos em atividades na sala de aula, exploramos artigos que apresentassem relações com o uso da rede social *Facebook*, como espaço de aprendizagem, e a utilização do aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* em atividades relacionadas à construção de gráficos de funções polinomiais do 1º Grau. O emprego desses filtros está justificado pela relação direta que possuem com objetivos específicos dessa pesquisa e que fazem parte da proposta metodológica que será desenvolvida.

Além dos artigos, compõe parte da bibliografia capítulos de livros, que de alguma maneira contribuam no embasamento teórico desse texto, sugestões de atividades pedagógicas disponibilizadas nas plataformas digitais e com autorização prévia para reprodução didática e os documentos oficiais, fundamentais para organização curricular e estruturação do planejamento didático escolar. Destacamos que os documentos utilizados para analisar as diretrizes curriculares foram os seguintes: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)<sup>5</sup> e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)<sup>6</sup> — ambos documentos elaborados pelo Ministério

---

<sup>3</sup> Disponível em: <https://scholar.google.com.br/> Acesso em 11 mar.2019

<sup>4</sup> Disponível em <https://www.capes.gov.br/avaliacao/plataforma-sucupira> Acesso em 14 mar.2019

<sup>5</sup> Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> Acesso em 15.mar.2019

<sup>6</sup> Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica> Acesso em 9.mar.2019

da Educação (MEC) e as Orientações Curriculares de Matemática (OCM / RJ)<sup>7</sup>—elaborada pela Secretaria Municipal de Educação da Cidade do Rio de Janeiro SME / RJ, responsável pela produção do currículo das escolas municipais. No Quadro 6 apresentamos um estudo comparativo desses documentos utilizando como referências: as habilidades, os objetivos, os objetos de aprendizagem, as sugestões metodológicas e a unidade temática a qual está inserida o conteúdo de Função. Através desse estudo foi possível ter uma direção sobre as finalidades do ensino e aprendizagem desse conteúdo em turmas de 9º ano do Ensino Fundamental.

### 1.1 Revisão bibliográfica

No levantamento realizado na plataforma Google Acadêmico utilizamos como filtros para pesquisa os termos “função do 1º grau, 9º ano, Facebook, GeoGebra”, sendo indexados quatro trabalhos: duas dissertações e duas teses, conforme mostra o Quadro 1. A organização de ideias das produções e seus objetivos foram assim dispostas de maneira a dialogar com as pesquisas de Pazuch e Ribeiro (2017, p. 469), autores que entendem a organização em quadros como um modo de trazer informações sobre os artigos de forma “dinâmica e panorâmica”. Segundo eles, “O processo descritivo é uma forma de compreensão dos dados com certo detalhamento deles”.

**Quadro 1: Organização bibliográfica de teses e dissertações**

<b>Ano/ Instituição</b>	<b>Tipo</b>	<b>Título</b>	<b>Autor (es)</b>	<b>Objetivos</b>
2018 / UNESP	Dissertação de mestrado	Utilização do <i>software</i> Geogebra no ensino de funções de primeiro e segundo grau	Cintia Harumi Samizava	Utilizar o <i>software</i> GeoGebra, através de uma sequência didática, para potencializar o ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus.
2018 / UFMA	Dissertação de mestrado	A utilização do aplicativo GeoGebra para smartphone como recurso didático nas aulas de Matemática do Ensino Fundamental	Ellany Roma Pereira da Silva	Fazer um levantamento do perfil do professor de Matemática quanto à utilização de tecnologias como ferramenta de estudo em turmas de Ensino Fundamental de escolas públicas. Analisar o perfil dos alunos quanto ao uso dos <i>smartphones</i> como ferramenta.

<sup>7</sup> Disponível em: [http://www.rio.rj.gov.br/dlstatic/10112/4246635/4104937/MAT\\_Orientacoes\\_2013.pdf](http://www.rio.rj.gov.br/dlstatic/10112/4246635/4104937/MAT_Orientacoes_2013.pdf) Acesso em 10.jun.2019

2018 / Universidade -de Metodista /SP	Tese de doutorado	Recursos Digitais na Matemática: Prática docente na Perspectiva de Narrativas Discentes no Ensino Fundamental	César Augusto do Prado Moraes	Investigar e averiguar na construção de narrativas dos estudantes as contribuições dos usos das tecnologias aliadas ao ensino de Matemática.
2019/ UNESP	Tese de doutorado	Práticas culturais (re) constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela internet em um ambiente híbrido	Ana Paula Rodrigues Magalhães Barros	Investigar a potencialidade de ensinar e aprender Matemática por meio de um ambiente híbrido. A condução da pesquisa teve como foco o estudo sobre o conceito de Função através de coletivos de aprendizagem emergentes de discussões do <i>Facebook</i> .

**Fonte: Elaboração do autor**

Os propósitos das pesquisas de Samizava (2018), Silva (2018), Moraes (2018) e Barros (2019) confluem no sentido da utilização de novas tecnologias no ensino de Matemática como estímulo para a aprendizagem dos alunos. A partir da particularidade de cada pesquisa dos autores elencados e, de acordo com os objetivos pedagógicos pretendidos nessas pesquisas, a metodologia proposta buscou evidenciar as contribuições da utilização de novas tecnologias no ensino e na aprendizagem dos alunos.

Especificamente, o trabalho de Samizava (2018) buscou significar os conteúdos de Funções de 1º e 2º graus através da utilização do *software GeoGebra*. A motivação da pesquisa partiu da percepção que o método tradicional não garante o aprendizado. A partir dos resultados da pesquisa conclui que as Tecnologia de Informação, no papel do *software GeoGebra*, propiciou aos alunos facilidades que não são possíveis quando as atividades propostas são realizadas manualmente. Pontua que a utilização desse tipo de recurso desperta interesse, criatividade e autoconhecimento aos alunos.

O autor Silva (2018) desenvolve uma pesquisa investigando o perfil de professores em relação à utilização de computadores e *smartphones* no processo de ensino, bem como as impressões obtidas pela utilização do aplicativo GeoGebra pelos alunos de uma escola pública. Partindo de um levantamento histórico da influência das tecnologias no meio social, aprofundando-se no conceito de *learning*, relativos a dispositivos móveis para a aprendizagem. Em suas conclusões aponta o espaço conquistado pelos aparelhos *smartphones* dentro das

escolas como recurso para a aprendizagem, enfatizando a importância do acompanhamento docente dentro de um planejamento estratégico para alcance de resultados.

No desenvolvimento dos trabalhos de Moraes (2018) observamos que o autor analisa as narrativas de alunos de 6º e 8º anos, num total de 140 alunos envolvidos, quando submetidos a experiências educativas que utilizam Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Nesse sentido, ele buscou observar as contribuições dessa proposta no processo de ensino e aprendizagem. Através dos resultados obtidos o autor conclui que a utilização de TDIC mudou a concepção dos alunos sobre a Matemática, passando de uma disciplina “chata” e “cansativa”, para uma experiência proveitosa e agradável, conforme os relatos analisados, pois propiciam interação e construção de conhecimento matemático de forma enriquecedora.

Em Barros (2019) notamos que o autor aponta as potencialidades da internet sendo pouco exploradas nas escolas, reproduzindo modelos antigos, de quando a internet não existia. A partir dos pressupostos iniciais do autor, com auxílio de professoras de duas turmas da 1ª série do EM de escolas públicas do estado de São Paulo, buscou compreender práticas educacionais de ensinar Matemática mediada pela internet em um ambiente híbrido. A partir dos resultados foi possível verificar que as ações docentes são favorecidas pelas possibilidades ofertadas em espaços colaborativos formados por professores, no caso o *Facebook*, pois possibilitam ressignificação das práticas pedagógicas deles através das trocas de experiências e discussões sobre planejamentos e avaliações, por exemplo. Evidencia também que a internet permite uma maior liberdade nos processos de aprendizagem dos alunos por meio da (re)constituição das práticas de estudos deles quando mediadas pela rede.

É importante destacar nesse momento que a escola, assim como todos os outros segmentos da sociedade, vive um novo tempo, influenciado principalmente pelo uso das novas tecnologias. A utilização de celulares pelos alunos, por exemplo, ainda é considerada um obstáculo no processo de ensino e aprendizagem por muitos professores. No entanto, é preciso rever essa ideia frente as novas oportunidades que seu uso possa trazer nas dinâmicas dentro e fora da sala de aula, buscando contribuições no processo de aprendizagem dos alunos. Sunaga e Carvalho (2015, p. 141) corroboram com esse pensamento, os autores sinalizam que esse avanço possibilitou a expansão do papel da escola, maior flexibilidade de tempo e espaço para a aprendizagem, e chamam atenção para necessidade de a escola direcionar a utilização responsável desses meios pelos alunos. Espaços virtuais de interação envolvendo alunos e professores, como, por exemplo, *Google Sala de Aula*, *Facebook* e *WhatsApp*, ganharam

destaque nos últimos anos como espaços colaborativos que favorecem o processo de aprendizagem. O aluno de alguma forma fica “conectado” a dinâmica da sala de aula por meio desses espaços virtuais, seja pela troca de informações, apropriação de conhecimentos e discussões que levam a conjecturas, permitindo ao professor delinear estratégias em conformidade com a interação observada. Dependendo da proposta didática, uma atividade desenvolvida nesses espaços permite que alunos, que efetivamente não se sintam à vontade na sala de aula, colaborem de forma mais ativa no processo formativo e na construção dos seus saberes. Não se trata de uma substituição do papel da escola pelas tecnologias, mas sim o enriquecimento de novas práticas que se reconfiguram e que ampliam estratégias dos professores que antes se limitava ao tempo determinado das aulas presenciais.

Há boas alternativas que redesenham as possibilidades da utilização das tecnologias digitais e que estão intimamente ligadas à prática docente. Aqui, gostaria de destacar duas das quais consideramos possíveis, dentro da realidade dos sujeitos envolvidos nessa pesquisa, sendo desenvolvidas e observadas a partir da experiência na própria prática : 1) a utilização de um grupo fechado na rede social *Facebook*, composto por alunos e professor, possibilitando o compartilhamento de mídias como texto, imagem ou vídeo e analisando as interações dos seus participantes e as construções colaborativas nesse espaço; 2) a utilização de aplicativos de celular que auxiliem na exploração de determinado conceito matemático, geralmente atrativo pela dinamicidade e rapidez de processamento das informações. Especificamente nessa investigação será utilizado o *GeoGebra*, cujo objetivo será analisar as relações entre os coeficientes e o comportamento do gráfico de Funções do 1º Grau. É importante ressaltar que as tecnologias por si só não são capazes de garantir o sucesso por vezes idealizado pelo professor. Conforme Mercado (2009, p. 43), elas devem ser utilizadas para benefícios do ensino e isso passa por uma readaptação pedagógica que deve ter como foco a manutenção da capacidade de estimular o aprendizado. Nesse sentido é importante um planejamento estratégico que seja atrativo e desperte nos alunos a curiosidade de descobertas de forma desafiadora e prazerosa, alinhadas aos objetivos pedagógicos que o educador deseja alcançar.

Prosseguindo com a revisão bibliográfica, analisamos as publicações em revistas de educação e/ou ensino de Matemática, consideradas de boa qualidade pela avaliação da Plataforma Sucupira. O objetivo nessa etapa era analisar trabalhos recentes buscando um bom referencial teórico de autores que dialogassem a respeito da abordagem e exploração do conceito Funções e sobre o uso de novas tecnologias, especificamente a utilização do aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* e a rede social *Facebook*, no ensino de Matemática. Alinhados a

esses propósitos, utilizamos no filtro de buscas das revistas pesquisadas palavras chaves contendo os termos: “Funções”, “GeoGebra” e “Facebook”. A saber, foram realizadas pesquisas nas revistas: REVEMAT<sup>8</sup>, Relime<sup>9</sup>, REnCiMa<sup>10</sup>, BOLEMA<sup>11</sup>, JIEEM<sup>12</sup>, Em Teia<sup>13</sup>, EMP<sup>14</sup>, Educação Matemática em Revista<sup>15</sup> e UNIÓN<sup>16</sup>.

No Quadro 2 apresentamos uma organização desse levantamento destacando: o ano e a fonte do documento, os autores, o título do trabalho, a temática, o público envolvido e âmbito no qual se deu a pesquisa. Analisamos de forma particular dois elementos norteadores: 1) a forma como se apresenta a exploração e conseqüentemente o ensino do conceito de Função e, as metodologias aplicadas para o tratamento desse assunto; 2) A utilização da rede social *Facebook* e do aplicativo *GeoGebra* como ferramentas pedagógicas para contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Consideramos a experiência em grupos do *Facebook* vantajosa principalmente, entre outras plataformas possíveis, devido a possibilidade de acesso dos alunos sem necessidade de conhecimentos de navegação e utilização das ferramentas existentes. Destacamos que essa escolha tem a ver com os sujeitos aos quais se destina a essa pesquisa, como mostraremos detalhadamente no Capítulo III, sendo um espaço cujos alunos envolvidos utilizam em sua grande maioria e já conhecem as ferramentas disponíveis. Já o *GeoGebra* para *smartphone* é um aplicativo de Geometria dinâmica que é ágil e interativo, permitindo mais fluidez no desenvolvimento de atividades que serão propostas.

Dito isso, escolhemos inicialmente três dos artigos (em sombreado no quadro), para fundamentação teórica dessa pesquisa, a saber: Neves e Resende (2016), Santos e Barbosa (2016) e Brum e Pereira (2018). No processo de desenvolvimento e avanço da pesquisa outros autores passaram a contribuir para o embasamento teórico, principalmente no processo de compreensão da análise dos dados coletados: Caraça (1989); Lima *et.al* (2001); Tinoco (2001) e Rezende (2012) merecem destaque, pois seus trabalhos e pesquisas estão relacionados ao conceito e ao ensino e aprendizagem sobre Função, contribuindo para o direcionamento da abordagem e formalização de conceitos e na interpretação dos dados coletados durante a

---

<sup>8</sup> Disponível em: < <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat> > Acesso em 15 jun.2019

<sup>9</sup> Disponível em <<https://www.relime.org/>> Acesso em 10 mar.2019

<sup>10</sup> Disponível em <<http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima>> Acesso em 1 mar.2019

<sup>11</sup> Disponível em <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema> > Acesso em 12 abr.2019

<sup>12</sup> Disponível em < <http://revista.pgskroton.com.br/index.php/jieem/index> > Acesso em 11 mai.2019

<sup>13</sup> Disponível em < <https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia> > Acesso em 5 mai.2019

<sup>14</sup> Disponível em <<https://revistas.pucsp.br/emp>> Acesso em 25 mar.2019

<sup>15</sup> Disponível em <<http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/index>> Acesso em 13 abr.2019

<sup>16</sup> Disponível em < <http://www.fisem.org/www/union/> > Acesso em 1 mai.2019

implementação da metodologia utilizada. As referências às pesquisas desses últimos autores foram exploradas no Capítulo II, onde trago outras especificidades do ensino e entendimento de Função.

A consulta das revistas foi realizada no período de 10 de março de 2019 até 12 de maio de 2019. Uma revisita aos sites dessas revistas foi realizada entre 15 e 20 de junho de 2019, utilizando a variação do termo de “Função” e “Funções” na busca de artigos relacionados, sendo encontrados outros artigos de acordo com a alternância dessas palavras. Para cada artigo selecionado durante o levantamento fiz um resumo compreensivo das principais ideias dos autores, buscando sempre observar os objetivos, os caminhos metodológicos e a análise dos resultados que foram obtidos.

**Quadro 2:** Organização bibliográfica de artigos científicos

<b>Ano /Fonte</b>	<b>Autor (es)</b>	<b>Título do trabalho</b>	<b>Temática</b>	<b>Público</b>	<b>Âmbito</b>
2012/ 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra	Wanderley Moura Rezende, Dirce Uesu Pesco, Humberto José Bortolossi	Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra	Ensino de Função com recurso GeoGebra	Alunos	Ensino Médio
2016 / EMP – Educação Matemática Pesquisa	José Divino Neves, Marilene Ribeiro Resende	O processo de ensino-aprendizagem do conceito de função: um estudo na perspectiva da teoria histórico-cultural	Ensino de Função	Alunos	Anos finais do Ensino Fundamental II
2016 / UNIÓN (Revista Iberoamericana de Educação Matemática)	Graça Luzia Dominguez Santos,  Jonei Cerqueira Barbosa	Um modelo teórico de matemática para o ensino do Conceito de função a partir de um estudo com Professores	Ensino de Função	Grupo de professores	Anos finais do Ensino Fundamental II e Ensino Médio

2017 / EMP – Educação Matemática Pesquisa	Vinicius Pazuch, Alessandro Jacques Ribeiro	Conhecimento profissional de professores de Matemática e conceito de função: uma revisão de literatura	Revisão de Literatura	Trabalhos Científicos	Pesquisa Documental
2017 / JIEEM -Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática	Célia Barros Nunes, Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana	Concepções Errôneas de Alunos de Licenciatura em Matemática Sobre o Conceito de Função	Concepções errôneas sobre o conceito de função.	Aluno de Licenciatura em Matemática	Ensino Superior
2017 / Educação Matemática em Revista –SBEM	Jair Lopes Júnior, Luciana Vanessa de Almeida Buranello	Avaliação formativa e as sequências didáticas: uma possibilidade para o ensino e a aprendizagem de função afim no 1º ano do Ensino Médio	Avaliação formativa no ensino de função.	Alunos	Ensino Médio
2017 / REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática	Lidiane Pereira Carvalho, José Ayrton Lira dos Anjos, Severino Barros de Melo	Considerações sobre uma avaliação diagnóstica do conceito de função à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas	Avaliação diagnóstica sobre concepções de aluno a respeito de Funções	Alunos	Ensino Médio
2018 / REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática	Aline de Lima Brum, Elaine Corrêa Pereira	Implicações da investigação matemática no espaço educacional com a inserção das tecnologias digitais	Inserção de Tecnologias Digitais nas aulas de Matemática	Alunos	Ensino Fundamental
2018 / Em Teia: Revista de Educação Matemática e tecnológica Iberoamericana	Marcelo Almeida Bairral, Bruno Vieira Alves da Silva	Docência online em um ambiente virtual de aprendizagem ou em um grupo de uma rede social? Uma decisão política e tecnológica	O uso do Facebook como AVA	Alunos de mestrado	Ensino Superior

2018 / Educação Matemática em Revista –SBEM	Aline de Lima Brum  Elaine Corrêa Pereira	Construção de novos espaços de aprendizagem com a inserção dos dispositivos móveis	Utilização do <i>software</i> GeoGebra	Alunos do 9º ano	Ensino Fundament al
2019 / REnCiMa – Revista	Vânia B. Denardi ,  Eleni Bisognin	Representações semióticas: contribuições para o estudo do conceito de função	Ensino de Função	Alunos de Licenciatura em Matemática	Ensino Superior

**Fonte:** Elaboração do autor

Das pesquisas dos autores destacados no Quadro 2 me chamaram a atenção a de Neves e Resende (2016), pois tratam do ensino do conceito de Função para alunos de uma turma do 9º ano do EF e a de Santos e Barbosa (2016) pois apresentam perspectivas sobre as metodologias utilizadas pelos professores para o ensino desse conceito. Acredito que sejam dois pontos importantes a serem observados, pois na metodologia proposta nessa pesquisa trataremos justamente da exploração do ensino de Função, de forma abrangente e diferenciada daquelas que usualmente são apresentadas para alunos dessa série. Parte das vezes o tratamento do conceito de Função fica limitado a uma perspectiva algébrica e direcionada a situações particulares. Devido a essa constatação, buscamos propor uma sequência didática que utilizasse diferentes situações que exploram o conceito de Função em variados contextos. Justificamos nossa preocupação devido ao fato de os alunos voltarem a ter contato com esse tema novamente no Ensino Médio, tanto na disciplina de Física quanto na de Matemática, sendo nessa etapa realizada um estudo mais aprofundado do assunto. Dependendo do currículo escolar, alguns alunos têm contato com situações problemas de Física envolvendo Funções, antes mesmo de qualquer contanto com esse conhecimento e suas especificidades, provocando em certas circunstâncias dificuldades na aprendizagem dessa disciplina. A compreensão a partir da experiência com professores foi importante justamente por permitir esse olhar mais amplo sobre as formas de apresentar e explorar o conceito de Função de forma não estática e não padronizada, pois nessas pesquisas observamos variados contextos de abordagem desse assunto. Como o enfoque dessa pesquisa também pretende explorar a inserção das tecnologias variadas nas aulas de Matemática, buscamos ainda nos trabalhos de Brum e Pereira (2018) os caminhos metodológicos utilizados pelos autores, pois dialogam com os objetivos da pesquisa em questão, particularmente pela utilização de um grupo fechado da rede social Facebook como

AVA e o uso do *GeoGebra*. Sendo assim, essas leituras foram bastante relevantes para o amadurecimento de ideias, delineando alguns dos caminhos traçados para o desenvolvimento metodológico proposto.

Nos Quadros 3, 4 e 5 reunimos as ideias principais dos autores selecionados destacando: as principais questões de investigação e/ou objetivos por eles propostos; os caminhos metodológicos utilizados e os resultados produzidos nas pesquisas analisadas. O objetivo desses quadros é esclarecer aos leitores os caminhos percorridos por esses autores em suas pesquisas que tratam a forma de apresentação e exploração do conceito de Função para os alunos e a Inserção de Tecnologias Digitais no ensino de Matemática (NEVES; RESENDE, 2016; SANTOS; BARBOSA, 2016; BRUM; PEREIRA, 2018;).

A partir da análise desses trabalhos buscamos pontos de convergência de ideias dos autores, as possíveis divergências e as tendências mais frequentes. Inicialmente observamos nas pesquisas de Neves e Resende (2016) uma abordagem direcionada a construção do conceito científico de Função por alunos do 9º ano, considerando formalizações provenientes do movimento lógico-histórico desse conceito. Nessa perspectiva os autores buscam estimular o pensamento e a linguagem dos estudantes em situações nas quais esse conceito pode se apresentar, observando os sentidos atribuídos pelos alunos através dos diálogos de grupo analisados.

Nas pesquisas de Santos e Barbosa (2016) encontramos formas diferenciadas de apresentação do conceito de Funções demonstradas pela experiência profissional dos sujeitos envolvidos, nesse caso, um grupo de professores licenciados em Matemática. A investigação explorou as múltiplas formas que os docentes tratavam o assunto nas suas práticas de sala de aula, buscando compreender as prioridades estabelecidas, a forma inicial de abordagem e a amplitude de exploração do conceito. Em posse dos resultados os autores propõem então um modelo teórico para o ensino de Funções que auxilie os professores em possíveis configurações de apresentação e exploração do conceito.

Embora essas pesquisas tenham sido direcionadas a públicos distintos há uma preocupação dos autores pesquisados justamente no sentido da exploração e tratamento do conceito, seja ou através de uma sequência didática proposta para alunos, na pesquisa de Neves e Resende (2016), seja pela experiência prática dos professores ao apresentarem esse conceito para seus alunos, conforme Santos e Barbosa (2016). As evidências dessas pesquisas nos

auxiliaram no desenho da sequência didática proposta dessa pesquisa, promovendo outra perspectiva de abordagem para alunos do Ensino Fundamental.

Observamos nos trabalhos Brum e Pereira (2018) a proposta de utilização de recursos variados, a saber: a rede social *Facebook*, o *software* de Geometria dinâmica *GeoGebra* e um grupo de *WhatsApp*, para alunos do 9º ano do EF, com o objetivo de reconstruir práticas do cotidiano utilizando dispositivos móveis. Dessa maneira os autores buscam discutir o potencial dessas práticas educativas utilizadas nas aulas de Matemática com inserção de tecnologias no ambiente escolar. No Quadro 3, a seguir, detalhamos o processo de pesquisa dos autores Neves e Resende (2016), explorando o processo metodológico desenvolvido por esses autores.

**Quadro 3 - Etapas do processo de pesquisa dos autores Neves e Resende (2016).**

Artigo / Autores / Ano	Questões de investigação ou objetivos	Processo Metodológico	Resultados
<p>O processo de ensino-aprendizagem do conceito de função: um estudo na perspectiva da teoria histórico-cultural</p> <p>/</p> <p>José Divino Neves, Marilene Ribeiro Resende.</p> <p>/</p> <p>2016</p>	<p>[...] Como organizar um sistema de atividades de estudo para a formação do conceito de função junto aos alunos do 9º ano do ensino fundamental, com foco na essência desse conceito? (p.600)</p> <p>[...] A pesquisa apresentada teve como objetivo geral analisar o processo ensino-aprendizagem do conceito de função nos anos finais do Ensino Fundamental, a partir de uma sequência didática de atividades de ensino elaboradas, desenvolvidas e analisadas na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. (p.600)</p> <p>[...] objetivos específicos: 1) fundamentar teoricamente a formação de conceitos, na perspectiva histórico-cultural; 2) levantar os conteúdos de álgebra propostos nos currículos e no livro didático, especialmente os ligados ao conceito de função; 3) elaborar e aplicar as atividades para a formação do conceito de função no 9º ano do ensino fundamental; 4) analisar os episódios visando à formação do conceito de função. (p.600)</p>	<p>- As atividades foram elaboradas e orientadas de modo a promover a apropriação de significados para o conceito de função e para a linguagem Matemática [...] (p.607)</p> <p>- A sequência didática foi composta por 03 (três) conjuntos de atividades, desenvolvidas num total de 12 (doze) encontros com os alunos, assim distribuídas: 1) Relações e Funções - o conceito de função, com seis atividades; 2) Funções e Expressões Algébricas - função afim e função quadrática, com três atividades; 3) Funções e Expressões Gráficas - função afim e função quadrática, com três atividades. Algumas delas foram criadas e outras adaptadas de textos já publicados em artigos, teses, dissertações ou livros. (p.607)</p> <p>- O experimento didático foi analisado a partir da escolha de dois grupos de alunos: Grupo 1 (G1) e Grupo 5 (G5), com seis elementos cada um, e de recortes de episódios reveladores de ações com algum indicio de aprendizagem dos outros grupos. A escolha dos dois grupos se justificou pelo fato de que apresentaram intensa participação em todas as atividades propostas e produziram a maior quantidade de material para análise. (p.608)</p>	<p>- Nesse sentido, a leitura, análise, interpretação e discussão do texto em grupos puderam impactar os alunos rumo à apropriação dos conceitos científicos. (p.611)</p> <p>- Por fim, as discussões dos alunos nos grupos indicam que eles conseguiram se apropriar do essencial do conceito de função como uma relação entre duas grandezas. (p.615)</p> <p>- Partir do diálogo entre os alunos e das respostas às questões propostas, é possível verificar que houve a apropriação da ideia de movimento, ou seja, da fluência, com relação à função afim e o tipo de gráfico (reta), bem como com relação aos pontos onde a reta corta os eixos, o mesmo ocorrendo para a função quadrática. Além de provocar a motivação dos alunos para se apropriar da atividade, indo em direção ao objeto. (p.622)</p>

Fonte: Elaboração do autor

Neves e Resende (2016) propuseram em suas pesquisas uma sequência didática para o ensino de Função através de atividades, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental (EF), numa perspectiva da Teoria Histórico-Cultural<sup>17</sup>. Esses autores consideram que as transformações ao longo da história da humanidade implicam diretamente na construção de materiais didáticos e na própria organização de ensino elaborada pelo professor, que vão de encontro com os objetivos pedagógicos do planejamento curricular. Partindo desse pressuposto eles fazem uma revisão de currículos e livro didático, especificamente sobre o conceito de Função no 9º ano do E.F, elaborando e aplicando um experimento didático cujo objetivo era: “orientar o desenvolvimento dos alunos sobre o tema abordado” (p.606). Dessa maneira a organização da estrutura do experimento proposto levou em consideração conteúdos, objetivos e estratégias que pudessem alcançar a definição essencial de cada conceito, priorizando o desenvolvimento cognitivo do aluno, para a formação do conceito de Função.

Dentre as atividades da sequência didática aplicada durante a atividade de campo, nesse artigo, são analisadas quatro delas: Atividade 1 – é explorado o texto “O que são relações?”<sup>18</sup>, averiguando o jogo de palavras utilizadas no texto para compreender o conceito de relações e funções. Nessa atividade foram analisadas as dificuldades e as respostas dos alunos em sete questões propostas após a leitura realizada em sala; Atividade 2 – É proposto para os alunos assistir o vídeo “A noção de função”, com aproximadamente 15 minutos de duração. Em seguida foram observados os diálogos e as respostas de dez questões propostas após a exibição do vídeo; Atividade 3 – uma questão envolvendo regularidades a partir da observação de uma sequência de figuras, relacionando o conceito de função e generalizações, novamente sendo observadas as respostas dos alunos e os diálogos no decorrer da execução da tarefa e a Atividade 4 – que propõe a construção de gráficos de funções utilizando o KMPLOT para explorar a forma geral de funções polinomiais do 1º e 2º graus, sendo novamente analisados os diálogos e as respostas das atividades propostas.

Os autores evidenciam que análise, interpretação e discussão textual acerca das atividades propostas favorecem a apropriação de conceitos científicos. Além disso, ao analisarem os resultados dos experimentos didáticos propostos exibindo indicadores que

---

<sup>17</sup> Teoria que envolve o desenvolvimento de capacidade psíquicas superiores, a formação do pensamento teórico, a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) e a formação de conceitos, nesse artigo baseados em Vygotsky e seus colaboradores Davidov e Leontiev.

<sup>18</sup> O autor utiliza uma adaptação do texto do livro Conceitos Fundamentais da Matemática de Bento de Jesus Caraça (1984)

traduzem o entendimento e a significação de Função, sinalizam que os elementos de compreensão estão situados numa rede de outros conceitos possíveis sobre esse assunto.

Uma das contribuições desse artigo em nossa pesquisa foi investigar o entendimento dos alunos sobre “variável” e “dependência” no contexto matemático. A significação desses termos está relacionada aos nexos internos que fazem parte do processo lógico-histórico, ou seja, conceitos que foram desenvolvidos no processo histórico do homem (NEVES; RESENDE, 2016). Nesse sentido, propomos na atividade 1, especificamente no problema 3, alguns questionamentos aos alunos sobre o entendimento que possuíam a respeito desses termos e posteriormente as relações existentes com o problema dado. No processo de análise, como veremos adiante, ficou clara a falta de associação do uso desses termos, mesmo que utilizados explicitamente nos diálogos dos alunos, ao modelo matemático que estava sendo estudado. Além disso, a própria organização dos alunos em grupos, que em nossa pesquisa foi feita pela livre escolha dos participantes, teve como referência um formato semelhante à da proposta metodológica desses autores.

No desenvolvimento das atividades presentes na sequência didática da pesquisa considerada, observamos que os autores buscaram três vias para a abordagem do tema: 1) Relações e Funções, 2) Funções e Expressões Algébrica e 3) Funções e Expressões Gráficas. Na elaboração e aplicação da sequência didática que propomos, consideramos uma estruturação que reunisse essas três maneiras de explorar o assunto Função. Dessa forma utilizamos uma organização semelhante, mas com uma proposta didática diferenciada, acrescentando outras abordagens, como veremos adiante, que julgamos importantes no processo de ensino e aprendizagem sobre Função. Observamos ainda a utilização do vídeo “A noção de Função” como recurso pedagógico na proposta desses autores. Utilizamos também em nossa sequência didática dois vídeos, produzidos pela MultiRio<sup>19</sup>, que tratam de Relações e Funções (vídeo 40) e A Função Afim (vídeo 41). O objetivo desses vídeos, na nossa visão, foi permitir aos alunos um contato inicial com o tema que seria abordado, antes da exploração pelo professor em sala de aula. No Quadro 4, a seguir, apresentamos o processo de desenvolvimento da pesquisa de Santos e Barbosa (2016) e, posteriormente, explicitamos as contribuições para nossa pesquisa.

---

<sup>19</sup> É uma Empresa Municipal de Multimeios vinculada a SME/RJ e que tem entre por finalidade pesquisar e produzir materiais didáticos utilizando recursos modernos, além de capacitar profissionais para utilização de mídias. Disponível em <http://www.multirio.rj.gov.br/>. Acesso 02.jul.2019

Quadro 04 - Etapas do processo de pesquisa dos autores Santos e Barbosa (2016).

Artigo / Autores / Ano	Questões de investigação ou objetivos	Processo Metodológico	Resultados
<p>Um modelo teórico de matemática para o ensino do Conceito de função a partir de um estudo com Professores</p> <p>/</p> <p>Graça Luzia Dominguez Santos,</p> <p>Jonei Cerqueira Barbosa</p> <p>/</p> <p>2016</p>	<p>[...] nesse estudo temos como propósito analisar, descrever e demarcar essa variabilidade e natureza singular de formas de comunicar o conceito de função mobilizada e produzida no ensino, em termos de uma conceptualização de Matemática para o Ensino do Conceito de Função [...] (p.145)</p> <p>[...] o objetivo do presente estudo foi desenvolver um modelo teórico de MpE do Conceito de Função, portanto, identificando e descrevendo sistematicamente as categorias de realizações do conceito de função e suas propriedades, produzidas nas relações pedagógicas (a serem) efetivadas. O modelo está estruturado em categorias de realizações do conceito de função que se assemelham relativamente às regras de reconhecimento e realização, produzidas pelos princípios de classificação e enquadramento, respectivamente, que regulam a comunicação nas aulas de matemática. [...] (p.148)</p>	<p>- O contexto para coleta de dados da investigação empírica foi um grupo de professores, todos licenciados em Matemática, que na ocasião atuavam no Ensino Fundamental II (anos finais) e/ou no Ensino Médio (...) (p.149)</p> <p>-Para o registro dos dados gerados, utilizamos: 1) o diário de campo, no qual fizemos anotações sobre o andamento do curso e das realizações do conceito de função produzidas pelos participantes; 2) gravações audiovisuais de todos os encontros, que após serem analisadas, tiveram transcritos os trechos nos quais identificamos realizações e vinculações discutidas e produzidas pelos participantes; 3) produções escritas pelos participantes (registros em papel e no quadro); 4) questionário que aplicamos para traçar o perfil dos participantes. (p.152)</p> <p>-No presente estudo, construímos um modelo teórico de Matemática para o Ensino (MpE) do Conceito de Função a partir de estudo com um grupo de professores, subsidiados por conceitos da teoria sociológica de Bernstein. (p.164)</p>	<p>- Diante do exposto, entendemos que o modelo teórico de MpE do Conceito de Função construído pode ser empregado para analisar e gerar uma ampla gama de formas de realizar o conceito de função no ensino, em decorrência da variação da gradação nos valores de classificação e enquadramento, que podem variar entre os extremos de mais forte a mais fraco. (p.164)</p> <p>- Tal perspectiva pode contribuir com a comunidade de professores que atuam na Escola Básica ou cursos de formação inicial e continuada, trazendo subsídios e reflexões em relação a formas de realizar conceito de função no ensino nesses níveis, tanto no diz respeito à diversidade e especificidade de formas de realizá-lo, a sua organização e sequenciamento, critérios de avaliação, quanto na escolha pela gradação dos princípios de classificação e enquadramento nas relações intraconceito das práticas pedagógicas a serem efetivadas. (p.165)</p>

Fonte: Elaboração do autor

Nas pesquisas de Barbosa e Santos (2016) observamos a proposta de um Modelo Teórico de Matemática para o Ensino (MpE)<sup>20</sup> com foco na Matemática no Ensino (MnE). Destacamos que, segundo os autores, a MpE é a forma como o conhecimento matemático é utilizado e/ou produzido pelos agentes de ensino no contexto escolar, observadas as perspectivas discursivas de tratamento de um determinado conceito e a forma como ele é legitimado na prática pedagógica. Nessa perspectiva, os autores desenvolveram um modelo que permitisse “uma visão comunicacional multifacetada de aspectos do conceito de função que permeiam o seu ensino no contexto escolar” (p.322). Para desenvolver a MpE é preciso, por exemplo, analisar um grupo de professores, livros didáticos, documentos oficiais e avaliações, observando a forma como um determinado conceito Matemático é explorado e variadas formas de realizações<sup>21</sup> durante os atos comunicativos. Já a MnE pode ser compreendida como a formação discursiva do conceito com propósito de ensino que surge da prática pedagógica no contexto escolar e que emerge do cotidiano escolar apresentando certa variabilidade na sua natureza comunicativa, dependendo dos agentes responsáveis pelo ensino.

Os autores buscam evidências sobre essas perspectivas através de um estudo coletivo na forma de curso de extensão, com professores licenciados em Matemática que, na ocasião, atuavam nos anos finais do EF e no EM, reunindo resultados para a construção desse modelo. O processo de investigação se baseou na forma como era realizada a abordagem do conceito de Função nas aulas dos professores pesquisados. De acordo com os resultados aferidos e a troca de experiência entre os docentes, ao longo do curso em questão, foi possível compreender as formas variadas como era feito o tratamento sobre os assuntos nas aulas desses professores. O desenvolvimento dos encontros possibilitou a representação<sup>22</sup> do ensino de Função por meio da vivência particular de cada um desses profissionais e as possíveis realizações frutos de suas práticas pedagógicas. Assim, o estudo coletivo apresentou novas possibilidades de tratamento desse conceito nas aulas, pelos professores, através da troca de experiências e dos resultados das discussões durante o curso e que serviram para a construção do modelo Teórico de MpE,

---

<sup>20</sup> Tradução própria dos autores com referência a *Mathematics for Teaching* (Adler; Davis 2006; Barwell, 2013; Chapman, 2013).

<sup>21</sup> Termo usado pelos autores invés de “representação”, com objetivo de não desvincular o objeto matemático, no caso Função, que não ocorre de forma autônoma, e suas possíveis representações.

<sup>22</sup> Esse termo é utilizado de forma intencional pelos autores com referência a outra apresentação (apresentar novamente) um conceito.

subsidiando pesquisas sobre processo de ensino e aprendizagem, a produção de materiais didáticos, as orientações curriculares e as realizações decorrentes do planejamento para as aulas.

O desenvolvimento metodológico da pesquisa analisou as evidências dos resultados obtidos ao longo da realização de um curso de extensão intitulado “Curso de Formação Continuada: Conceito de Função e sua Variabilidade nas Formas de Ensino.” Inicialmente o curso contou com um total de treze participantes, havendo desistências no seu transcorrer, sendo reduzido a sete participantes. A organização do curso foi proposta na configuração de Estudo do Conceito (EC)<sup>23</sup>, ocorrendo num total de oito encontros.

No 1º encontro os professores deveriam propor alguma situação-problema que geralmente utilizavam para abordar o assunto Função nas suas práticas de sala de aula. Essa atividade gerou uma lista variada de atividades que contemplavam algumas das realizações desse conceito. No 2º encontro cada professor levou uma situação-problema com as respectivas respostas, utilizando os exemplos do 1º encontro para o confronto de ideias. O 3º encontro iniciou-se com a divisão do grupo em três subgrupos para apresentação de questões elaboradas previamente cujo objetivo era a possibilidade de trabalhar essas questões no sexto, sétimo e nono anos, sem necessidade da abordagem formal nessas etapas.

Considerando as atividades que haviam sido propostas no 3º encontro, por similaridades de ideias de acordo com os critérios utilizados pelos subgrupos, foi proposto aos docentes no 4º encontro, uma organização de forma agrupadas das atividades, observando os pontos avaliados. No 5º encontro o objetivo se deteve nas soluções das atividades propostas no encontro anterior e análise da ocorrência de algum entendimento que porventura tivesse dissociado ao tema com as discussões realizadas até aquele momento. Para 6º encontro priorizou-se uma discussão e análise de um texto com perspectivas históricas sobre o desenvolvimento do conceito de Função.

Já no 7º encontro houve divisão dos participantes em dois subgrupos, tendo como tarefa para cada um deles uma aula de introdução ao conceito, sendo um subgrupo para o 9º ano do EF e um subgrupo para o 1º ano do EM. Finalmente no 8º encontro houve uma tentativa de organização de uma lista envolvendo as noções, interpretações e formas de comunicar Função na Escola Básica e os seus desdobramentos nessa construção coletiva. Para análise de dados

---

<sup>23</sup> Modelo coletivo formado por professores que são convidados a analisar, refletir, estender e elaborar entendimentos sobre um determinado conceito, gerando listas ricas e consistentes de realizações (Davis, Renert, 2013, 2014)

foram utilizados transcrições e registros dos professores nas atividades obtidas por gravações audiovisuais, respostas as atividades propostas e anotações do diário de campo dos pesquisadores.

Para a apresentação dos resultados obtidos durante a pesquisa, com o grupo de professores, os autores levaram em consideração um quadro estabelecendo as regras de reconhecimento [“o que”] de Função nos panoramas observados (tabular, algébrico, máquina de transformação, generalização de padrões, gráfico, diagrama e formal) e suas respectivas realizações [ “como” ] observados nas atividades que foram propostas ao longo dos oito encontros com os professores. A partir da interpretação dos resultados evidenciaram que a construção do modelo teórico da MpE do Conceito de Função, através do olhar que tiveram a partir da MnE do Conceito de Função, seja útil na dimensão pedagógica dos professores da Educação Básica. Indicam nesse modelo as possibilidades de analisar e repensar os critérios utilizados desde a escolha e organização da abordagem de um conceito até a efetiva comunicação, explorando a variabilidade de realizações pelos agentes de ensino.

Embora o público alvo dos estudos de Santos e Barbosa (2016) tenha sido diferente daquele ao qual a nossa pesquisa investigou, as contribuições desse artigo foram importantes para a nossa proposta de sequência didática. Observamos nos estudos desses autores as formas variadas de apresentação e exploração do conceito de Função, que não se limitam exclusivamente a definições algébricas ou interpretações gráficas. Utilizamos, por exemplo, no problema 6, a ideia de Função associada a uma máquina de transformação e nos problemas 1 e 13, a generalização de regularidades. Assim ampliamos a abordagem de ideias relacionadas ao conceito de Função e deixamos de priorizar somente a associação algébrica e gráfica no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

No Quadro 5 apresentamos o processo de pesquisa das autoras Brum e Pereira (2018), considerando os objetivos, a metodologia e os resultados obtidos. Em seguida demonstramos as contribuições do trabalho das autoras na nossa pesquisa.

**Quadro 05 - Etapas do processo de pesquisa dos autores Brum e Pereira (2018).**

Artigo / Autores / Ano	Questões de investigação ou objetivos	Processo Metodológico	Resultados
<p>Implicações da Investigação Matemática no Espaço Educacional com a Inserção das Tecnologias Digitais.</p> <p>/</p> <p>Aline de Lima Brum, Elaine Corrêa Pereira</p> <p>/</p> <p>2018</p>	<p>[...] discutir o potencial de uma prática pedagógica que inseriu smartphones, o site de rede social <i>Facebook</i>, o aplicativo <i>Whats.App</i> e o software <i>GeoGebra</i> nas aulas de Matemática. (p.134)</p>	<p>- [...] realizada com 24 estudantes do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, no município de Rio Grande/RS, no período de março a dezembro de 2016. (p.133)</p> <p>- [...] prática pedagógica que inseriu <i>smartphones</i>, o site de rede social <i>Facebook</i>, o aplicativo <i>Whats.App</i> e o software <i>GeoGebra</i> nas aulas de Matemática. Adotamos como metodologia a Análise Textual Discursiva (ATD), proposta por Moraes e Galiazzi (2011), por ser de abordagem qualitativa e possibilitar a expressão de novos sentidos sobre o fenômeno investigado. (p.133)</p> <p>- Foram utilizados como instrumentos da produção dos dados o Diário da Pesquisadora, um Portfólio Virtual construído com os alunos no <i>Facebook</i> e um Grupo no <i>Whats.App</i>, para a compreensão do fenômeno estudado. (p.136)</p>	<p>“[...] No momento em que os estudantes são desafiados a realizar uma investigação com a inserção do <i>smartphone</i> na aula de Matemática, alguns critérios precisam ser estabelecidos para que o êxito do trabalho seja atingido. Diferente das aulas tradicionais, a atividade de investigação exige do educador maior flexibilidade, pois professores e alunos estão construindo juntos estratégias que demandam tempo e espaço para a discussão das ideias, elaboração de um roteiro, parceria entre os envolvidos, orientação nas divergências e direcionamento quando necessário. [...] (p.147)</p> <p>- “[...] podemos desenvolver por meio de histórias os conceitos matemáticos e construí-los com um <i>software</i> de geometria dinâmica, estimulando o pensamento algorítmico dos estudantes.” (p.147)</p> <p>- “[...]As dramatizações elaboradas com efeitos especiais representam o envolvimento da turma quando inserimos no ambiente escolar recursos que os alunos dominam com facilidade quando fazem uso para entretenimento” (p.147)</p> <p>- [...] Nesse processo, em que nos propomos a estudar, refletir e discutir sobre a integração das tecnologias digitais às aulas, recebemos dos alunos o reconhecimento de que a Matemática está presente em todos os segmentos das nossas vidas” (p.147)</p>

Fonte: Elaboração do autor

Brum e Pereira (2018) buscaram na sua dinâmica pedagógica estimular a aprendizagem Matemática, para alunos do 9º ano do EF, através da inserção das tecnologias presentes no cotidiano dos alunos. Para isso utilizaram como recursos pedagógicos um portfólio eletrônico na rede social *Facebook*, um grupo de *WhatsApp* formado por alunos e professor com intuito de troca de materiais e assistência a eventuais dificuldades apresentadas pelos alunos, produção de vídeos realizada pelos alunos a partir dos elementos de aprendizagem, a leitura do livro *O Diabo dos Números* e a utilização do *software* GeoGebra no desenvolvimento das atividades propostas.

As autoras justificam a inserção de novas tecnologias nas aulas como uma forma de potencializar o ensino e aprendizado de Matemática para alunos do 9º ano do EF. Para isso propõem: 1) Portfólio Virtual no *Facebook* como sendo um espaço de interação e trocas durante o desenvolvimento das atividades propostas, que oportuniza as reflexões sobre entendimentos, dúvidas e construções realizadas; 2) criação de um grupo no *WhatsApp*, tendo como objetivo a troca de mensagens e materiais de forma mais ágil e favorecendo a aprendizagem colaborativa. Outra estratégia utilizada foi o incentivo aos alunos na produção de vídeos relacionados ao seu cotidiano, que tematizassem as formas geométricas, considerando os registros dos seus *smartphones*. A leitura do livro “O Diabo dos Números” serviu de aporte literário para a produção dos vídeos propostos e o uso do *software* *GeoGebra* auxiliou aos alunos em suas conjecturas, baseadas nas construções que foram sendo produzidas ao longo do desenvolvimento das atividades.

Reconhecemos nos trabalhos de Brum e Pereira (2018) algumas possibilidades de inserção de tecnologias na nossa proposta, afim de potencializar e enriquecer a nossa sequência didática. Assim como as autoras, utilizamos a rede social *Facebook*, pois percebemos a potencialidade desse espaço virtual como AVA. Assim, utilizamos um grupo fechado dessa rede social, limitando a participação e visualização das publicações aos sujeitos envolvidos, nesse caso os alunos da turma 1901, e ao professor, sendo esse o responsável pela mediação e disponibilização de materiais nesse espaço de aprendizagem. Além disso, no Estudo Dirigido, propomos a utilização do aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* com o objetivo que os alunos observassem de que modo a variação dos coeficientes da Função Polinomial do 1º Grau interfere no comportamento do seu gráfico.

De forma geral e, considerando as três pesquisas que nos apoiamos, destacamos aqui, as contribuições destas, na construção do nosso texto e na elaboração das atividades da sequência didática que propomos:

1. Tivemos contato com múltiplos olhares sobre as diferentes formas de explorar a ideia de Função. Ora pela concepção do professor para seus alunos, no caso da pesquisa de Neves e Resende (2016), ora pelo resultado das diferentes formas de abordagens originadas num curso de extensão envolvendo professores, quando consideramos os trabalhos de Santos e Barbosa (2016). Através dessas leituras, foi possível propor algumas problematizações e situações que auxiliassem aos alunos na compreensão inicial e intuitiva de conceitos matemáticos que, posteriormente, foram formalizados junto ao professor.
2. Através das pesquisas de Brum e Pereira (2018) observamos algumas possibilidades no tocante inserção de tecnologias nas aulas de Matemática. Na nossa proposta, em particular, utilizamos a rede social *Facebook* como espaço de aprendizagem, no formato de AVA. A experiência das autoras nos permitiu observar algumas potencialidades desse espaço, como elas sugerem na criação de um portfólio digital, permitindo interação e discussão de alunos e professor além do espaço da sala de aula. Além disso, as autoras utilizam ainda o *software GeoGebra*, como elemento facilitador em construções geométricas consideradas na proposta da pesquisa que analisamos. Embora as finalidades que utilizamos essas duas ferramentas tenham sido diferentes, a leitura nos auxiliou no desafio de perspectivas e resultados relacionado a inserção de tecnologias digitais nas aulas de Matemática.
3. A própria organização dos alunos envolvidos, sendo considerados grupos formados pela livre escolha dos seus integrantes, no caso da nossa pesquisa, também foi uma das contribuições que julgamos válida e que observamos ter sido usual como estratégia nos três trabalhos pesquisados. Acreditamos que essa dinâmica nos permitiria observar os diálogos e conjecturas dos alunos, bem como facilitaria no momento da análise de dados. Nesse modelo valorizamos primordialmente as contribuições dos alunos, que passam a ter um papel ativo e de destaque no processo de ensino aprendizagem, sendo o professor o mediador do conhecimento e o responsável pela organização das ideias oriundas das discussões nos grupos;

4. A construção dos textos em seus processos narrativos de análise e demonstração dos dados das pesquisas, nos permitiram traçar estratégias para tratarmos os dados que foram coletados. Observamos nos diálogos e interpretações de um grupo, envolvidos na resolução de um dado problema, conjecturas, conflitos e uma compreensão comum, resultado da interação dos seus integrantes. Até o próprio conceito científico, algumas vezes, emerge das discussões vinculadas a um problema, possibilitando ao professor a formalização dele a partir das contribuições que surgem das respostas dos grupos com essa dinâmica colaborativa, seja na forma presencial na sala de aula, seja num espaço virtual, num grupo virtual da rede *Facebook*.

Os pontos que elencamos foram importantes para a articulação e delineamento da nossa proposta, dialogando de maneira alinhada com os objetivos pedagógicos pretendidos de apresentar e explorar o ensino de Função, numa turma de 9º ano do Ensino Fundamental, utilizando tecnologias variadas. Entendemos como diferencial da nossa proposta: i) a forma de abordagem de Função e Função Polinomial do 1º Grau, reconhecendo o papel ativo do aluno e as contribuições que emergem das discussões de grupo numa dinâmica colaborativa, explorando diferentes contextos de apresentação e aplicação desse conteúdo; ii) abandonamos a sequência de ações de ensino que priorizam: definição, exemplos resolvidos, exercícios propostos e avaliação, ora propostas para o desenvolvimento de um conteúdo matemático; iii) experimentamos algumas possibilidades de inserção de tecnologias no planejamento da sequência didática com objetivo pedagógico de ampliarmos as possibilidades de espaço, tempo e recursos que estimulassem e possibilitassem aos alunos novas perspectivas durante o processo de aprendizagem.

Observamos ao longo da pesquisa que o próprio conceito científico emerge das experimentações e discussões vinculadas a um problema e que podem ser observados na construção dos diálogos a cerca de um problema, possibilitando ao professor a formalização dele a partir das contribuições que surgem das respostas dos grupos colaborativos, seja na forma presencial na sala de aula, seja num espaço virtual. Certamente esse processo depende dos objetivos pedagógicos que pretendem ser alcançados pelo professor. Na nossa pesquisa, esse objetivo estava relacionado ao fato de apresentar o conceito de Função, particularizando a Função Polinomial do 1º Grau.

## 1.2 Referências Curriculares: uma análise comparativa dos documentos oficiais

Desde a Constituição de 1988 já havia a determinação da criação de um documento comum aos estados da federação que servisse como orientação curricular dos conteúdos a serem ensinados nas escolas brasileiras. Nessa seção apresentaremos os resultados da pesquisa realizada nos documentos oficiais, a saber, PCN<sup>24</sup>, OCM/RJ<sup>25</sup> e BNCC<sup>26</sup>, através das recomendações presentes neles, considerando o ensino de Função Polinomial do 1º Grau, especificamente no 9º Ano do Ensino Fundamental. Além das OCM/RJ a SME/RJ também disponibiliza bimestralmente os descritores que devem ser trabalhados com as turmas. Essa orientação contém as habilidades específicas que devem ser exploradas ao longo de cada ciclo, tendo como objetivo melhorar o desempenho dos alunos na Prova Brasil.

Os PCN's do EF, documento elaborado pelo MEC, surgiram entre os anos de 1997 e 1998, sendo uma referência nacional e constituída de um conjunto de diretrizes com o propósito de orientar professores na elaboração de aulas e na utilização de materiais didático pedagógicos. Por se tratar de um documento com uma proposta flexível, instruía a importância de relacionar tais orientações ao contexto social no qual o aluno, a escola e os colaboradores do processo de ensino estão inseridos.

A BNCC, também elaborada pelo MEC, começou efetivamente a ser desenvolvida em 2015, indicando os conteúdos mínimos a serem desenvolvidos ao longo da Educação Básica compreendendo todo o nível nacional. Uma versão preliminar do documento foi disponibilizada no mesmo ano para consultas e sugestões de professores de todo o Brasil, objetivando o aprimoramento dessas recomendações. Após ampla consulta, contemplando alterações sugeridas por professores colaboradores de diversas partes do país, o texto original chegou a sua terceira versão. A aprovação da BNCC de Educação Infantil e do Ensino Fundamental pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) se deu em 15 de dezembro de 2018, sendo o documento homologado cinco dias depois, pelo então ministro da educação Mendonça Filho.

As OCM/RJ, documento que contempla as diretrizes do conteúdo programático para as escolas da rede municipal da cidade do Rio de Janeiro, possui uma última revisão publicada em 2020, já adequada as novas orientações da BNCC. Inicialmente, como não haviam sido

---

<sup>24</sup> Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 24.fev.20

<sup>25</sup> [http://www.rio.rj.gov.br/dlstatic/10112/4246635/4104937/MAT\\_Orientacoes\\_2013.pdf](http://www.rio.rj.gov.br/dlstatic/10112/4246635/4104937/MAT_Orientacoes_2013.pdf) Acesso em 24.fev.2020

<sup>26</sup> Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica> Acesso em 24.mar.2020

publicadas as diretrizes vigentes para 2020, utilizamos como referência bibliográfica aquelas consideradas no ano de 2019, cuja última revisão havia sido realizada em 2013<sup>27</sup>. Nos aspectos relacionados a Função e Função Polinomial do 1º Grau, não foram observadas alterações significativas referentes a última versão do documento. A produção dessas orientações é fruto da parceria entre a equipe da SME e as contribuições de professores da rede municipal, que possuem constantes diálogos e formações norteadas por Grupos de Trabalhos (GT's). Os objetivos das OCM/RJ pretendem estabelecer que todos os alunos das escolas da rede municipal tenham bimestralmente os mesmos objetivos mínimos comuns a serem alcançados. Obviamente há casos e realidades particulares que devem ser respeitadas, mas o objetivo é abranger a maior quantidade de alunos da rede municipal, de maneira que haja uma sintonia no conteúdo estudado. Entre os recursos didáticos sugeridos pelas diretrizes do documento estão as apostilas bimestrais, desenvolvidas a partir das orientações e os descritores das Prova Brasil; os livros didáticos; a Educopédia<sup>28</sup>; *softwares*, jogos e vídeos, inclusive aqueles produzidos pela MultiRio<sup>29</sup>.

Para análise de cada um dos documentos consideramos no Quadro 6 uma análise comparativa das orientações curriculares observando os seguintes critérios:

- (a) **Unidade temática:** aquela que corresponde ao eixo principal no qual é explorado o estudo de Funções;
- (b) **Habilidades:** que essencialmente é o “saber fazer” pelo aluno no processo de aprendizagem,
- (c) **Objetivos:** que correspondem aos propósitos que pretendem ser alcançados;
- (d) **Conteúdo/objeto de aprendizagem:** que especificam os pontos dentro do objetivo devem ser explorados;
- (e) **Sugestões Metodológicas:** compreendendo as recomendações didáticas sugeridas pelos documentos para tratamento do conteúdo.

---

<sup>27</sup> Disponível em [http://www.rio.rj.gov.br/dlstatic/10112/4246635/4104937/MAT\\_Orientacoes\\_2013.pdf](http://www.rio.rj.gov.br/dlstatic/10112/4246635/4104937/MAT_Orientacoes_2013.pdf) Acesso em 24.fev.2020

<sup>28</sup> Plataforma *online* onde são disponibilizados materiais online, como imagens, vídeos e testes, apresentando alinhamento com as recomendações OCM/RJ. Disponível em: <http://www.educopedia.com.br/>. Acesso em 02.jul.2019

Embora esses documentos tenham objetivos pedagógicos diferentes, procuramos reunir pontos comuns entre eles que pudessem colaborar com a nossa pesquisa no processo de elaboração e aplicação de uma sequência didática, cujo objetivo era o ensino e a aprendizagem de Função. Os PCN e a BNCC não possuem o propósito específico de currículo, servindo de documentos norteadores a nível nacional. Enquanto o primeiro é uma norma orientadora, não sendo obrigatório, o segundo tem como finalidade estabelecer objetivos essenciais de aprendizagem comum, na tentativa de reduzir as distorções de dimensão pedagógica, devido extensão territorial do Brasil, sendo suas orientações obrigatórias a nível nacional. A exemplo da BNCC e, seguindo suas recomendações as OCM/RJ, tem o propósito de uniformizar os objetivos pedagógicos das escolas da rede municipal da cidade do Rio de Janeiro.

Quadro 6 – Estudo comparativo das Referências Curriculares

	PCN	OCM / RJ	BNCC
<b>Unidade Temática</b>	Números e Operações	Funções e Álgebra	Álgebra
<b>Habilidades</b>	***	<p>“-Reconhecer função como uma relação em que todo elemento do domínio tem apenas um correspondente.</p> <p>-Identificar, dentre diversas relações entre conjuntos, àquelas que constituem funções.</p> <p>-Reconhecer função polinomial de 1º Grau</p> <p>-Calcular o zero da função do 1º Grau.” (p.85)</p> <p>“-Construir o gráfico de uma função, a partir de pares de soluções de uma função.” (p.86)</p>	***
<b>Objetivos</b>	<p>“Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.” (p.81)</p>	<p>“Compreender a noção de função como correspondência entre conjuntos, como relação entre variantes.” (p.85)</p> <p>“Construir e interpretar o gráfico de uma função num plano cartesiano, com elaboração de hipóteses e registro de conclusões.” (p.86)</p>	<p>“(EF09MA06). Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis” (p.317)</p>

<p style="text-align: center;"><b>Conteúdo/ Objeto de Aprendizagem</b></p>	<p>“Compreensão do conceito de variável e função. Representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica. Conexões entre proporcionalidade e análise de tabelas, gráficos e funções.” (p.84)</p>	<p>“Estudo de funções Relação e função Domínio e conjunto imagem Valor de uma função Função do 1º grau Gráfico de função do 1º Grau (reta). Raiz da função do 1º Grau.” (p.85-86)</p>	<p>“Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.” (p.316)</p>
<p style="text-align: center;"><b>Sugestões metodológicas</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. (p.117)</li> <li>- A introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações-problema. (p.118)</li> <li>- Gráficos para o desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos e para mostrar a variedade de relações possíveis entre duas variáveis. (p.118)</li> </ul>	<p>“-Apresentar situações-problemas variadas para a percepção do significado de função. - Diante de uma situação-problema que envolva uma função, construir uma tabela em que se registrem alguns valores para uma variável e o valor correspondente para outra. - Comparar relações por meio dos conjuntos: domínio, imagem e contradomínio. - Fazer registros da expressão que define uma função do 1º Grau, a partir de uma situação-problema apresentada. - Construir gráfico a partir de uma tabela; marcar no plano cartesiano os pontos determinados pelos pares de pontos registrados na tabela; ligar os pontos e reconhecer a reta que representa a função. - Fazer uso de softwares como o Geogebra para mostrar o gráfico no computador e o software Google Sketchupe e demonstrar coeficiente angular e linear.” (p.85-86)</p>	<p>“- A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três)” (p.270)</p>

Fonte: Elaboração do Autor

Como já havíamos dito anteriormente, além da OCM/RJ, a SME/RJ disponibiliza para os professores bimestralmente os descritores da Prova Brasil, conforme Figura 1, que devem ser trabalhados ao longo de cada bimestre. O objetivo de explorar a competência ou habilidade relacionada a esses descritores é melhorar o desempenho dos alunos nessa avaliação externa. Como os descritores são documentos que circulam internamente, foi disponibilizado o documento com as habilidades pretendidas para o 3º bimestre de 2019 por meio do *link*<sup>30</sup> na nota de rodapé.

**Figura 1 – Descritores de Matemática para o 3º Bimestre do ano de 2019- SME/RJ**

MATEMÁTICA	
9º ANO	
CÓDIGO	DESCRIPTOR
fd36	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
fm33	Identificar e representar pares ordenados no plano cartesiano.
fm92	Identificar a localização de um ponto no plano cartesiano.
fm93	Reconhecer a sentença que define uma função.
fm94	Reconhecer função como uma relação em que todo elemento do domínio tem apenas um correspondente.
fm95	Determinar o zero de uma função de 1º grau.
fm96	Interpretar gráficos de funções polinomiais de 1º grau.
fm112	Resolver problema que envolva uma função polinomial de 1º grau.
fm117	Aplicar as razões trigonométricas num triângulo retângulo para resolver problemas significativos.

**Fonte: Documento oficiais da SME/RJ**

A nova versão das OCM/RJ chama atenção para a reorganização das áreas de conhecimento, como mostra o Quadro 7. O ensino de Funções que nos PCN era categorizado na parte de Números e Operações passou a fazer parte do eixo específico de Álgebra na BNCC, sendo um dos objetos de aprendizagem nessa etapa de ensino. Notamos ainda a ressalva da BNCC no cuidado da não utilização da regra de três em problemas usando proporcionalidade direta entre duas grandezas. Destacamos a importância dessa orientação pois, em variadas situações problemas, as grandezas envolvidas não possuem a mesma unidade de medida, levando o aluno a interpretações errôneas quando utiliza a regra de três de forma

<sup>30</sup> Disponível para acesso em: <https://drive.google.com/file/d/1hXxC6Zd9a8Xahu-k1ofWVAwujVRLjTjZ/view?usp=sharing>. Acesso em 24.fev.20.

contextualizada. É importante mobilizar os estudantes no desenvolvimento reflexivo de problemas diversos que sejam exploradas a interpretação, a análise e a comparação de resultados. Nas orientações dos PCN encontramos alguns bons exemplos de abordagem para o assunto, que tratam produto de medidas e volumes, por exemplo, não restringindo a associações de duas grandezas a manipulações puramente algébricas. Desde a publicação das OCM/RJ em 2013, o documento referencial da rede municipal de ensino do Rio de Janeiro trata o Ensino de Funções e as Funções Polinomiais de 1º e 2º Graus nos últimos dois bimestres do 9º ano do EF.

**Quadro 7 – Comparativo dos Eixos Centrais das Diretrizes Curriculares**

PCN	BNCC
Números e Operações	Números
	Álgebra
Espaço e Forma	Geometria
Grandezas e Medidas	Grandezas e Medidas
Tratamento da Informação	Probabilidade e Estatística

**Fonte: OCM/RJ**

De forma comparativa, os PCN, dentre os documentos pesquisados, não são muito precisos para o tratamento de Função, distribuindo as habilidades referentes a esse assunto ao longo de outras abordagens de Álgebra, no eixo Números e Operações, ao longo das séries finais do EF. Essa constatação surgiu pela própria pesquisa no documento de palavras como “função”, “variável” e “dependência”, sendo encontradas orientações diversas ao longo das séries. Embora haja uma ampliação dos conhecimentos algébricos nos últimos ciclos, o documento entende que:

Esse encaminhamento dado a Álgebra, a partir da generalização de padrões, bem como o estudo da variação de grandezas possibilita a exploração da noção de função no terceiro e quarto ciclos. Entretanto, a abordagem formal desse conceito deverá ser objeto de estudo do ensino médio (BRASIL, 1998, p.51)

Quanto às habilidades a serem desenvolvidas no ensino de Funções, as OCM/RJ recomendam em suas diretrizes que, ao longo dos dois últimos bimestres do 9º ano, na parte de Álgebra, sejam tratadas as diferenças entre Relações e Funções e os casos particulares de Funções Polinomiais de 1º e 2º graus. Esse encaminhamento possibilita aos alunos das escolas municipais uma exploração ampla dos conhecimentos sobre Funções, ainda no EF, mas que por

si só não garantem uma efetividade na compreensão das noções essenciais a respeito desse assunto. Nosso entendimento sobre a relevância do estudo de Função, nessa etapa de ensino, prioriza uma compreensão sólida dos alunos referente aos seguintes aspectos:

- i. absorver a noção intuitiva de Função como relação unívoca entre dois conjuntos não vazios;
- ii. identificar as variáveis e a relação de dependência entre elas em situações problema que envolvam diferentes tipos de Funções, restringindo-se a análise e interpretação dos dados do problema;
- iii. compreender a importância do domínio de uma Função, explorando problemas contextualizados e abrindo discussões pertinentes sobre o campo de existência de uma situação explorada;
- iv. ler e interpretar gráficos em situações que envolvam variados tipos de Função, atentando sempre as unidades de medidas consideradas e suas representações nos eixos  $x$  e  $y$ ;
- v. valor numérico de uma função (imagem), conhecido um dos seus elementos do domínio.

Na nossa proposta trouxemos alguns desses aspectos de forma articulada ao currículo que deveria ser cumprido com base na OCM/RJ, pois julgamos esse entendimento importante e até mais relevante do que um aprofundamento prematuro dessas ideias nessa etapa de ensino. A partir da aprendizagem dos pontos que elencamos é provável que os alunos tenham maior facilidade de compreender o estudo das funções polinomiais de 1º e 2º graus, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, que serão estudadas no EM, como um aprofundamento de conceitos que tiveram seus pilares bem estruturados no EF. Além disso, a compreensão dos pontos que destacamos auxilia aos alunos na aprendizagem e resolução de problemas hipotéticos da disciplina de Física e que são modelados através de funções matemáticas.

De acordo com o nosso entendimento e pela própria orientação presente nos três documentos analisados, enfatizamos e exploramos na sequência didática proposta atividades que potencializassem a leitura, o reconhecimento e o tratamento de situações problemas que envolvessem variáveis e a relação de dependência entre elas. Nessas abordagens ressaltamos a importância de o professor explorar as associações dos problemas dados a discussões possíveis com os alunos sobre gráficos que representem o problema. Embora nessa etapa de ensino não sejam realizados aprofundamentos sobre todos os tipos de funções, o aluno pode ser estimulado

a identificar visualmente no gráfico o domínio e a imagem da Função, bem como intervalos nos quais ela é constante, crescente ou decrescente. É possível ainda explorar junto a eles situações envolvendo proporcionalidade direta, considerando problemas hipotéticos do dia a dia.

Observamos que os conteúdos propostos na OCM/RJ são bem específicos por bimestres, sendo o tratamento de Relações e Funções e Funções do 1º grau um conteúdo a ser explorado basicamente ao longo do terceiro bimestre do 9º ano do EF. A BNCC propõe essa abordagem, especificamente no eixo da Álgebra, enfatizando a exploração de representações numéricas, algébricas e gráficas, sugerindo a resolução de problemas como uma das estratégias de tratamento do assunto. Já na análise dos PCN identificamos recortes ao longo do documento, como é apresentado no Quadro 6, recomendando o estímulo das ideias intuitivas e que possuem relação com outras habilidades.

Entre as sugestões metodológicas consideradas pelos PCN está a exploração da regularidade de figuras ou sequências numéricas que possam ser representadas por meio de Álgebra, o que não é bem específico nos outros documentos. Além disso, recomenda a utilização de gráficos para representar a relação de dependência entre duas variáveis. As OCM/RJ recomenda a utilização de *softwares* de geométrica dinâmica, como o *GeoGebra*, situações-problemas, utilização de tabelas e percepções sobre o significado de Função. A BNCC traz como sugestão, a variação proporcional direta entre duas grandezas, sem a utilização da regra de três. O destaque para a não utilização da regra de três sugerida pela BNCC é devido ao fato da dissociação do contexto da situação-problema aos cálculos algébricos na busca pelo “x”. Nesse momento é importante que o aluno interprete e compare resultados, observando principalmente como as grandezas se relacionam. Ademais, é importante salientar sobre as representações de diferentes unidades de medidas num mesmo sistema de eixos, considerando as particularidades das situações hipotéticas estudadas.

Após a análise dos documentos identificamos que tanto a BNCC como o PCN orientam um foco maior no desenvolvimento de habilidades que consolidam as noções essenciais sobre Função. Por outra via, as OCM/RJ tratam as noções essenciais de forma superficial, com propósitos imediatos de atingir um aprofundamento referente a Funções Polinomiais de 1º e 2º Graus, ainda que não haja um amadurecimento mais amplo das formas variadas de representação de uma Função. Entendemos assim a necessidade de repensar qual o sentido dessa abordagem e quais os objetivos pretendidos nessa etapa de ensino. Como veremos no Capítulo II, as pesquisas de Tinoco (2004) sugerem como essenciais para a exploração do

assunto a abordagem de: variável, dependência, regularidade e generalização. Concordamos com esses pontos defendidos pela autora, pois, especialmente no 9º ano, a compreensão dos alunos para identificar grandezas e estabelecer relações de dependência, por exemplo, são mais relevantes do que o desenvolvimento de cálculos algébricos complexos. Não que um anule o outro, mas a construção sólida das noções essenciais embasa os conhecimentos dos alunos nessa série, aperfeiçoando diferentes olhares para a compreensão do assunto, sendo aprofundado posteriormente no EM. Nesse sentido a aprendizagem dos estudantes deve ser estimulada no intuito de “promover a apropriação de significados para o conceito de função e para a linguagem matemática” (NEVES e RESENDE, 2016, p.607).

Nesse capítulo apresentamos a revisão bibliográfica inicial da pesquisa que nos auxiliou na elaboração e desenvolvimento da sequência didática que foi aplicada. Nos baseamos nos trabalhos escolhidos e nas próprias experiências metodológicas analisadas para compor os blocos de atividades e problemas que foram propostos, utilizando recursos variados, no sentido de apresentar e explorar o conceito de Função, aprofundando a abordagem das Funções Polinomiais do 1º Grau. Como já foi dito, embora consideremos a importância do tratamento das noções essenciais mais relevantes nessa série, a pesquisa realizada estava vinculada ao cumprimento do currículo escolar, sendo necessária a efetivação da ementa pelo professor-pesquisador. Dessa maneira, nossa proposta articulou as recomendações das OCM/RJ com outros direcionamentos dados a Função e que julgamos pertinentes serem exploradas nessa série.

## CAPÍTULO II

### 2. O ESTUDO DE FUNÇÃO E O USO DE MÍDIAS DIGITAIS

No capítulo anterior mapeamos pesquisas da literatura recente que dialogassem com nossa pesquisa. A partir do esboço inicial da sequência didática a ser aplicada, buscamos novas referências que nos auxiliassem na elaboração das atividades e no processo de análise dos resultados. Esse capítulo, que complementa a revisão de literatura explorada no Capítulo 1, objetiva articular de forma mais detalhada os três pilares teórico-metodológicos dessa pesquisa: 1) a relevância do entendimento conceitual de Função, a partir de uma breve perspectiva histórica sobre a sua evolução, enfatizando a Função Polinomial de 1º Grau; 2) alguns subsídios para uso do *Facebook* como um possível Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) e 3) algumas possibilidades da utilização do aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* como mais um recurso no estudo das relações entre coeficientes e gráficos de uma Função Polinomial do 1º Grau.

#### 2.1 O Ensino de Função: aspectos históricos, conceituais e curriculares

Nessa seção apresentaremos uma retrospectiva histórica do desenvolvimento do estudo sobre Função, considerando grandes nomes da Matemática e da Filosofia e suas respectivas contribuições na evolução conceitual desse assunto. Em seguida, exploramos as orientações curriculares que adotamos no processo de ensino e aprendizagem, nessa fase de ensino, exibindo aquelas que nos direcionaram na abordagem em sala de aula junto aos alunos. O resultado dessa pesquisa auxiliou na produção do material elaborado na sequência didática que utilizamos junto ao material pedagógico disponibilizado pela SME/RJ na forma de Caderno Pedagógico.

##### 2.1.1 Aspectos históricos e conceituais

O processo de construção e desenvolvimento histórico do conceito de Função partiu da inquietação de filósofos e cientistas em previsões de fenômenos naturais e na busca de explicações para situações do cotidiano. Segundo Botelho e Rezende (2007), o estudo desse conceito “nasceu a partir do momento que os cientistas passaram a descrever o movimento de forma quantitativa” (p.66). Esse processo teve a contribuição de grandes nomes, conforme apresentamos no Quadro 8 e demorou alguns séculos para assumir a definição a qual conhecemos hoje.

### QUADRO 8 – Evolução Histórica do Conceito de Função

CIENTISTA	CONTRIBUIÇÃO CONCEITUAL
Galileu Galilei (1564-1642)	Utilização das noções de lei e dependência, a partir do enunciado da Lei de Queda dos Corpos.
James Gregory (1638-1675)	Definiu como sendo uma relação de quantidades obtida por operações algébricas.
Isaac Newton (1642-1727)	Representação de séries infinitas por meio de Funções.
Jean Bernoulli	Relacionou operações entre variáveis e constantes.
Leonardo Euler (1707-1783)	Utilização da notação atual $f(x)$ para designar que uma função dependente da variável $x$ .
Albert Leibniz (1686-1766)	Fez o uso dos termos “Função”, “constante”, “variável” e “parâmetro”.
Peter Dirichlet (1805-1859)	Definiu Função como uma relação arbitrária entre variáveis, independente de fórmulas.
George Boole (1815 – 1864)	Interpretou Função como transformação, na qual um elemento $x$ é transformado em $f(x)$ .
Bernhard Riemann (1826 -1866)	Definiu Função como uma relação dada por um conjunto de pares ordenados, abrangendo ainda a ideia de domínio e imagem.

**Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Youssef, Soares e Fernandez (2005)**

Além dos cientistas supracitados, outros matemáticos deram suas contribuições, ainda que de forma implícita, para o desenvolvimento do conceito de Função. Entre eles Descartes, Diofanto, Viète e Fermat. Como o processo de desenvolvimento histórico não é objetivo dessa pesquisa, nos limitamos nesse texto apenas na descrição sucinta de elementos que levaram a concepção da ideia de Função pela forma a qual conhecemos hoje.

No século XX a contribuição para tal entendimento veio do matemático português Bento de Jesus Caraça com a publicação do seu livro *Conceito Fundamentais da Matemática*. A primeira parte do livro foi publicada em 1941 e apresentou um total de 5 edições, sendo a última delas foi publicada em 1946. A segunda parte do livro, publicada em 1942, na qual o matemático trata sobre Funções, foi composta de quatro capítulos, apresentando uma segunda edição em 1944.

Bento Jesus Caraça propõe o entendimento de Função como sendo um instrumento matemático para explicar a realidade de maneira quantitativa. Segundo ele, a regularidade de fenômenos pode ser expressa por uma lei. Partindo de uma situação envolvendo espaço e tempo ele demonstra a relação unívoca por meio de uma correspondência entre elementos de dois conjuntos: T (tempo) e S (espaço). Em seguida define a ideia de variável (dependente e independente) e de domínio de um Função. Considerando esses elementos conceituais define Função da seguinte maneira:

Sejam  $x$  e  $y$  duas **variáveis** representativas de conjuntos de números; diz-se que  $y$  é função de  $x$  e escreve-se  $y = f(x)$  se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido  $x \rightarrow y$ . A  $x$  chama-se variável **independente**, a  $y$  variável **dependente**. (CARAÇA, 1989, p. 129)

Além da definição via Teoria de Conjuntos (Dirichlet–Riemann), Caraça apresenta ainda em sua obra a definição analítica (Bernoulli) e geométrica (Leibniz) de Função. Durante a pesquisa observamos que o desenvolvimento conceitual atravessou alguns séculos para ser concebido, perdurando do século XVII até o século XX. Nessa pesquisa a exploração e formalização de Função, particularizando a Função Polinomial do 1º Grau, com os alunos, utilizou a definição teórica proposta por Caraça.

### 2.1.2 Aspectos curriculares

Partindo das orientações revisadas nos documentos oficiais, buscamos elencar os elementos conceituais que julgamos importantes para uma apresentação de Função para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Cabe destacar que nessa etapa os estudantes não têm nenhum conhecimento sobre o assunto e, antes mesmo de qualquer formalização, as provocações iniciais e provenientes das situações problemas que foram propostas tinham por finalidade desencadear ideias iniciais e conjecturas dos estudantes. Essas, por sua vez, desempenhariam as pistas iniciais para abordagem e reflexão sobre o assunto, permitindo ao professor questionar, desafiar e só aí então formalizar conceitos.

Observamos ainda utilização clássica da corrida de táxi como exemplos comuns para refletir as noções iniciais sobre Função. Ressaltamos destacar as mudanças que ocorreram nos últimos anos com o advento do aplicativos de transportes e que são bons elementos para uma reflexão inicial em sala de aula. O professor com alguns poucos toques na tela do celular pode explorar juntos aos estudantes quais as variáveis envolvidas na cobrança de tarifa de aplicativos, como Uber ou 99 Táxi, e a forma como elas implicam na cobrança final da tarifa. Nesse tipo de abordagem a exploração sobre Funções, particularizando as Funções Polinomiais do 1º Grau, não é feita de forma linear, ou seja, através de uma sequência de definições. Nos baseamos na importância de despertar no aluno um papel ativo e participativo para compreender de que forma algumas situações hipotéticas do cotidiano se relacionam com assuntos matemáticos que são estudados por eles.

Com o intuito de alinhar os propósitos da sequência didática que utilizamos nessa pesquisa, elaboramos inicialmente um mapa conceitual, conforme Figura 2, que apresentasse os objetivos pedagógicos pretendidos na exploração do assunto junto aos alunos do 9º ano. Essa estruturação foi fundamentada na revisão bibliográfica da pesquisa e nas OCM / RJ que, como já foi dito, orienta o conteúdo programático a ser explorado em cada série das escolas da rede municipal do Rio de Janeiro. Ressaltamos que a aplicação da sequência didática aqui proposta, produto dessa pesquisa e que se encontra no anexo, difere da organização serial utilizada nos materiais pedagógicos da SME/RJ, Cadernos Pedagógicos<sup>31</sup>, com conteúdo de Matemática referente ao 3º bimestre letivo de 2019, localizado entre as páginas 117 até 130.

Realizando um comparativo da sequência didática que utilizamos no material pedagógico disponibilizado pela SME/RJ, percebemos que não houve nenhum prejuízo para o aluno em termos de conteúdo, até mesmo porque o Caderno Pedagógico fez parte do material utilizado pelo professor-pesquisador nas suas aulas. No entanto, é interessante observar como o material é limitado quanto aos aspectos de exploração do conceito de Função nas suas variadas formas de apresentação, como propomos na sequência didática aplicada. Como já sinalizamos anteriormente, na análise dos documentos oficiais, a abordagem do Caderno Pedagógico prioriza uma noção básica do entendimento de Função e avança para as particularidades de Funções Polinomiais do 1º e 2º graus. Acreditamos na importância da compreensão sistemática dos conceitos essenciais antes de qualquer aprofundamento prematuro das particularidades de Função. Assim, em nossa proposta, conciliamos outros aspectos que elegemos como sendo importantes no estudo e desenvolvimento relativo ao estudo sobre Função.

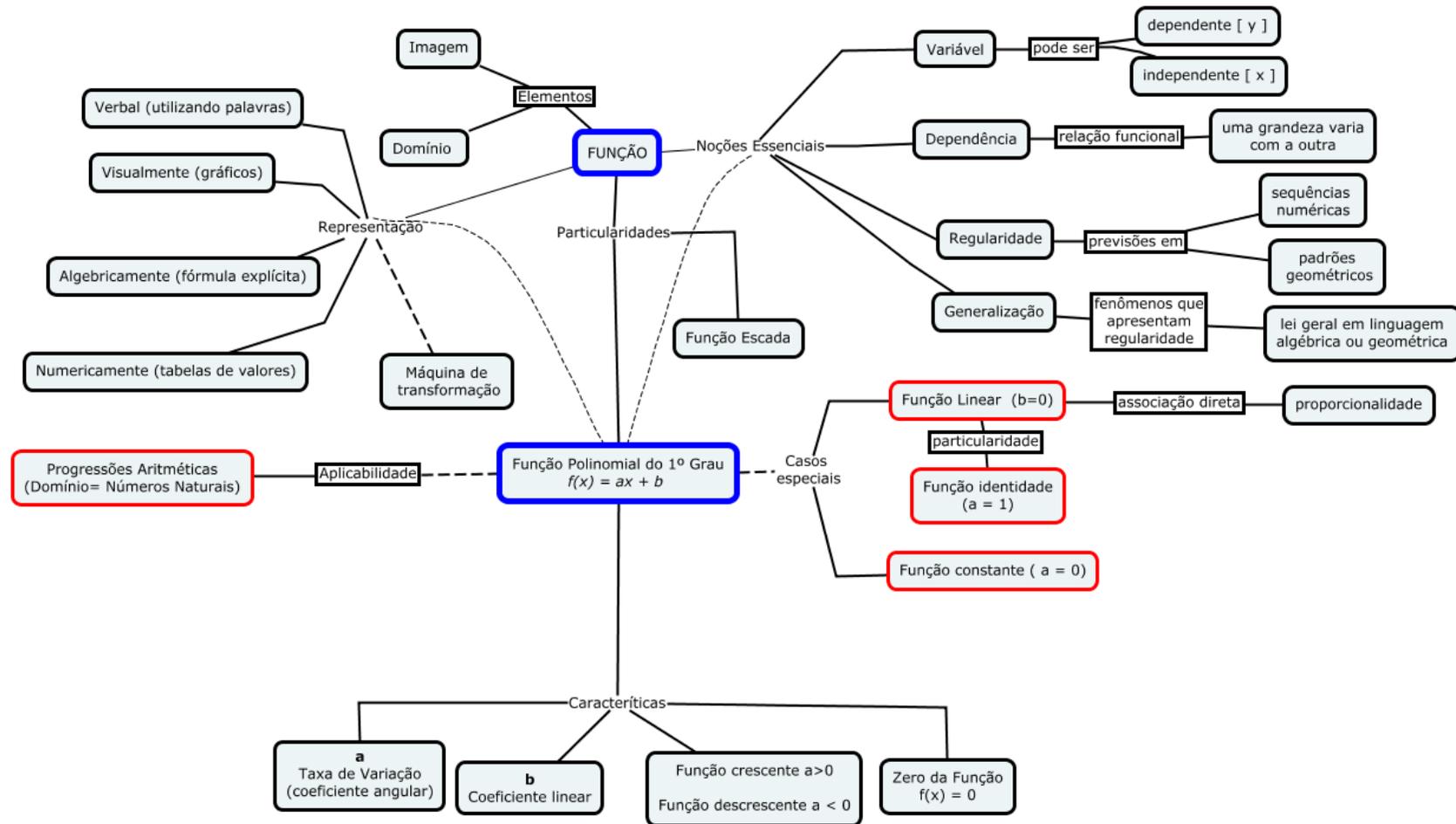
Na elaboração do mapa conceitual que elaboramos, Figura 2, inicialmente destacamos as formas de representação e as noções essenciais relacionadas a Função. Tinoco (2009) destaca como sendo noções essenciais para abordagem de Função as ideias de: variável, dependência, regularidade e generalização. Durante a elaboração da nossa sequência didática, priorizamos trabalhar com alguns problemas que trouxessem essas noções. O primeiro problema da atividade 1, por exemplo, traz em seu desenvolvimento quatro das noções descritas pela autora como essenciais. Nesse problema abordamos a relação funcional entre as grandezas que variam e solicitamos aos alunos que identificassem os padrões geométricos e as relações numéricas

---

<sup>31</sup>Disponível em: [https://drive.google.com/file/d/1nW7dYGUFOFRbnl\\_NB-B0UNWiNRZua0\\_c/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1nW7dYGUFOFRbnl_NB-B0UNWiNRZua0_c/view?usp=sharing) Acesso em 20.fev.2020

observadas, de maneira que conseguissem estabelecer uma generalização para o problema, através de uma lei matemática.

Figura 2 – Mapa Conceitual sobre o Ensino de Função e Função Polinomial do 1º Grau



Fonte: Elaborado pelo autor

Considerando as formas de representação, observadas na sequência didática das pesquisas de Neves e Resende (2016), destacamos situações que envolvessem representação algébrica, numérica e verbal, desafiando os alunos na interpretação e desenvolvimento dessas atividades. Além disso, enfatizamos a questão conceitual, considerando o entendimento do uso da palavra sobre termos como “dependência” e “variável”. No problema 3 da atividade 1, observamos a compreensão do aluno, por meio de registro na ficha de atividade e considerando os áudios analisados, sobre o entendimento desses termos. Nossa proposta teve como objetivo o protagonismo do aluno no processo de construção de seus conhecimentos, conhecimento esse que emerge da articulação dos saberes e reflexões colaborativas dos alunos na sala de aula e na rede social *Facebook*.

Santos e Barbosa (2016) destacam como formas de representação de uma Função: Função como tabela, Função como máquina de transformação, Função como diagrama, Função como expressão algébrica, Função como generalização, Função como gráfico e Função como definição. Essas abordagens nos auxiliaram e enriqueceram a sequência didática que elaboramos e utilizamos nessa pesquisa. Apontamos no nosso mapa conceitual cada um desses tratamentos e vinculamos essas ideias na proposta de atividade que construímos. Segundo os autores essa variabilidade de formas de representação permite explorar o conceito sem nem mesmo mencionar a palavra “Função”, para alunos do Ensino Fundamental.

Ressaltamos ainda nesse mapa conceitual, nas caixas destacadas em vermelho, algumas outras abordagens. Embora não façam parte dos assuntos explorados na proposta dessa pesquisa, são conhecimentos de grande relevância para o entendimento mais amplo de Função Polinomial do 1º grau. Em primeiro lugar foram destacados os casos especiais: Função Linear, Função Constante e Função Identidade que, embora admitam características próprias, se enquadram na definição de Função Polinomial do 1º Grau, como veremos adiante. Um outro caso apontado foi a associação de Função Polinomial do 1º Grau a uma Progressão Aritmética (P.A) cujo domínio é o conjunto dos Números Naturais. De fato, se  $f(n) = a.n + b$ , então  $f(n+1) - f(n)$  é sempre uma constante.

Para facilitar a associação do mapa conceitual apresentado aos problemas que propomos na sequência didática, expomos no Quadro 9, a seguir, o entendimento conceitual, as noções essenciais e as formas de representar Função, vinculadas por cada problema proposto. Associando o mapa conceitual a esse quadro é possível observar os caminhos que trilhamos de forma cuidadosa para contemplar na nossa abordagem um material rico e amplo para o tratamento de Função já no 9º do EF.

Quadro 9 – Conhecimentos envolvidos por problema proposto

PROBLEMA	FUNÇÃO										
	Noções Essenciais				Representação						Outros
	Variável	Dependência	Regularidade	Generalização	Verbal	Visual	Gráfica	Algébrica	Númérica	Máquina de Transformação	
P.1	X	X	X	X		X		X	X		
P.2	X	X		X	X			X			
P.3	X	X		X	X			X			
P.4					X						Diagrama, Relações e Funções
P.5						X					Diagrama, Relações e Funções
P.6			X	X				X	X	X	
P.7								X			Domínio e imagem
P.8	X	X			X						
P.9	X	X			X			X			
P.10	X	X		X	X			X			
P.11									X		Identificação de coeficientes
P.12	X	X		X	X			X			
P.13	X	X	X	X		X		X	X		Sequência geométrica
P.14	X	X			X			X			

Fonte: Elaborado pelo autor

O estudo e aprofundamentos nas pesquisas que realizamos nos permitiu observar a gama de conhecimentos e complexidade de tratar o assunto de Funções, principalmente no que diz respeito a sua abordagem no EF. Concordamos com a importância e a necessidade de ampliação de uma discussão pedagógica mais abrangente no que diz respeito aos objetivos e as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes nessa etapa de ensino. Frisamos a importância da compreensão dos fundamentos essenciais que levam ao conhecimento amplo do

assunto, antes de qualquer aprofundamento prematuro de ideias que não consigam se conectar de forma proveitosa e satisfatória no processo de aprendizagem dos alunos.

### 2.1.3 Função Polinomial do 1º Grau ou Função Afim

Inicialmente destacamos que outras duas terminologias são encontradas para tratar uma Função Polinomial do 1º Grau: “Função Afim”, ou simplesmente “Função do 1º Grau”. É importante ressaltar que esses diferentes vocabulários fazem referência as funções do tipo  $f(x) = ax + b$ . Segundo Lima *et.al* (2001,p.92) é comum livros didáticos utilizarem somente o termo “Função do 1º grau”, não esclarecendo para os alunos o fato de que a Função em si não tem grau, mais sim o polinômio, quando se tem  $a \neq 0$ . Ao longo desse texto utilizamos na maioria das vezes a terminologia mais completa.

Outro ponto observado durante o levantamento bibliográfico foi as divergências de autores, principalmente dos livros didáticos, sobre a definição conceitual de Função Polinomial do 1º Grau. Há textos que restringem o coeficiente **a** como sendo um número real diferente de zero. Aqui será utilizada a definição dada por Lima *et.al* (2004, p.92) no livro *A Matemática do Ensino Médio* (Vol.1, 2004, p.87) que conceitua esse tipo de Função como sendo: “ *Uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se afim quando existem constantes  $a, b \in \mathbb{R}$  tais que  $f(x) = ax + b$  para todo  $x \in \mathbb{R}$* ”. Dessa forma, são casos particulares e decorrem da definição:

- I. **Função Linear** ( $b = 0$ ): Nesse caso temos  $f(x) = ax$ . Para o elemento do domínio  $x = 0$ , temos que  $f(0) = 0$ , logo o ponto  $(0,0)$  pertence ao gráfico de  $f(x)$ . Assim o gráfico de  $f(x)$  é uma reta que passa pela origem do sistema cartesiano. No caso em que  $a = 1$ , a Função Linear é chamada de **Função Identidade** [ $f(x) = x$ ];
- II. **Função Constante** ( $a = 0$ ): Nesse caso temos que  $f(x) = b$ . Mesmo com o coeficiente **a** sendo igual a zero, a função constante é um caso particular de Função Polinomial do 1º Grau. Assim, para todo elemento do domínio da Função a imagem de  $f(x)$  é uma constante. O gráfico de uma Função Constante é uma reta paralela ao eixo das abscissas, coerente com o tipo de comportamento gráfico de uma Função Polinomial do 1º Grau.

O coeficiente **a** é chamado de taxa de variação ou taxa de crescimento da Função  $f$ , sendo na maioria dos textos denominado apenas como coeficiente angular. Na realidade coeficiente angular é um termo mais usual na Geometria Analítica, visto que em situações reais as grandezas que se relacionam numa dada Função têm naturezas distintas, não havendo nesses casos, associação unitária entre elas. Já o coeficiente **b** é chamado de coeficiente linear ou termo independente.

O zero de uma Função é definido como o(s) valor(es) de  $x$  para os quais a função  $f(x) = 0$ . Geralmente no estudo do zero de uma Função polinomial do 1º Grau aparece nos textos de livros didáticos por meio de duas associações: 1) aquela que relaciona o zero da função a uma equação do 1º grau; 2) aquela que associa a sua interpretação geométrica, como sendo o ponto  $(x, 0)$ , ou seja, o ponto que o gráfico “corta o eixo  $x$ ”. Na proposta metodológica da nossa pesquisa, associamos esse conceito ao ponto de equilíbrio presente no estudo das funções financeiras lucro e prejuízo. No Problema 14 esses conhecimentos foram explorados, permitindo observar o entendimento dos alunos para uma situação prática. É relevante que eles percebam que não se trata apenas de um cálculo algébrico ou uma característica gráfica, mas como uma situação que precisa de interpretações mais específicas. Assim, em especial nessa questão, os alunos foram estimulados a avaliar uma situação envolvendo lucro, prejuízo e equilíbrio financeiro (zero da função).

O gráfico de uma Função Polinomial do 1º Grau é sempre uma reta que pode ser obtida conhecendo-se dois pontos quaisquer pertencentes a ela, conforme axioma da Geometria Euclidiana. Na proposta metodológica que utilizamos propomos aos alunos o contato com duas formas de construção dos gráficos: i) a primeira utilizando o papel quadriculado e determinando pontos pertencentes a Função, estabelecido elementos do domínio próximos da origem, e em seguida unindo esses pontos; 2) Através do estudo do comportamento gráfico, por meio de Estudo Dirigido, observando de que maneira a variação dos coeficientes  $a$  e  $b$  influenciam no comportamento do gráfico. Essas atividades permitiram a formalização das ideias de função crescente [ $x_1 < x_2$ , tem-se  $f(x_1) < f(x_2)$ ] e função decrescente [ $x_1 < x_2$ , tem-se  $f(x_1) > f(x_2)$ ] e as implicações da variação dos coeficientes  $a$  e  $b$  da Função  $f(x) = ax + b$  no comportamento da reta, seja por sua inclinação, seja pelas translações que ocorrem sobre o sistema cartesiano.

A estruturação teórica sobre Funções e Função Polinomial do 1º Grau na pesquisa que desenvolvemos partiu de algumas situações problemas e provocações feitas pelo professor-pesquisador tanto na sala de aula, quanto no grupo do *Facebook*, se estendendo ao longo das aulas do terceiro bimestre da turma 1901. A formalização dos conceitos foi sendo atribuída de acordo com as contribuições, observações e conjecturas dos alunos durante o desenvolvimento das atividades propostas. Esperamos que dessa maneira os alunos criem significados conceituais a partir da experimentação de situações hipotéticas do cotidiano, significando a sequência didática que propomos como um material pedagógico promissor no estudo e abordagem de Função no 9º ano do EF.

Na organização da sequência proposta buscamos abranger diferentes formas de apresentar Função e, conseqüentemente, explorar o caso das Funções Polinomiais de 1º Grau. Segundo as pesquisas de Rezende (2012) o ensino de Funções no Ensino Básico não tem atingido seus principais objetivos. O autor ressalta ainda que a abordagem como é feita fica muito limitada, desprezando aspectos importantes, como a relação de dependência entre grandezas, predominando uma abordagem estática e essencialmente algébrica. É importante destacar que no 9º ano do Ensino Fundamental, além dos primeiros contatos com esse assunto na disciplina de Matemática, os alunos passam a estudar alguns tópicos de Física. Muitas das situações problemas de Física também são modelados por funções matemáticas e, principalmente nesses casos, interpretações das relações entre grandezas, por exemplo, são elementos primordiais na compreensão dos fenômenos estudados.

## 2.2 O uso do *Facebook* como Ambiente Virtual de Aprendizado (AVA)

As tecnologias digitais têm desafiado o sistema educacional a se reconfigurar diante das inovações. A velocidade de informações e o leque de oportunidades existentes refletem diretamente nos processos escolares e na missão do educador de alinhar essas novidades as suas práticas pedagógicas na era informatizada. Nos últimos anos tem sido frequente um número maior de pessoas utilizando as redes sociais como espaço para comunicação, dentre outras finalidades, acarretando um novo ambiente de interação. A partir do rompimento dos padrões espaciais em redes interativas, o “espaço de fluxos” passou a substituir o “espaço de lugares” (CASTELLS, 2000). Desse modo os AVA passaram a contribuir para os processos de ensino e aprendizagem como um elemento enriquecedor fora das salas de aulas. O *Facebook*, através de grupos fechados tem se mostrado uma boa alternativa de AVA no qual a comunicação entre professor e aluno é possível em tempo real. Além das possibilidades de interação há recursos para compartilhamento de mídias, documentos e vídeos que auxiliem a formação e a exploração de um conteúdo. A criação de enquetes e a discussão a partir dos próprios comentários sobre uma publicação são elementos que norteiam os processos de ensino e aprendizagem, e a metodologia a ser desenvolvida pelo professor.

Observamos em especial que a criação de grupos fechados do *Facebook* atingiu a potencialidade de um recurso auxiliar a ser utilizado como AVA, visto que configuram novas oportunidades que não ficam restritas a sala de aula. Através da rede social, por meio dos grupos fechados de turmas específicas, o professor tem a oportunidade constante de comunicação e interação com a turma. Entre outras vantagens que destacamos no uso da rede social está a não

necessidade de um treinamento prévio para utilização e, em alguns casos, a necessidade de *login* em plataformas específicas. O acesso de plataforma que funcionam como AVA por vezes é realizado de forma irregular, fazendo com que em determinadas situações o aluno não acompanhe as atividades e discussões existentes. No caso do *Facebook* as atualizações das postagens realizadas nos grupos aparecem instantaneamente nas notificações da rede social, permitindo por vezes uma interação síncrona entre seus participantes. Bairral (2010) destaca:

“Tenho utilizado a metáfora de ambiente virtual como amplificador, uma vez que o mesmo tem o propósito de potencializar — com intencionalidade — um determinado sinal, ecoando o som em diferentes espaços, distâncias e vozes. Como um amplificador o dispositivo virtual necessita de uma conjunção de tecnologias e artefatos mediadores. Um AVA pode usar, ou melhor, integrar em suas tarefas, recursos disponíveis na Internet ou dispor de meios próprios. Seja de uma forma ou de outra, é importante o uso que se faz com tais recursos.” (p.8).

Muito embora as proporções do *Facebook* não fossem mensuráveis inicialmente, o acesso à rede social e o número de usuários hoje são expressivos. No Brasil em 2018 já eram mais de 127 milhões de usuários, segundo próprios dados da empresa, dos quais 120 milhões acessados de dispositivos móveis. Essas particularidades nos permitiram refletir a viabilidade da utilização da rede social como um AVA de maneira que pudéssemos observar e identificar sua potencialidade como espaço de aprendizagem. Nossa finalidade priorizou as vantagens de troca, compartilhamento e acesso que esse espaço permite. Além disso, os alunos da turma pesquisada, quase em toda sua totalidade, eram usuários dessa rede social, o que facilita a proposta em curso. Pensando numa rede tão numerosa com potencialidade de AVA, Mattar (2012) discute as possibilidades de interação da rede como:

“Uma página no *Facebook* é pública, ou seja, qualquer um pode curtir-la, passando a receber atualizações de seu conteúdo em seu feed de notícias. Páginas são, portanto, uma maneira simples de professores e alunos compartilharem links, artigos, vídeos ou feeds de RSS. Nas páginas no *Facebook*, é possível também utilizar notas e comentários, além de vários outros recursos, como fóruns de discussão. Você pode, por exemplo, criar uma página para sua disciplina e seus alunos podem curtir páginas que outros criaram. Entretanto, ao contrário de grupos, as páginas não podem ser fechadas ou secretas, ou seja, tudo o que for postado em uma página, torna-se automaticamente público.” (p.94)

Os grupos que podem ser criados a partir de uma conta do *Facebook* e podem ser: aberto, no qual todos têm acesso podendo realizar publicações e interagir nas páginas; fechado, no qual somente os integrantes poderão visualizar as publicações e realizar postagens, necessitando de

convite para participar; e por último, o secreto, sendo considerado o mais restrito de todos, pessoas externas não possuem qualquer conhecimento sobre o grupo ou seus integrantes.

Segundo Lorenzo (2013, p. 73), “Com o tempo, o *Facebook* tem aberto cada vez mais caminhos para que as instituições e educadores possam utilizá-lo para aperfeiçoar a educação e, principalmente, a comunicação com seus alunos”. É comum atualmente a utilização de grupos fechados para interação entre alunos e professores. Nesses grupos podem ser compartilhados documentos como listas de exercícios, trabalhos e vídeos. Uma determinada publicação feita pelo professor provoca comentários, o que de certa forma serve para nortear o andamento da aplicação metodológica de um conteúdo e seus possíveis desdobramentos. Moran (2011, p. 23) destaca que aprendemos melhor quando vivenciamos, experimentamos, quando perguntamos, questionamos, quando interagimos com os outros e o mundo. No *Facebook* os alunos possuem “vozes” que nem sempre são ouvidas na sala de aula. Isso possibilita, de alguma forma, contribuições diretas no processo de aprendizagem já que o aluno vence as barreiras que muitas das vezes são impostas pelo ambiente da sala de aula, seja pelo receio de perguntar publicamente entre os colegas ou questionar o professor sobre eventuais dúvidas.

Certamente essa proposta não inviabiliza outras possibilidades e conseqüentemente a utilização de outros espaços virtuais, sendo necessário o conhecimento da realidade da turma e dos alunos a qual se destina. O professor deve estar atento as possibilidades de o aluno acessar e participar ativamente das atividades que serão propostas no espaço escolhido, sendo a intenção de sua proposta o enriquecimento e aprimoramento de suas aulas presenciais e não um ambiente excludente daqueles que eventualmente não tenham acesso. Atualmente existem outras plataformas, como o Google Sala de Aula, que também permitem o desenvolvimento e acompanhamento de atividades *online*, possibilitando a criação de tarefas e compartilhamentos de mídias que auxiliem os alunos no processo de aprendizagem.

Na Figura 3 mostramos a tela inicial do Grupo da Turma 1901 / 2019 da E.M Irineu Marinho. Nosso intuito era a disponibilização de materiais *online* e oferecer atividades que estivessem vinculadas aquelas desenvolvidas na sala de aula. Dessa maneira esperávamos que esse espaço virtual funcionasse como uma “extensão” da sala de aula, permitindo assim interações, reflexões, conjecturas e principalmente contribuísse na aprendizagem dos alunos.

**FIG 3 – Tela do Grupo da turma 1901 / 2019**



**Fonte: *print da tela***

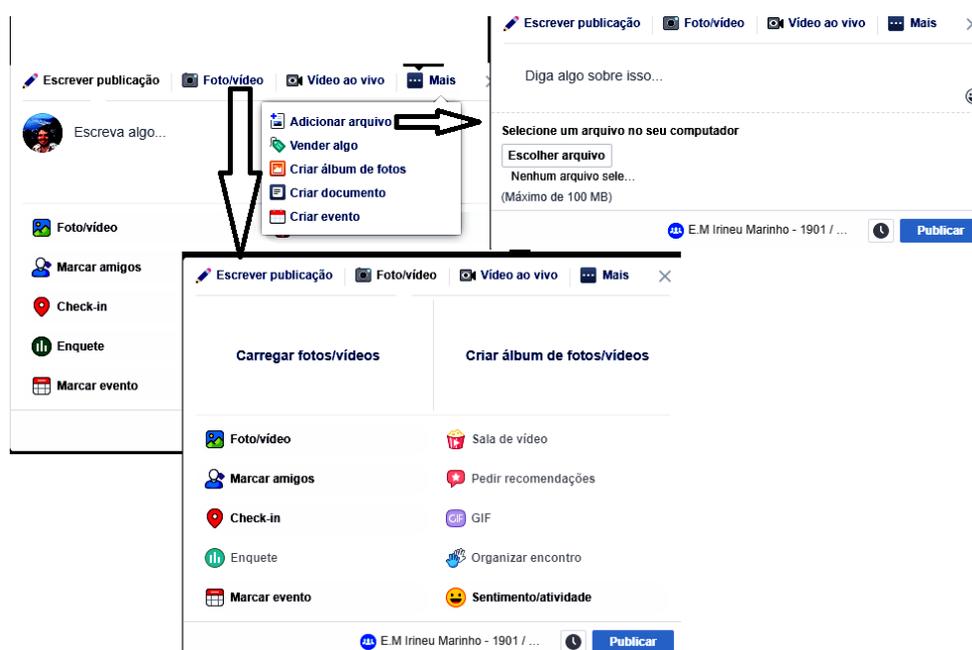
Analisando a barra de opções da esquerda, Figura 3, observamos algumas possibilidades disponíveis no grupo formado. Notamos ainda que se trata de um grupo fechado, ou seja, sendo possível a interação exclusivamente dos membros participantes e aprovados previamente pelo administrador (moderador). Destacamos aqui os pontos que são mais pertinentes na proposta que realizamos, de acordo com os subitens elencados na barra de opções:

- (a) **Discussão:** direciona a publicação e as interações que serão feitas nessa página. Fato interessante é justamente a intenção do uso da palavra, indicando de alguma forma que a finalidade do grupo é justamente refletir sobre uma ideia e de forma conjunta;
- (b) **Vídeos e Arquivos:** a possibilidade de compartilhar vídeos e arquivos de forma particular com o grupo são elementos importantes para o enriquecimento do ambiente de aprendizagem, pois, permite a utilização de mídias variadas que permitem enriquecer a visualização, a manipulação e compreensão do aluno com recursos tecnológicos.
- (c) **Moderar Grupo:** a moderação corresponde a um dos pontos importantes dentro da proposta didática a ser desenvolvida. É necessário que o administrador do grupo deva criar regras e limites aos integrantes do grupo para que o mesmo não perca sua finalidade. O administrador pode regular a aprovação de novos membros, criar publicações programadas, criar alerta de uso de palavras chaves em publicações realizadas e eleger moderadores que auxiliem no fluxo de atividades do grupo.

Na Figura 4 são exibidas algumas ferramentas disponíveis para utilização e mediação do grupo que, nesse caso, possibilitam ao professor planejar e elaborar atividades utilizando outras mídias como documentos em PDF, Word ou outros formatos, vídeos, enquetes ou criação

de evento. Fato interessante é que todos os arquivos disponibilizados no grupo ficam armazenados exclusivamente numa pasta e que facilitam consultas posteriores ao material sem que haja a necessidade de usar a barra de rolamento. Outro ponto que destacamos como importante são as visualizações realizadas pelos integrantes do grupo a um material fornecido. Esse recurso permite ao professor o controle do fluxo de acessos pelos alunos nas atividades que são propostas. Embora não haja uma precisão concreta do tempo de envolvimento do aluno com a atividade, essa ferramenta permite ao mediador, nesse caso o professor, conhecer a quantidade de alunos que tiveram contato com o material, permitindo assim a criação de estratégias.

**Figura 4 - Funcionalidades do Grupo do Facebook**



**Fonte: print de tela do Facebook editado**

Segundo Bairral (2005) os dispositivos virtuais constituem uma etapa importante para complementação do processo de ensino e aprendizagem desenvolvido nas variadas modalidades de ensino. Nesse sentido reconhecemos na rede social *Facebook* um bom espaço para desenvolvimento de atividades *online* de forma articulada com as aulas presenciais. Especificamente para essa pesquisa elencamos os fatores que viabilizam sua utilização: a) é um espaço gratuito e de acesso constante dos alunos envolvidos, como foi identificado na pesquisa realizada inicialmente com os sujeitos envolvidos; b) dispensa formação prévia sobre a plataforma pela familiaridade que os alunos possuem com a rede social; c) não é necessária a realização de *login* para entrar numa plataforma específica, sendo as atualizações do grupo, sinalizadas nos alertas do *feed* dos usuários; d) permite o administrador acompanhar os alunos

que visualizam e realizam a tarefa , dependendo da situação, em tempo real, possibilitando interações instantâneas.

Na nossa proposta, utilizamos um grupo fechado no *Facebook* a fim de observar e evidenciar a potencialidade da rede social como um espaço de aprendizagem por meio de colaboração dos membros participantes de um grupo fechado. Ressaltamos a importância de avaliar a viabilidade de sua reutilização dessa proposta, sendo imprescindível atentar para o público e a realidade dos envolvidos ao qual se destina. Nossa perspectiva de inovação se baseou na possibilidade de um espaço de aprendizagem flexível, colaborativo e fácil utilização pelos usuários. Há de se considerar ainda que, por se tratar de uma rede social, outros elementos possam comprometer os objetivos dessa proposta. As próprias atualizações instantâneas na página do usuário podem desvincular a atenção do aluno em um momento de desenvolvimento de determinada atividade. Nessa, nos restringimos em observar, particularmente, o alcance do uso da rede social como espaço colaborativo e de aprendizagem no desenvolvimento e aplicação da sequência didática, evidenciando as contribuições no processo de aprendizagem dos estudantes.

### 2.3 GeoGebra: Enriquecendo os conhecimentos sobre Função Polinomial do 1º Grau

As inovações tecnológicas que emergiram nas últimas décadas têm sido uma das grandes aliadas ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Atualmente existem diversificados *softwares* e aplicativos para *smartphone* que ampliam as possibilidades de o professor explorar determinados conteúdos e que ressignificam o processo de exploração dos conteúdos. Nessa pesquisa a utilização do *GeoGebra* teve por finalidade observar o aspecto dinâmico da construção do gráfico de uma Função Polinomial do 1º Grau, bem como verificar de que forma a variação dos coeficientes **a** e **b** das funções do tipo  $f(x) = ax + b$  interferem no comportamento da reta obtida. Rezende (2012) destaca que:

Os argumentos favoráveis ao uso desses softwares são bem diversificados. Experimentar, criar estratégias, fazer conjecturas, argumentar e deduzir propriedades matemáticas são, em verdade, ações desejáveis no ensino de matemática em qualquer domínio de conhecimento e nível de ensino. Nesse sentido, essas ferramentas computacionais são bem-vindas no ensino das funções reais. Em particular, o software *GeoGebra*, com excelente interface dinâmica entre os sistemas algébrico e geométrico de representações. (p.78)

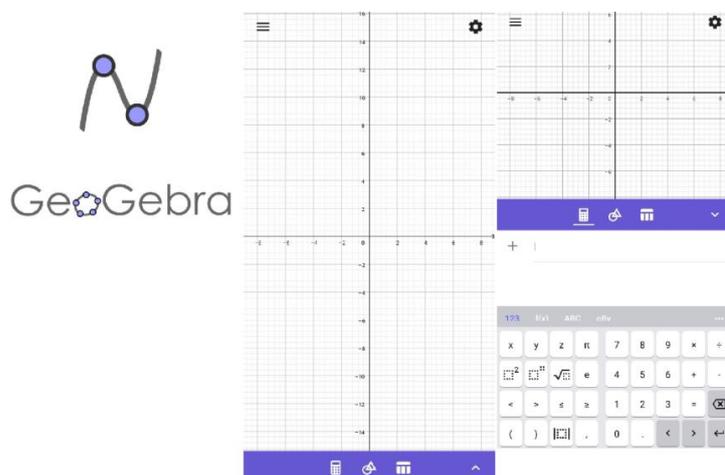
Nessa perspectiva a apresentação do *GeoGebra* para os alunos nessa fase de ensino objetivou explorar seu uso na construção de gráficos de Funções Polinomiais do 1º Grau em

um ambiente de Geometria Dinâmica e verificar como os aspectos algébricos influenciavam nos aspectos gráficos. A partir do Estudo Dirigido e a utilização do aplicativo para *smartphone* possibilitamos aos estudantes realizar conjecturas e deduções de propriedades de acordo com as situações propostas. Entendemos que utilização do controle deslizante (*sliders*), alterando os parâmetros da Função, é uma outra possibilidade de experimentar essa atividade. No entanto, o receio do aluno não compreender que o controle deslizante estaria gerando uma família de Funções, implicou na utilização de um grupamento de cinco Funções, variando seus parâmetros de forma isolada. Nossa pretensão era que os alunos observem a facilidade de realização da atividade e como essas variações influenciam no comportamento gráfico.

Destacamos que Estudo Dirigido utilizando o aplicativo *GeoGebra* foi utilizado posteriormente à Atividade que explorava a construção em papel quadriculado, utilizando pontos quaisquer pertencentes ao gráfico das Funções dadas. Dessa maneira, apresentamos aos alunos dois recursos possíveis para representação do gráfico de uma Função, no qual reconhecemos uso do aplicativo para *smartphone* como uma oportunidade de auxílio na aprendizagem, por se tratar de um recurso interativo, rápido e dinâmico.

O *GeoGebra* é um ambiente de geometria dinâmica que foi desenvolvido por Markus Hohenwarter em 2001 na Universität Salzburg. Disponível também na versão de aplicativo para *smartphone* caracteriza-se por ser um espaço dinâmico e interativo, possibilitando exploração de elementos algébricos e geométricos. Na Figura 5 é mostrada a interface do aplicativo para *smartphone*, sendo composto por uma malha, na qual está disposto um sistema cartesiano, e um teclado no qual é possível a inserção de uma Função qualquer, por exemplo, utilizando caracteres especiais.

**Figura 5 - Tela inicial e recursos de entrada para inserir uma Função no GeoGebra**



**Fonte: capturas de tela do *smartphone***

A utilização do *GeoGebra* na nossa pesquisa objetivou o enriquecimento da abordagem de Função, proporcionando ao aluno uma experiência acerca de utilização do *smartphone* no processo de aprendizagem. Esse contato, com formas diferentes de obtenção do gráfico de uma Função pelo aluno, permitiu aos estudantes uma reflexão sobre o uso das tecnologias no processo de estudo e compreensão sobre um conteúdo. Destacamos a importância do educador explorar e incentivar seus alunos a usarem tecnologias diversas no processo de ensino e aprendizagem. Observamos, no entanto, que alguns evitam ou negligenciam essa utilização, seja por desconhecerem as verdadeiras potencialidades desses recursos, ou ainda, por considerarem como um obstáculo no processo de aprendizagem.

De maneira geral, nosso objetivo nesse capítulo foi apresentar os três pilares que nortearam nossa pesquisa. A apresentação do desencadeamento dos conceitos que utilizamos, sobre Função e Função Polinomial do 1º Grau, foi baseada no estudo desenvolvido no Capítulo 1. Ao longo da pesquisa nos apropriamos de novas leituras e referências que foram devidamente citadas ao longo do Capítulo 2 e que também nos auxiliaram na construção e elaboração da sequência didática que foi aplicada. Observamos ao longo do nosso estudo a importância que deve ser dada ao estudo de Função, principalmente na abordagem voltada para o EF. Notamos nas diferentes formas de exploração desse conteúdo, variadas singularidades, sendo importante o docente delinear seus objetivos pedagógicos de maneira que alcance representações e tratamentos diversificados sobre esse assunto. Buscamos ainda apresentar nossas justificativas sobre a escolha da rede social *Facebook* e do *GeoGebra* como elementos articulados na nossa proposta didática. Embora os recursos para enriquecimento de um conteúdo atualmente sejam variados, escolhemos esses dois por acreditarmos na sua potencialidade junto a nossa proposta, como mostramos ao longo do capítulo.

## CAPÍTULO III

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesse capítulo apresentamos um panorama sobre o contexto e os participantes da pesquisa, as atividades que foram propostas, os objetivos pretendidos, os recursos utilizados e de que forma os dados foram coletados e analisados.

A partir da análise das pesquisas de Neves e Resende (2016), e Santos e Barbosa (2016), observamos a importância de apresentar o conceito de Função considerando as variadas formas como pode ser explorado esse assunto. Corroborando com essas pesquisas Tinoco (2001, p.5) elenca que a abordagem deve explorar quatro aspectos: 1) regularidade, 2) variável, 3) dependência e 4) generalização. Considerando esses referenciais utilizamos na elaboração das atividades a reunião de elementos que julgamos importantes para estudo e compreensão sobre Funções e Função Polinomial do 1º Grau nessa etapa de ensino.

#### 3.1 O Contexto e os participantes

A aplicação da metodologia dessa pesquisa teve como sujeitos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Irineu Marinho, turma 1901, turno da manhã, situada no bairro de Marechal Hermes, zona norte da cidade do Rio de Janeiro. A escola pertence à 5ª Coordenadoria Regional (5ª CRE) e tem um total de 999 alunos (2019), distribuídos em três turnos. Na ocasião a escola atendia alunos do 3º ano do Ensino Fundamental I ao 9º ano do Ensino Fundamental II, num total de 25 turmas. O turno da noite acolhia a Educação de Jovens e Adultos (EJA). O IDEB<sup>32</sup> da escola, observado nas últimas avaliações externas, em turmas de 9º ano, foram os seguintes: 2013 = 5.1, 2015 = 5.0 e 2017 5.0. Nessas avaliações a escola alcançou as metas projetadas, que eram: 2013 = 4.0, 2015 = 4.3 e 2017 = 4.6.

A turma 1901 tinha um total de 35 alunos, com boa assiduidade, tendo semanalmente seis tempos de 50 minutos de aulas de Matemática, sendo dois tempos nas segundas-feiras, três tempos nas quartas-feiras e um tempo na sexta-feira. Para melhor organização e tratamento dos dados da pesquisa, a turma ficou dividida em sete grupos composto por cinco alunos cada um. Uma vez esses grupos formados, pela livre escolha dos seus integrantes, foi realizado o acompanhamento das participações desses grupos nas atividades da sala de aula e interações das atividades propostas no grupo fechado *Facebook*, Figura 6. A rede social foi utilizada como

---

<sup>32</sup> Disponível em <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=2996430>. Acesso em 15.jun.2019

AVA, sendo criada em 27 de março de 2019. A ambientação inicial dos alunos com o grupo objetivava a troca de informações, desafios, disponibilização de atividades propostas em aula para alunos faltosos, informação sobre concursos de escolas técnicas e alguns pequenos vídeos didáticos, como aquele que faz animação do Teorema de Pitágoras, utilizando quadrados preenchidos com água. Dos 35 alunos da turma, 33 acessavam o grupo com frequência, monitorados pela quantidade de visualizações das publicações. Quanto a participação nas atividades, observamos inicialmente nesse período, que somente questões desafiadoras geravam discussões extensas, pois uma vez respondida por um aluno que se destacava, observávamos a inibição da participação dos outros alunos. Esse comparativo refletiu nas atividades que propomos, utilizando algumas com respostas mais imediatas e outras que geravam incertezas e maior interação entre os alunos.

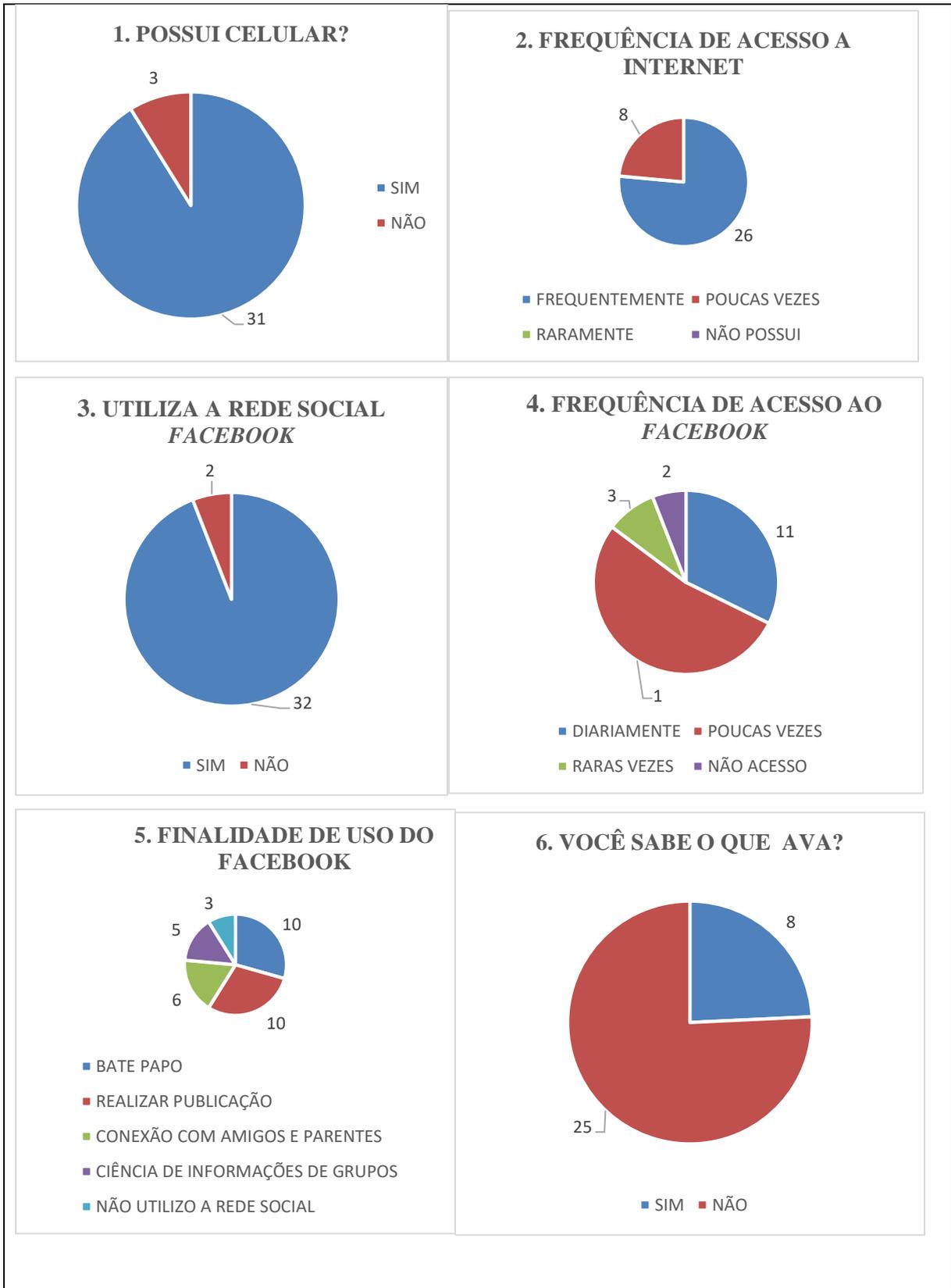
**Figura 6 - Tela do Grupo do Facebook – 1901 E. M. Irineu Marinho**



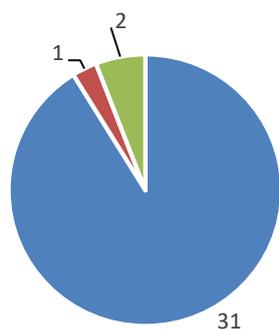
**Fonte: Print da tela do Facebook**

Para compreendermos de que maneira os alunos utilizavam as tecnologias digitais e a dimensão de acesso pelos sujeitos da pesquisa, aplicamos inicialmente um questionário de perguntas fechadas, presente do Apêndice A, e cujos resultados são mostrados no Quadro 10. Ressaltamos a importância de conhecer os sujeitos da pesquisa, pois através desses dados adequamos nossa proposta pedagógica a realidade dos estudantes investigados. Escolhemos o *Facebook*, por exemplo, um número significativo de alunos observados utilizarem essa rede social. Obviamente a proposta que utilizamos não é fixa, sendo apenas uma sugestão metodológica reaplicável com adequações pertinentes ao público que seja destinado.

**Quadro 10 – Perfil dos alunos pesquisados e suas vivências em espaços virtuais**

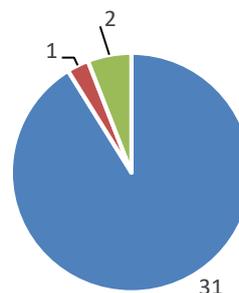


**7. Participa de grupos do Facebook?**



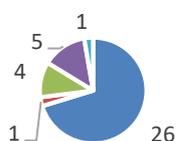
■ SIM ■ NÃO ■ NÃO UTILIZO

**8. ESTÁ CIENTE DAS LIMITAÇÕES DE ACESSO A GRUPOS FECHADOS?**



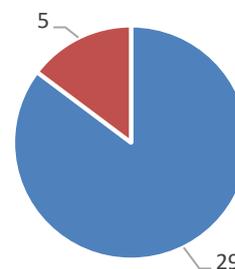
■ SIM ■ NÃO ■ NÃO UTILIZO

**9. UTILIZAÇÃO DE RECURSO EM GRUPOS**



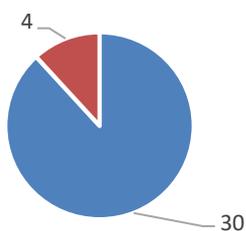
■ COMPARTILHAR ARQUIVOS  
 ■ ENQUETES  
 ■ SOLICITAR RECOMENDAÇÃO  
 ■ CRIAR EVENTO  
 ■ CRIAR DOCUMENTO

**10. IMPORTÂNCIA DE UM GRUPO VIRTUAL DA TURMA 1901**



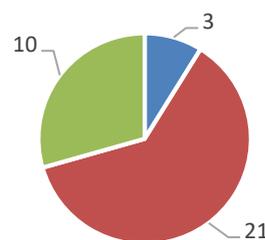
■ IMPORTANTE ■ DESNECESSÁRIO ■ INDIFERENTE

**11. SUA OPINIÃO SOBRE O USO DO FACEBOOK COMO AVA**



■ ESCLARECER DÚVIDAS E INTERAGIR  
 ■ INDIFERENTE  
 ■ DESNECESSÁRIO

**FREQUÊNCIA COM QUE ESCLARECE DÚVIDAS**



■ SEMPRE  
 ■ POCAS VEZES  
 ■ NÃO FAÇO QUESTIONAMENTOS

Fonte: Dados da Pesquisa

Notamos pelos dados apresentados no Quadro 10 que os alunos da turma 1901 praticamente em sua totalidade possuía acesso à internet, conta no *Facebook* e uma grande parcela conhecia a dinâmica de utilização dos grupos fechados nessa rede social. Fatores como esses contribuíram para implementação da pesquisa realizada, pois favoreceram o acesso dos alunos a um ambiente no qual eles já conheciam suas funcionalidades, sem necessidade de orientações prévias para utilização. É notório que em algumas plataformas os alunos apresentam dificuldades no que diz respeito a ambientação no espaço de aprendizagem, acarretando dificuldades de interação nessas plataformas. Destacamos ainda que a implantação de atividades *online*, em qualquer plataforma, depende muito de o aluno reconhecer as funcionalidades do espaço que está utilizando e da mediação permanente do professor. A deficiência em uma dessas particularidades pode interferir diretamente nos resultados esperados e nas contribuições dessa estratégia no processo de ensino e aprendizagem.

Nossa pesquisa foi autorizada com parecer favorável pela Equipe Técnica da Escola Paulo Freire – E / EPF conforme documento presente no Anexo A. Como os alunos pesquisados eram menores, foram exigidas autorizações de consentimento e assentimento, assinadas respectivamente por responsáveis e alunos, conforme regras da EPF. A pasta com essa documentação encontra-se arquivada nessa escola. A identidade dos alunos durante a transcrição e análise dos resultados foi preservada. Seguimos a identificação através de códigos e cores diferenciadas que chamam atenção para os diferentes participantes.

### 3.2. Elaborando uma sequência didática

A sequência didática que propomos na nossa metodologia tinha um total de quinze problemas, distribuídos entre quatro atividades contemplando a ideia de Função e particularizando o caso das Funções Polinomiais do 1º Grau. Finalizamos essa sequência com o Estudo Dirigido que preconizou uma exploração das relações entre os aspectos algébricos e geométricos dessas funções. Os recursos didáticos utilizados durante a realização dessas atividades foram os seguintes: papel quadriculado, fichas de atividades com problemas propostos, lápis, régua, grupo fechado na rede social *Facebook*, vídeos que tratavam do assunto explorado e posteriormente o aplicativo GeoGebra para *smartphone*.

No Quadro 11 apresentamos as habilidades que pretendíamos que fossem alcançadas pelos alunos ao longo da aplicação da sequência didática. Elas foram definidas a partir da revisão bibliográfica atentando a pontos que consideramos essenciais na apresentação e exploração do conteúdo de Função.

**Quadro 11 – Problemas e as Habilidades**

ATIVIDADE	PROBLEMA	Habilidades	ESPAÇO DE REALIZAÇÃO
1	P.1	Identificar a regularidade geométrica de uma figura. Generalizar a situação para uma condição qualquer.	Sala de Aula
	P.2	Estabelecer relação de dependência entre variáveis de um problema. Determinar a imagem conhecida de um elemento do domínio. Representar genericamente o problema por meio de expressão analítica.	
	P.3	Conceituar, a partir do entendimento da palavra, significados para “variável” e “dependência”. Representar uma situação-problema através de uma tabela.	
2	P.4	Estabelecer a relação entre dois conjuntos a partir de uma situação-problema. Identificar das relações consideradas, que representam Função.	Facebook
	P.5	Identificar que tipos de relações entre conjuntos (via diagrama de flechas) representa uma Função.	Sala de Aula
	P.6	Compreender a ideia de Função como uma máquina de transformação, em que cada elemento do domínio está associado de forma unívoca a uma imagem. Discutir o conceito de domínio, inclusive em situações onde haja impossibilidade matemática, e imagem de uma Função.	
	P.7	Determinar a imagem de uma Função conhecida à expressão analítica e o elemento do domínio	
P.8	Reconhecer num problema suas variáveis e estabelecer a relação de dependência entre elas.		
3	P.9	Ler, interpretar e representar algebricamente o problema por meio de uma função do 1º grau. Determinar a imagem conhecida a um elemento do domínio e vice-versa.	Facebook
	P.10	Representar uma situação-problema por meio de uma Função do 1º grau e determinar a imagem conhecido um elemento do domínio.	Sala de Aula
	P.11	Identificar os coeficientes de uma Função do 1º Grau.	
	P.12	Reconhecer numa situação-problema a representação por meio de uma Função do 1º Grau e determinar a imagem a partir de um elemento do Domínio	
P.13	Identificar a regularidade de uma sequência de figuras e associá-la a uma Função que a represente.		
P.14	Reconhecer o zero da função como o “ponto de equilíbrio”, nesse caso, de uma situação financeira cujo lucro é igual a zero.		
4	P.15	Determinar os pontos do gráfico de uma função, através de cálculos algébricos. Reconhecer através da união dos pontos a figura obtida.	
Estudo Dirigido I		Estabelecer conjecturas a partir de um Estudo Dirigido utilizando o aplicativo GeoGebra para <i>smartphone</i> . Identificar as relações entre os coeficientes e o comportamento gráfico de uma Função do 1º Grau.	Sala de Aula

**Fonte: Elaboração do autor**

Observe que o desenvolvimento das atividades ocorreu em dois espaços de aprendizagem, articulando a sala de aula e o grupo fechado do *Facebook*. As atividades propostas no Facebook tinham por finalidade provocar nos alunos algumas ideias iniciais dos conteúdos que seriam vistos posteriormente na sala de aula. Nosso intuito nessa proposta era justamente ser permissivo com o aluno a um contato preliminar com o assunto, de maneira que pudessem refletir, conjecturar e interagir uns com os outros sobre um determinado assunto. Para isso utilizamos vídeos educativos que abordavam esses tópicos, mesmo que de forma tradicional, e situações problemas que desafiassem o aluno nas suas primeiras impressões. Alguns problemas foram de elaboração própria e outros utilizados com suas respectivas fontes, todos baseados nas habilidades da BNCC e na OCM/RJ. A seguir descrevemos as particularidades das atividades que foram propostas.

#### ATIVIDADE I – CONHECIMENTOS INICIAIS

A Atividade I, presente no Anexo B, consistiu em avaliar os conhecimentos preliminares dos alunos a partir da resolução de problemas hipotéticos. Nessa etapa foram propostos três problemas que deveriam ser aplicados na sala de aula e resolvidos pelos grupos formados, a priori sem a intervenção voluntária do professor. No problema 1 são exploradas as ideias de variável, dependência, regularidade e generalização, a partir da disposição geométrica de triângulos formados por palitos. Na sala de aula distribuímos para cada grupo uma caixa com palitos de fósforo, afim de que auxiliasse a atividade e o desenvolvimento colaborativo entre os alunos. Os problemas 2 e 3 trouxeram situações hipotéticas, investigando ainda as concepções dos alunos sobre o significado das palavras “variável” e “dependência”, construção de tabela que caracterizasse os dados de um problema e a resolução comentada. Após o tempo estabelecido, 50 minutos, foram feitas as considerações de cada problema proposto e resolvido, através do diálogo entre a turma e o professor. A coleta dos dados dessa atividade foi feita pela captura de áudio no *smartphone* dos próprios alunos, em seus devidos grupos. Ao final de cada aula os alunos enviavam esse material imediatamente para o professor através do *Messenger*. Além do áudio, utilizamos na análise a ficha de respostas da atividade, que era recebida em única via com as conclusões do grupo, e as anotações do diário de campo do pesquisador e o áudio capturado pelo professor-pesquisador sobre as conclusões obtidas ao final das aulas, onde eram expostas as colocações dos alunos, discutidas as questões e formalizados os conceitos referentes aquela abordagem.

## ATIVIDADE 2 – FUNÇÕES E RELAÇÕES

Nessa atividade, presente no Anexo C, tínhamos por objetivo a apresentação de elementos que auxiliassem aos alunos no processo preliminar de contato com alguns conceitos sobre Funções, antes mesmo da abordagem do professor na sala de aula. Nesse momento também observamos de que forma um grupo colaborativo na rede social *Facebook* contribui no processo de ensino-aprendizagem dos alunos. A atividade foi dividida em três etapas:

- i. Disponibilização de um vídeo no grupo do *Facebook*, conforme Figura 7, que tratava a noção de Função e Relação, e as particularidades que as definem. Disponibilizamos a videoaula 39<sup>33</sup> da Série Tempo de Estudar da MultiRio, material próprio da rede municipal e que estava em consonância com as orientações da OCM/RJ e da BNCC. O vídeo apresenta situações hipotéticas e tem duração de aproximadamente 13 minutos.

**Figura 7 – Tela inicial do vídeo educativo - MultiRio**



**Fonte: Print da tela**

- ii. Em seguida foi proposto, ainda no grupo do *Facebook*, o problema 5. Esse problema corresponde a adaptação feita por nós de uma questão do vestibular da UFF e que tem relação direta com o assunto do vídeo. Outro ponto que chamamos atenção é o fato de o problema ser desafiador, objetivando uma participação mais ativa dos alunos. As interações dos alunos constituíram um dos elementos analisados nessa etapa, priorizando as ideias expostas ao longo das publicações e observando as diferenças e similaridades envolvendo Relações e Funções percebidas por eles. A adaptação do problema é simplesmente estrutural, auxiliando os estudantes em instruções sobre os procedimentos iniciais para a resolução do problema proposto.

---

<sup>33</sup> Aula nº 39 – Relações e Funções – MultiRio. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=2BUuKkg88VI> Acesso em 28.jul.2019.

iii. Na última etapa, desenvolvida na sala de aula, as discussões partiram de situações envolvendo representação em diagrama dando prosseguimento as atividades *online*. Através das ideias iniciais da atividade desenvolvida no *Facebook* e a intervenção do professor foram formalizadas a ideia conceitual de Função e Relação, e abordados os seguintes conhecimentos: o conceito de domínio e imagem de um Função; relação de dependência entre grandezas e determinação da imagem de uma função, conhecido o elemento do domínio. Na sequência propomos ainda nessa aula os problemas 5, 6, 7 e 8. No problema 5 exploramos o reconhecimento da relação entre dois conjuntos como sendo ou não uma Função. O problema 6 apresentava a ideia de Função como sendo uma máquina de transformação, na qual um determinado número entra na máquina, é “transformado” por meio de uma lei matemática, resultando um valor na saída. O problema 7 tinha finalidade de manipulação algébrica, semelhante ao problema anterior, sem qualquer contextualização a uma situação hipotética. Já no Problema 8 apresentamos uma sequência de 4 situações problemas nas quais os alunos deveriam ler, analisar e verificar quais eram as variáveis em questão e a relação de dependência entre elas, sendo intitulado de “*Quem depende de quem?*” Ao fim dessas atividades esperávamos que o aluno tivesse a compreensão da noção de função e o que a diferencia de uma relação, conseguisse estabelecer a relação entre duas grandezas em situações hipotéticas, reconhecendo suas variáveis e a dependência entre elas e finalmente fosse capaz de realizar cálculos algébricos para determinar a imagem de uma função.

### ATIVIDADE 3 – FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1 GRAU – FUNÇÃO AFIM

O intuito dessa atividade era particularizar o caso das Funções Polinomiais do 1º Grau. Esse conteúdo está previsto na OCM/RJ, sendo orientada a exploração do assunto no terceiro bimestre letivo, conforme é mostrado no Quadro 6. A atividade foi proposta em dois momentos: 1) No primeiro momento disponibilizamos no grupo do *Facebook* da turma a videoaula 40<sup>34</sup> da Série Tempo de Estudar da MultiRio. Nesse vídeo eram exploradas as características da Função do 1º Grau (Afim), sendo abordados os seguintes aspectos: caracterização da Função Afim, domínio e imagem, e os coeficientes da função; 2) Na segunda etapa, que ocorreu na sala de aula, as discussões partiram das respostas da atividade proposta *online*, já observadas pelo

---

<sup>34</sup> Aula nº 40 - Função Afim – MultiRio. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=iHsUromN4sQ>  
Acesso em 28.jul.2019.

professor, e as considerações dos alunos, utilizando as contribuições diversas para formalização das características desse tipo de Função. Em seguida exploramos a ideia de zero de uma função, raiz de uma função e situações problemas envolvendo funções hipotéticas

Nos problemas 9 e 10 dispomos para os alunos de situações do cotidiano e que dependiam da leitura, interpretação e representação algébrica do problema, modeladas através de uma Função do 1º Grau. Como esses problemas tratam de um assunto não formalizado pelo professor, consideramos a possibilidade de interpretação, desenvolvimento e o diálogo das interações que surgissem. No problema 11, momento que já havia ocorrido a sistematização do conceito de Funções do 1º Grau, observamos o reconhecimento pelos alunos dos coeficientes  $a$  e  $b$  de uma Função do 1º grau [  $y = ax + b$  ].

No problema 12 tínhamos por objetivo perceber a capacidade do aluno de identificar e representar um problema da linguagem corrente para linguagem matemática, por meio de uma expressão analítica modelada por uma Função do 1º Grau. Em seguida, o estudante deveria determinar a imagem da função conhecido um elemento do domínio. Na abordagem do problema 13 utilizamos uma situação envolvendo regularidade de padrões geométricos afim de que o aluno observasse e associasse a imagem a uma sequência numérica e conseqüentemente a expressão analítica que o representasse, semelhante ao problema 1, mas com alternativas relacionadas. Finalmente no problema 14 reproduzimos uma situação envolvendo funções financeiras e o zero da função. Nosso intuito nesse problema era que o aluno fosse capaz de reconhecer a necessidade da utilização desse conhecimento, já explorado durante a explicação da matéria, justificando a escolha do caminho utilizado na resolução da situação. Todos os problemas propostos nessa atividade estavam em conformidade com diretrizes da OCM/RJ.

#### ATIVIDADE 4 – GRÁFICOS DE FUNÇÕES DO 1º GRAU

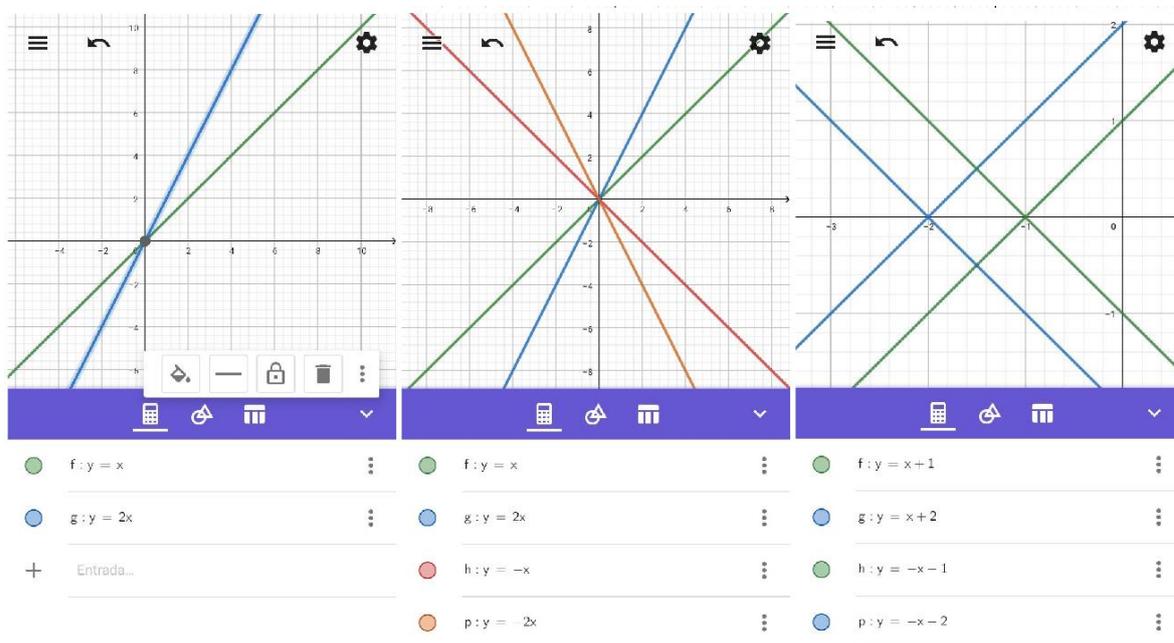
Nessa atividade provocamos os alunos a realizar cálculos algébricos dos pontos pertencentes aos gráficos de duas Funções do 1º Grau, determinadas previamente pelo professor-pesquisador. Os estudantes foram estimulados a organizar os dados em uma tabela de maneira que apresentasse o elemento do domínio, os cálculos algébricos com a imagem e o ponto  $(x,y)$  pertencente ao gráfico. Em posse dessas informações deveriam realizar o esboço gráfico dessas Funções em papel quadriculado analisando as semelhanças e diferenças observadas, considerando a representação algébrica e gráfica dessas Funções. Ao fim dessa atividade houve discussão da classificação das funções em crescente ou decrescente. Nessa

ocasião o professor-pesquisador realizou a construção dos gráficos juntos aos alunos, explorando passo a passo da atividade orientada.

## ESTUDO DIRIGIDO I

A utilização de tecnologias digitais no ensino de Matemática é uma das diretrizes das OCM/RJ e uma das competências a serem desenvolvidas pelo aluno segundo a BNCC. Nessa perspectiva utilizamos o Estudo Dirigido I<sup>35</sup>, disponível no Anexo E, utilizando como recurso tecnológico o aplicativo GeoGebra para *smartphone*. Nosso objetivo nesse estudo era que os alunos percebessem de que maneira a variação dos coeficientes de uma Função do 1º Grau influencia no comportamento gráfico dessas Funções. Na Figura 8 exibimos uma sequência de telas capturadas a partir da atividade proposta.

**Figura 8 – Sequência de atividades realizadas no GeoGebra variando os coeficientes a e b**



**Fonte: captura de tela do *smartphone***

<sup>35</sup> Esse Estudo Dirigido fez parte da metodologia proposta no Produto Acadêmico Final apresentado ao Programa de Residência Docente, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II.

No desenvolvimento da primeira parte da atividade esperávamos que, de acordo com o preenchimento do Estudo Dirigido e a observação visual dos gráficos obtidos os alunos percebessem as seguintes características:

- quanto aos aspectos algébricos: que as funções dadas admitiam coeficiente linear igual a zero, sendo o caso particular de Função Linear. A observação sobre essa característica estava presente no material e serviu para discussão posterior a realização da atividade.
- quanto aos aspectos gráficos: que a variação do coeficiente **a** implica diretamente na declividade (inclinação) da reta e o quão íngreme essa reta será a medida que os valores de **a** são aumentados ou diminuídos. Esperávamos ainda que os alunos notassem que as retas obtidas passavam pela origem do sistema (0,0).

Na segunda tela observamos os gráficos de funções cujo sinal do coeficiente **a** varia em positivo ou negativo. Nesse momento os alunos deveriam perceber a seguinte característica:

- a troca do sinal do coeficiente **a** influência diretamente no crescimento ou decréscimo das Funções, além da questão da declividade observada no item anterior.

Na terceira e última tela da sequência são realizadas as variações do coeficiente **b**. Nesse momento os alunos deveriam observar que:

- o incremento do coeficiente **b** implica diretamente nas translações realizadas pela reta sobre o sistema cartesiano. Os alunos deveriam atentar também para o fato de que o ponto (0, b)-coincide com o ponto no qual a reta intercepta o eixo y.

O intuito da aplicação do nosso estudo dirigido era que os alunos conhecessem e manipulassem o aplicativo *GeoGebra*, oportunizando assim um contato com um recurso ágil e dinâmico que permitisse a construção do gráfico de uma função quase que instantaneamente. Ressaltamos a importância de o professor destacar que a utilização do papel quadriculado, durante algum tempo, foi uma tecnologia utilizada para obtenção de gráficos. Indicamos inclusive que sejam pontuados, junto aos alunos, um comparativo entre as atividades utilizando papel quadriculado e utilizando o aplicativo *GeoGebra*. Na nossa proposta priorizamos sempre protagonismo do aluno em suas conjecturas e observações visuais durante o processo de construção manual ou utilizando o *GeoGebra*.

Especificamente o estudo dirigido objetivou as percepções dos alunos relacionadas a influência dos coeficientes a e b no comportamento gráfico das funções do tipo  $f(x) = ax + b$ . A dinamicidade e rapidez de obter diversas funções, diferenciadas visualmente pela cor, facilitou os alunos no que se refere ao tempo de construção dos gráficos, quando comparado a forma utilizada na atividade anterior. Observamos a surpresa deles quando apresentamos o

aplicativo, principalmente devido ao tempo de reposta após a inserção dos dados. Não notamos inicialmente qualquer dificuldade da manipulação do aplicativo, sendo realizada uma ambientação prévia com os alunos sobre as principais funcionalidades do aplicativo através de construções de gráficos de Função do 1º Grau aleatórios.

Entendemos a importância de o aluno conhecer as duas maneiras de obtenção do gráfico de uma Função, seja pelo método da utilização de cálculos e construção utilizando lápis, régua e papel, seja usando o *GeoGebra*. No primeiro caso nosso objetivo era que o aluno conhecesse as particularidades que envolviam a construção do gráfico da Função, muito pertinente para que o aluno compreendesse e desenvolvesse o pensamento algébrico e visual relacionada a essa atividade. Já na proposta seguinte, utilizando o *GeoGebra*, nosso objetivo pedagógico era outro, fazer com que os alunos observassem de que forma os coeficientes influenciavam no comportamento gráfico da Função. Uma atividade não exclui a importância da outra, simplesmente por terem objetivos diferentes. Na segunda atividade o importante é a agilidade oferecida pelo *GeoGebra* para construção de uma família de Funções, priorizando nessa atividade as interpretações visuais dos alunos referentes aos gráficos obtidos, relacionando aspectos algébricos e gráficos.

### 3.3 Analisando os dados da pesquisa

No processo de análise dos dados obtidos observamos: a interação dos componentes nas participações de atividades propostas *online*, os áudios obtidos por captura dos diálogos dos grupos e dos momentos de sistematização dos conceitos junto ao professor e as respostas das fichas de atividades propostas em sala de aula. A menção dos alunos ao longo do processo de análise, ficou assim designada A2G3, correspondendo ao Aluno 2 do Grupo 3. Essa convenção foi acordada inicialmente com os alunos e facilitou o tratamento dos dados coletados, possibilitando assim a análise do material produzido por esses grupos, que foram fixos durante todas as etapas da observação. Casos particulares, de posicionamentos assumidos de forma individual pelos alunos e relacionados dessa pesquisa, foram tratados de forma particular, sendo sinalizados ao longo do texto.

Para analisar os aspectos cognitivos dos alunos nos baseamos na proposta de construção do conceito de Função sugerido por Bergeron e Hersovics (1982), usados por Tinoco (2009, p.7) cuja compreensão é estabelecida tomando como referência quatro níveis:

- I. **compreensão intuitiva:** está ligado aos conhecimentos relacionados ao cotidiano e as percepções imediatas, nela são estabelecidas relações simples e não quantificadas;

- II. **matematização inicial:** está relacionada ao processo inicial da organização de ideias, sendo estabelecidas quantificações e noções intuitivas. Embora haja conflitos entre a formalização de ideias, já é possível reconhecimento inicial das relações existentes as variáveis do problema e a interpretação geométrica por meio de gráficos;
- III. **abstração:** a estruturação de conceitos alcança um nível mais aprimorado, o da generalização. As relações são estabelecidas por expressões matemáticas e há distinções algébricas que caracterizam uma Função;
- IV. **formalização:** é o nível mais específico e oficial, ocorre a representação por meio da linguagem simbólica.

Segundo Tinoco (2009) em uma situação-problema o aluno transita por todos os níveis, sendo observado que os dois primeiros níveis são mais fáceis de serem alcançados e o último o de maior complexidade. Ela ressalta que o pensamento abstrato, fora de uma situação concreta, acarreta maior dificuldade de compreensão dos discentes. Entendemos que situações abstratas são vistas com certo receio pelos estudantes nas diferentes fases de ensino, chegando até mesmo na educação superior. Embora na categorização utilizada a partir das pesquisas da estudiosa os discentes do Ensino Fundamental alcançam com maior facilidade os três primeiros níveis, percebemos que essa constatação depende diretamente de outros fatores que não estão restritos apenas aos aspectos cognitivos do aluno. A autora chega a pontuar que os conhecimentos dos discentes passam pela etapa de formalização e construção conceitual, sendo flexíveis, não limitando as possibilidades de eles alcançarem o último nível.

Em nosso entendimento os alunos transitam por diferentes dimensões cognitivas e sua aprendizagem não pode ser organizada em níveis. Embora existam situações mais simples e mais complexas, todas são importantes e o objetivo do ensino não pode ser uma hierarquização na qual só tem valor um nível mais superior. É importante potencializar e olhar todo o processo. Durante o processo de aprendizagem o educando constantemente configura e reconfigura experiências que vão de encontro com as situações e provocações com as quais estão sujeitos. Observamos ao longo da aplicação das atividades dessa pesquisa episódios que corroboram com a proposta dos autores citados, por outro lado, destacamos casos que não se enquadram nos níveis que são considerados. Ou seja, em uma situação simples, como a que propomos no problema 2 da sequência didática, descobertas sobre dependência, variável, regularidade e generalização podem ocorrer em diferentes momentos com graus de entendimento diferentes por parte dos aprendizes.

Constatamos então que não há como estabelecermos um comportamento padrão de respostas sem considerarmos as particularidades que afetam diretamente o desenvolvimento do estudante durante o processo de aprendizagem, sendo possível assim que eles transitem em dimensões variadas. Evidenciamos que outros fatores estão intimamente ligados a evolução e a experiência do aluno quando seu saber é desafiado, sendo as percepções do professor, legitimadas pela vivência de sala de aula. Nesse sentido, não há como considerar níveis hierárquicos sem pensar na forma como a abordagem é feita, quais são os estímulos provocados nas situações problemas e, principalmente, as possibilidades de sucessivas mudanças que ocorrem durante o processo de aprendizagem do aluno, que vão desde o contato inicial com as provocações feitas até a produção de resultados observados.

Durante o processo de elaboração da nossa sequência didática nos baseamos nas variadas formas de apresentação e exploração do conceito de Função e Função do 1º Grau, não restringindo o grau de dificuldades dos problemas propostos a níveis que, segundo os autores, são atingidos com maior facilidade nessa etapa de ensino. Até mesmo porque o diferencial da nossa pesquisa era pretender uma exploração ampla de abordagens que não limitassem o tratamento do assunto a um conhecimento restrito e limitado a questões algébricas. Na própria organização do desenvolvimento das tarefas pensamos no protagonismo dos alunos no processo de aprendizagem, conferindo a ele as possibilidades de dialogicidade e envolvimento em dinâmicas colaborativas, valorizando múltiplos olhares a respeito de uma determinada situação dada. Nosso olhar durante a análise das atividades considerou as dimensões de conhecimento que despontavam a partir das inquietações e interações dos alunos nos grupos de estudos observados.

De forma geral nesse capítulo apresentamos o cenário, os sujeitos e os caminhos metodológicos que nos auxiliaram na elaboração da sequência didática. Percebemos a importância de compreender a realidade dos sujeitos da pesquisa afim de propor uma linha de investigação que não seja excludente e alcance a maior parte dos sujeitos envolvidos. Destacamos posteriormente as habilidades vinculadas em cada problema que foi proposto e as pretensões que tínhamos com as atividades elaboradas. Finalmente apresentamos algumas das nossas referências para a análise dos problemas propostos nos posicionando e relativizando alguns pontos que julgamos importantes e que foram considerados nessa etapa.

## CAPITULO IV

### 4. ANALISANDO SABERES EM GRUPOS COM DINÂMICA COLABORATIVA

Esse capítulo apresenta e discute resultados a partir da inovação planejada e vivenciada. Como materiais de análise consideramos: 1) os áudios das discussões dos alunos durante a realização das atividades propostas, sendo capturados por eles e posteriormente enviados ao professor via *messenger* ou *bluetooth*; 2) as respostas escritas nas fichas de atividades propostas na sala de aula; 3) as interações entre alunos e professor nas atividades realizadas no grupo do *Facebook* e 4) o diário de campo do pesquisador. Foram propostos 14 problemas distribuídos em 4 atividades, analisados ao longo desse capítulo, e um estudo dirigido, analisados no capítulo 5. O desenvolvimento ocorreu ao longo do terceiro bimestre do ano letivo de 2019, compreendido entre os meses de agosto e outubro. Embora a turma tenha sido dividida em sete grupos, composto por cinco alunos cada um, na análise focamos na produção do Grupo 4, pois apresentaram maior quantidade de dados durante o desenvolvimento das atividades, permitindo assim as devidas considerações, alinhadas aos objetivos iniciais da pesquisa. Oportunamente destacamos elementos pontuais produzidos pelos demais grupos, ou de forma individual, e que consideramos relevantes para a discussão dos resultados dessa pesquisa.

#### 4.1 Análise da ATIVIDADE 1

No processo inicial de sondagem, presentes na atividade 1<sup>36</sup>, os problemas em questão objetivavam provocar inquietações nos alunos, a partir da observação de regularidades e situações problemas que possuem relação com o cotidiano, sendo algumas modeladas por Função. Dessa maneira verificamos quais eram os conhecimentos preliminares dos alunos relacionados a algumas ideias de Função e de que forma “os colegas, interagindo em colaboração ampliam as zonas de possibilidades de aprendizagem” (NEVES; RESENDE, 2016, p.608).

Na Atividade 1 os problemas tiveram por base explorar os aspectos de dependência, variável, regularidade e generalização (TINOCO, 2009). Como se tratava das noções

---

<sup>36</sup> Ao longo da análise utilizamos P para referenciar o problema analisado e A para a atividade, sendo I aquela realizada no *Facebook* e II aquela realizada em sala de aula.

preliminares dos alunos, optamos por transcrever quase toda a discussão capturada em áudio, com o objetivo de manter a integralidade da conversação e dos conflitos do grupo. Além disso, apresentamos a folha única de respostas do Grupo, que foi entregue ao final da atividade e fotografias do grupo durante a realização em sala de aula. A aplicação ocorreu em 2 tempos de aula, 100 minutos, no dia 28 de agosto de 2019.

#### 4.1.1 Análise do Problema 1

No problema 1, Figura 9, tínhamos por objetivo observar a percepção dos alunos sobre o comportamento de uma sequência geométrica, e a capacidade de eles completarem a tabela proposta com os valores seguintes. Consideramos que essa compreensão seria um indicativo do entendimento da regularidade observada. Posteriormente atentamos a capacidade de os alunos obterem uma expressão analítica que representasse genericamente a quantidade de palitos necessárias para a construção de “N” triângulos. Inicialmente cada grupo recebeu três cópias da atividade para que juntos pudessem discutir sobre os problemas propostos, dessa forma eles poderiam ler em duplas, não centralizando a leitura para uma única pessoa. Ao final, somente uma folha com as respostas foi entregue, apresentando as conclusões do grupo sobre toda a atividade. Ressaltamos que nada foi comentado e nem discutido antes da proposta de atividade, de forma a não influenciar a análise dos conhecimentos que os alunos demonstrariam na realização do trabalho. Há, no entanto, momentos de intervenções do professor-pesquisador, apontados na transcrição da conversa do grupo, Quadro 12, sendo o tempo total de desenvolvimento da atividade pelo grupo 7min 15seg.

**Figura 9 – Atividade 1 – Problema 1 ( Grupo 4)**

Observe as figuras abaixo, formadas por palitos.



Utilize os palitos disponibilizados pelo professor e construa os triângulos seguintes, completando a tabela.

Nº TRIÂNGULOS	Nº PALITOS
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
n	2n + 1

a) Quantos palitos foram necessários para construir 4 triângulos?  
11 palitos

b) Quantos palitos foram necessários para construir 5 triângulos?  
13 palitos

c) Considerando o problema proposto é possível perceber que existe uma relação entre o número de palitos e o número de triângulos. Quem dispõe de quem nesse situação?  
o número de triângulos de acordo com o número de palitos

d) A partir da tabela que você preencheu você conseguiu estabelecer uma expressão matemática, considerando o número n de palitos e o número T de triângulos construídos? Qual seria essa expressão?  
 $T = \frac{n - 1}{2}$   
número de palitos  
triângulo

Fonte: Dados da pesquisa

### Quadro 12 – Transcrição do áudio durante desenvolvimento do P.1/AT.1

**A1G4:** “O número de triângulos depende dos números de palitos?!”

**A2G4:** “Sem palito não tem triângulo, pô!”

**A3G4:** “E sem triângulo não tem palito!”

**A1G4:** “Então só pra confirmar a resposta mesmo... o número de triângulos depende do número de palitos. Certo? Todo mundo de acordo?”

Nota: Prosseguindo o debate há novamente uma dificuldade dos alunos em generalização da regularidade observada através de uma expressão matemática.

**A5G4:** “Caraca, agora me pegou de jeito!”

Nota: Existe um “silêncio” no grupo por conta da falta de uma resposta imediata para a questão. Possivelmente o áudio foi pausado e no retorno eles prosseguem com uma provável solução

**A3G4:** “Vê se vocês concordam, cara!”

**A4G4:** “ $t + 2 = n$ ”.

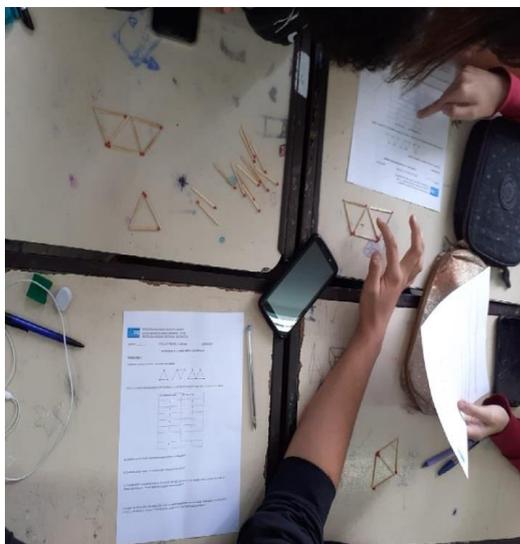
**A3G4:** “O triângulo mais dois é o número de palitos.”

**A3G4:** “Então vale pra todas!”

**A4G4:** “Então vale pra todas!”

**A1G4:** “Então matamos o problema!”

**A3G4:** “Matamos o problema!”



Fonte: Dado da pesquisa

Analisando as atividades e considerando os níveis propostos por Bergeron e Hersovics (1982, *apud* Tinoco 2009, p.7), a análise dos dados coletados, a partir da transcrição dos áudios e da ficha de respostas do Grupo 4, examinamos a dimensão cognitiva alcançada pelos alunos durante a realização da atividade. Dessa maneira foi possível concluir o seguinte:

- i.** O processo de observação da sequência e de continuidade do preenchimento dos dados da tabela, pelos alunos, evidencia que houve a compreensão intuitiva da sequência de palitos, com base na percepção visual. É importante destacar que muito embora as respostas dos itens “a” e “b” do Problema 1 estejam incorretas, os dados da tabela conferem com as respostas corretas de cada situação descrita, havendo um descuido no momento de repassar as repostas.
- ii.** A partir do áudio fica evidente que o momento de estabelecer a relação de dependência entre as variáveis do problema inicialmente parece ser confusa. Mas os alunos demonstram conhecimentos que pertencem à dimensão situada no campo da organização de ideias, confirmados na fala do aluno A1G4 quando questiona os colegas se concordavam que o número de triângulos depende do número de palitos.
- iii.** A resposta do item “d” indica que os alunos compreendem a relação funcional de dependência, confirmada pela fala do aluno A4G4. Dessa maneira consideramos que alcançam um grau de abstração quando relacionam o número de palitos a quantidade de triângulos mais duas unidades. No entanto, eles não estabelecem uma generalização do problema por meio de uma expressão analítica que relacione o número  $T$  triângulos em função do número “ $N$ ” de palitos.
- iv.** Tinoco (2009, p.9) sugere que há uma hierarquia entre os níveis definidos, assim, quando os alunos estão submetidos a uma situação-problema, ele transita pelos diferentes níveis. Na nossa compreensão as dimensões cognitivas que os alunos alcançam dependem de fatores como a abordagem do assunto, a forma como os alunos são desafiados e até a dinâmica pedagógica de realização da atividade, sendo individual ou em grupo. Certamente esses pontos estão relacionados aos objetivos pedagógicos do professor. No nosso caso, valorizamos o papel ativo dos alunos no processo de ensino e aprendizagem, colocando o professor no papel de mediador entre os estudantes e o conhecimento. Observamos durante a transcrição do áudio uma possível pausa no áudio, justamente no momento de generalização do problema por meio de uma expressão analítica. Esse acontecimento corrobora com as pesquisas de Tinoco (2009) relacionadas à dificuldade encontrada pelos alunos para

generalização de uma situação-problema por meio de uma expressão analítica. No entanto, a vivência em sala de aula nos permite pontuar que situações envolvendo generalizações, principalmente aquelas que apresentam muitas manipulações algébricas, são vistas com dificuldades por alunos de variados níveis de ensino, até mesmo no nível superior.

#### 4.1.2 Análise do Problema 2

Nesse problema esperávamos que os alunos identificassem as variáveis do problema e a relação de dependência entre elas. Em seguida, eles deveriam obter uma expressão matemática que expressasse o salário do professor em função do número de horas. A seguir apresentamos na Figura 10 e Quadro 13 as respostas dos grupos na ficha de atividade e a transcrição do áudio, com duração aproximada de 5 minutos, obtido durante o desenvolvimento dos problemas, respectivamente.

**Figura 10 – Atividade 1 – Problema 2 – Grupo 4**

**PROBLEMA 2**

O professor Adriano trabalha numa escola onde recebe seu salário em duas partes: um valor fixo de R\$ 700,00 e mais R\$ 22,00 por cada hora de aula ministrada. Considerando essa situação, responda:

a) Do que depende o salário mensal do professor Adriano nessa escola?

quantidade de horas

b) Qual seria o salário do professor em um determinado mês que ele trabalhou 40 horas em sala de aula?

R\$ 810,00  $\rightarrow \frac{22 \times 40}{20} + 700$

c) Qual seria o salário do professor Adriano em determinado mês que ele ficou afastado por problemas de saúde e não lecionou?

R\$ 700,00

d) Escreva uma fórmula que represente o salário do professor em função do número x de horas de aulas dadas.

$x \cdot 22 + 700 = ?$

**Fonte: Dado da pesquisa**

### Quadro 13 – Transcrição do áudio durante desenvolvimento do P.2 /AT.1

Problema 2: Após a leitura do enunciado da questão pelo aluno A1G4, para responder o item a, sobre a relação de dependência do salário do professor Adriano:

**A1G4:** “Da *quantidade de alunos que tem na escola?*”

**A3G4:** “*Não, da quantidade de horas.*”

**A4G4:** “*Quantidade de horas!*”

**A1G4:** “*Quantidade de horas?*”

Releitura da questão, pelo aluno A3G4, para o grupo.

**A1G4:** “*Ah, da hora! Da hora, da hora, da hora.*”

**A4G4:** “*De todas as horas que ele trabalha.*”

**A1G4:** “*Eita! Opa eu sei a b” eu sei a b, sei a b...*”

**A3G4:** “*Você falou que sabe, então faz aí.*”

**A1G4:** “*Quarenta, multiplicado por vinte e dois (...) Mil seiscentos e oitenta seria o que ele ganharia de hora (...) agora você soma.*”

**A3G4:** “*Como é que ela sabia mesmo?*”

**A1G4:** “*A gente multiplicou as quarenta horas por vinte e dois reais, que é o que ele ganha por hora. E o resultado deu R\$ 1680,00. **Aí** você soma com os setecentos reais que ele ganha “fixamente” . Então dá R\$ 2380,00.*”

**A3G4:** “*Dois mil trezentos e oitenta? Incrível!*”

Leitura do item c, pela aluna A1G4, e em seguida ela já responde a questão...

**A1G4:** “*Setecentos reais.*”

O aluno A4G4, ainda pensando na questão anterior, diz: “*Ainda não entendi uma coisa ...*”

**A1G4:** “*Sim!*”

**A4G4:** “*Por que 80 vezes 22?*”

Há apontamentos da aluna Ana e eles concluem que está errada a questão.

**A4G4:** “*Ela colocou 80 vezes 22 e era 80 vezes 12.*”

**A1G4:** “*Vou fazer novamente, só pra confirmar!*”

**A4G4:** “*É R\$ 880,00 .*”

**A1G4:** “*Eu disse que sabia que resolver. Só fiz um pequeno erro, mas continuei sabendo como resolver*” – Após a releitura, observamos que houve erro e refazem a questão. Releitura do item “d” pelo aluno A1G4.”

**A3G4:** “*Entendeu?*”

**A1G4:** “*Sim, x ... tá faltando coisa.*”

**A3G4:** “*Não. O salário dele vezes a quantidade de horas.*”

**A1G4:** “*x que seria a quantidade de horas vezes R\$22,00 que seria o que ele ganharia por hora somado com setecentos que vai dar algum valor.*”

**A4G4:** “*x as aulas ministradas.*”

**A3G4:** “*Quanto vai dá, quanto vai dá?*”

**A1G4:** “*Depende da quantidade de horas que ele vai dá trabalhou.*”

**Fonte: Dado da pesquisa**

No item “a” do Problema 2 observamos no início da construção do diálogo que os alunos tiveram dúvidas sobre a relação de dependência entre as variáveis do problema. Mas com a releitura do enunciado da questão as ideias se ajustaram e houve um consenso entre eles com relação ao salário e a quantidade de horas trabalhadas. Em seguida, aluno A1G4 mostrou uma espécie de alívio sinalizando que já saberia resolver o item posterior. Através da transcrição do áudio identificamos que o aluno conseguiu fazer uma representação verbal do problema de forma correta. Muito embora a interpretação do problema inicialmente tenha sido correta, verificamos a existência de erros de cálculos na ficha de atividade. Uma vez que eles compreenderam que o item b já estava resolvido, passam para o item “c” e acertaram de imediato, evidenciando o entendimento de que a parte fixa do salário não dependia da quantidade de horas trabalhadas.

Uma inquietação do aluno A4G4, descrito no áudio acima, fez com que o grupo retornasse ao item “b”. Após uma releitura da questão há uma espécie de desconforto no grupo e os alunos reconheceram a existência de um erro. Conforme observado no registro de atividades, os alunos responderam de forma acertada o valor total correspondente ao número de horas trabalhadas, mas esqueceram de somar o valor fixo, embora na resposta anterior tenham atentado para esse fato. Considerando que a resposta final não esteja completa, pois faltou a soma do valor fixo do salário, a transcrição do áudio da conversa dos alunos é ponto essencial para determinarmos que houve a leitura, a compreensão e interpretação correta do

problema, confirmada na própria representação verbal do aluno A1G4 , validando assim que o grupo se apropriou da compreensão e solução do problema.

Finalmente no item “d” os alunos generalizaram de forma precisa a situação, obtendo uma expressão analítica que solucionava o problema para um número  $x$  de horas trabalhadas pelo professor. Observamos que diferente de uma situação concreta, situações fora de um contexto específico, causam maior dificuldade de abstração pelos alunos (TINOCO, 2009), notamos isso quando comparamos os problemas 1 e 2. O desenvolvimento do problema 2 pelos alunos confirmou nosso entendimento sobre dimensões cognitivas alcançadas por eles. Considerando diferentes contextos dos problemas 1 e 2 o desenvolvimento e as próprias discussões dos alunos assumiram proporções diferentes. Dessa maneira quando são delimitados níveis, que podem ou não ser alcançados pelos alunos, há uma espécie de previsão relacionada as dimensões concretas que os estudantes podem alcançar. Observamos na resolução dos dois primeiros problemas posturas diferentes relacionadas ao enfrentamento e resolução do que havia sido proposto. Embora os alunos não tenham obtido uma expressão genérica que representasse o problema 1, o fato não impediu que o fizessem sem grandes dificuldades no problema 2. Visto que eles não tinham qualquer conhecimento sobre o assunto e solucionaram as questões, sem nenhuma intervenção do professor, percebemos que as dimensões dos seus conhecimentos, partindo das conjecturas e discussões realizadas sobre os problemas numa dinâmica colaborativa, foram ampliadas.

#### 4.1.3 Análise do Problema 3

No último problema proposto analisamos qual era o entendimento dos alunos quanto ao significado dos termos “variável” e “dependência” e a forma como eles relacionavam esses termos a situação proposta. Eles deveriam identificar a relação de dependência entre as variáveis do problema, dispondo os dados obtidos na forma tabular. Na Figura 11 e o Quadro 14 apresentamos, respectivamente, as respostas dadas pelos aluno e a transcrição do áudio do diálogo durante o desenvolvimento do problema.

## Figura 11 – Atividade 1 – Problema 3 – Grupo 4

### PROBLEMA 3

O professor Adriano vai da escola ao centro de Madureira e para isso irá precisar estacionar seu carro. Chegando ao estacionamento se depara com a seguinte tabela de preço:

**PAGUE R\$ 4,00 pela primeira hora e R\$ 3,00 para cada hora adicional ou fração.**

“Sim. Algo que varia de outra coisa. Hora.”

a) Você sabe o que são variáveis? Como você definiria variáveis com suas palavras? Quais são as variáveis desse problema?

Sim. Algo que varia de outra coisa. Hora.

b) O que você entende por dependência? Qual a relação de dependência entre essas variáveis do Problema 3, ou seja, quem depende de quem?

Algo que depende de outra coisa. Ela depende a variável de horas que você estaciona o carro.

“Algo que depende de outra coisa. Ela depende a variável de horas que você estaciona o carro.”

c) Construa uma tabela com o preço a pagar após 50 minutos, 1 hora, 2 horas, 3 horas, 4h 10m.

50 min	\$x
1 h	R\$ 4,00
2 h	R\$ 7,00
3 h	R\$ 10,00
4 h 10 m	R\$ 13,00

Fonte: Dado da pesquisa

### Quadro 14 – Transcrição do áudio durante desenvolvimento do P.3 /AT.1 – Grupo 4

O aluno A1G4 começa a leitura do problema questionando sobre as variáveis e a dependência.

**A3G4:** “Variável do problema é hora.”

**A1G4:** “Fração? Mas você sabe o que é uma variável?”

**A3G4:** “No estacionamento?”

**A1G4:** “Não! Tá perguntando se você sabe o que é uma variável. Você sabe o que é uma variável?”

**A2G4:** “E o que você considera uma variável?”

**A1G4:** “Como você definiria uma variável?”

**A5G4:** “É uma questão Matemática!”

**A3G4:** “Tipo, eu não sou bom em Português.”

**A2G4:** “Então o que a gente considera uma variável? Como a gente define uma variável?”

**A1G4:** “Eu não defino nada. Eu não sei o que é uma variável.”

**A2G4:** “*Eu também não sei o que é uma variável.*”

**A1G4:** “*OK! Ninguém sabe o que é uma variável.*”

Nesse momento eles pausaram o áudio e solicitaram a ajuda do professor...

Professor: “*A sua dúvida acabou gerando sua resposta. O que é variável?*”

**A1G4:** “*Algo que varia de alguma coisa.*”

Professor: “*O que é dependência?*”

**A1G4:** “*Quando você depende de alguma coisa. Mas o que isso tem a ver com Matemática?*”

Professor: “*Tem a ver com Matemática!*”

**A1G4:** “*Ah tá, se você fala eu acredito!*”

Professor: “*Olha como tem a ver... por exemplo: a área de um quadrado, depende de que?*”

**A1G4:** “*Dos centímetros ou dos metros que você tem?*”

Professor: “*A área de um quadrado, depende de quê?*”

**A3G4:** “*Do quadrado?*”

**A1G4:** “*Do perímetro? Não! O perímetro é o que você acha!*”

Professor: “*Dos lados! Pra eu achar a área de um quadrado eu dependo da medida dos lados.*”

**A1G4:** “*Boa! Boa!*”

Após a intervenção do professor voltam a discussão sobre variável e dependência...

**A1G4:** “*O que é variável?*”

**A3G4:** “*Algo que “vareia”.*”

**A4G4:** “*Algo que “vareia” de algo.*”

**A1G4:** “*Quais são as variáveis desse problema?*”

**A3G4:** “*As horas!*”

**A1G4:** “*As horas, ela que varia!*”

**A1G4:** “*O que você entende por dependência?*”

**A1G4:** “*Algo que depende de outra coisa!*”

**A5G4:** “*Isso, pô!*”

**A1G4:** “*Qual a relação de dependência no problema 3?*”

**A5G4:** “*É o que?*”

**A1G4:** “*Que a variável depende da quantidade de horas que você estaciona o carro.*”

**A2G4:** “*Três horas para cada hora.*”

**A4G4:** “*Como é que é?*”

**A3G4:** “*50 minutos não paga nada, porque não foi uma hora ainda.*”

**A2G4:** “*50 minutos é de graça.*”

**A3G4:** “*Pra mim não paga nada!*”

**A1G4:** “*Faltam 10 minutos para chegar a primeira hora.*”

**A2G4:** “*50 minutos é a primeira hora.*”

**A5G4:** “*50 minutos você sai do estacionamento sem pagar nada.*”

**A1G4:** “*preço com 50 minutos – não paga estacionamento.*”

**A1G4:** “*Com uma hora você paga três reais.*”

**A3G4:** “*Quatro!*”

**A4G4:** “*Quatro!*”

Continuam completando a tabela até 4 horas e 10min, novo conflito:

**A1G4:** “*Quatro horas e dez minutos?*”

**A4G4:** “*R\$ 13,00.*”

**A3G4:** “*R\$ 13,00.*”

**A1G4:** “*E esses 10 minutos?*”

**A4G4:** “*Não vale.*”

**A3G4:** “*Não vale nada.*”

**A2G4:** “*Tipo zero, só pra dar uma confundida.*”

**Fonte: Dado da pesquisa**

As provocações do Problema 3, pretendiam analisar a compreensão dos alunos quanto aos termos “variável” e “dependência”. O entendimento desses conceitos é essencial no processo de aprendizagem de Função, pois se insere numa rede outros conceitos (NEVES e RESENDE, 2016). O áudio revelou que os alunos tiveram dificuldades de descrever, mesmo que intuitivamente, qualquer entendimento sobre esses termos. No processo de análise evidenciamos que eles chegaram a pausar o áudio e solicitaram ajuda do professor-pesquisador. Notamos a partir da transcrição que, a partir da intervenção e provocações do professor, os alunos ampliam as dimensões de suas compreensões e associam o significado desses termos com a Matemática. Um fato interessante que observamos é o momento que o aluno A1G4 questiona: “*Mas o que isso tem a ver com Matemática?*”, embora o termo “depende” já tivesse ocorrido no diálogo do grupo durante a resolução do problema anterior. Por esse motivo a importância de os alunos compreenderem o conceito e suas relações com os problemas que foram propostos.

Refletindo sobre as respostas dos itens “a” e “b” para o Problema 3, Figura 11, e considerando a transcrição do áudio, concluímos que houve a compreensão por parte dos alunos a respeito dos termos e suas relações com a aprendizagem sobre Função. Quanto a organização dos dados do problema em forma de tabela e o preenchimento dos valores de forma organizada é possível verificar, a partir do registro da atividade, que os alunos não tiveram nenhuma dificuldade. Outro fato interessante é a interpretação deles com relação à quantidade de horas fracionadas no uso do estacionamento e acreditamos que seja relevante destacar algumas impressões:

- i. No que diz respeito ao tempo de 50 minutos, eles concluíram que nada deveria ser pago, pois não houve “*uma hora completa*”. É bem verdade que no próprio enunciado da questão as restrições do problema não ficaram bem definidas, sendo mais pertinente a utilização da preposição “até” [“Pague R\$ 4,00 até a primeira”], o que possivelmente não geraria tal entendimento. Esse fato deixou claro que os alunos tiveram um olhar bem objetivo e atento para a questão, sendo necessário reformular o enunciado da mesma. Com relação ao tempo de 4 horas e 10 minutos, notamos que eles desconsideraram os 10 minutos correspondem a fração da hora e até sugeriram que fosse um artifício para confundi-los, conforme revelou a transcrição do áudio. Percebemos assim que as dimensões alcançadas pelos alunos, a ponto de questionar o enunciado de um item do problema proposto, foram ampliadas.

ii. Os alunos organizaram e preencheram a tabela com resultados possíveis de forma organizada. A própria construção como foi feita sugere que eles relacionaram corretamente o tempo e o preço que seria pago, atingindo assim as diversas dimensões que desafiam as habilidades e a abstração do aluno, particularmente no que diz respeito a caracterização de relações funcionais entre duas variáveis. Notamos que nessa situação hipotética desenvolvemos nos alunos a possibilidade de reflexão e criticidade sobre uma situação que eles já haviam visto alguma vez na vida. Inclusive após a entrega da atividade, exploramos episódios de estacionamentos num bairro próximo à escola, no caso Madureira, quando muitos afirmaram já terem visto essas placas de estacionamento, mas poucos atentaram para essas informações. Assim utilizamos a Matemática num dos seus variados propósitos que é estabelecer relações com o mundo a nossa volta.

No Quadro 15 apresentamos uma avaliação das respostas para os problemas propostos na sequência didática aplicada. Para cor **verde** consideramos que o grupo atingiu satisfatoriamente os objetivos esperados daquele item, para a cor **amarela** que atingiu parcialmente o objetivo proposto e para a cor **vermelha** que o grupo não atingiu os resultados esperados. As ausências de respostas sinalizaram com quadriculados em branco.

**Quadro 15 – Quadro resumitivo da avaliação de níveis dos problemas iniciais**

PROBLEMA	PROBLEMA 1				PROBLEMA 2				PROBLEMA 3		
ÍTEM	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C
GRUPO I	Amarela	Verde	Amarela	Branco	Verde	Verde	Verde	Verde	Vermelha	Amarela	Verde
GRUPO II	Verde	Verde	Amarela	Vermelha	Verde	Amarela	Verde	Verde	Vermelha	Amarela	Verde
GRUPO III	Verde	Vermelha	Verde	Branco	Vermelha	Amarela	Verde	Branco	Branco	Branco	Vermelha
GRUPO V	Verde	Verde	Verde	Branco	Verde	Verde	Verde	Branco	Branco	Vermelha	Amarela
GRUPO VI	Verde	Verde	Vermelha	Vermelha	Verde	Amarela	Verde	Vermelha	Vermelha	Verde	Amarela
GRUPO VII	Verde	Vermelha	Vermelha	Branco	Verde	Verde	Verde	Verde	Vermelha	Amarela	Verde

Fonte: Elaboração do autor

Analisando o desempenho da turma e considerando todos os grupos envolvidos a partir das respostas para as questões, observamos que nos itens a e b dos problemas 1 e 2 boa parte dos alunos alcançam os objetivos esperados, mesmo que nessa ocasião eles ainda não tinham qualquer explicação ou formalização matemática sobre o esse assunto. Esse é um ganho da nossa pesquisa, pois demonstra as possibilidades dos alunos em explorar e conjecturar situações

antes mesmo da abordagem do professor. Nesse momento os alunos transitam por diferentes dimensões cognitivas que estão relacionadas intimamente com suas experiências e, nesses casos, são enriquecidas pela dinâmica de uma atividade colaborativa na qual os alunos trocam essas vivências.

Olhando o aspecto da questão de generalização no problema 1 (item d) observamos um baixo desempenho dos grupos, nessa ocasião mais da metade dos grupos deixaram esse item sem resposta ou responderam de forma incorreta. Embora notemos a representação figural nas primeiras formações, quando os alunos utilizaram palitos de fósforo numa forma experiencial, verificamos dificuldades deles relacionadas ao pensamento abstrato, caracterizada pela falta de vinculações da sequência numérica obtida a partir das figuras com uma lei geral de formação que estabelecesse as relações entre palitos e triângulos.

No item “d” do problema 2 tínhamos o mesmo propósito que o item “d” do problema 1, que os alunos estabelecessem uma expressão analítica que representasse o problema. Enquanto no problema 1 utilizamos uma sequência de figuras geométrica, no problema 2 exploramos a informação de uma situação hipotética descrita na forma verbal. Assim os alunos utilizaram a leitura, tradução verbal do problema para linguagem matemática e responderam os questionamentos explorados. Observamos que os alunos tiveram um desempenho melhor nas respostas dadas no problema 2.

Partindo da ilustração do Quadro 15 observamos que não há um comportamento padrão nos resultados observados, como sugere a classificação em níveis. Em diferentes contextos dos problemas 1 e 2 exploramos a possibilidade de o aluno generalizar uma situação através de uma expressão analítica, por exemplo. O próprio contexto desses problemas demonstra que os alunos utilizam estratégias diferentes de resolução, quando não ficando limitados a uma observação comum e via de regra como sugerem os níveis propostos. Observamos pelos resultados que, entre outros fatores, a própria situação explorada não garante um comportamento previsível de ações e respostas dos alunos.

Considerando os aspectos do processo de ensino e aprendizagem dos alunos mediante aos problemas que foram propostos, com poucas intervenções do professor, essa proposta didática se mostra relevante, pois os conhecimentos que são assimilados surgiram da própria dinâmica da atividade e dos envoltimentos dos alunos em seus grupos. Os registros do pesquisador, diante do novo cenário observado na sala de aula, na qual há momentos de colaboração, discussão, dúvidas e incertezas, configuram a importância desse tipo de proposta, na qual o aluno é protagonista no processo de aprendizagem, sendo observado que “apropriação

do conhecimento científico ocorrerá, desde que o instrumento de mediação seja incorporado a uma organização do ensino, planejada, intencionalmente, pelo professor.” (NEVES; RESENDE, 2016, p.612)

## 4.2 ANÁLISE DA ATIVIDADE 2

Essa atividade ficou organizada em dois momentos: 1) a Parte I refere-se à atividade que deveria ser desenvolvida no grupo fechado do *Facebook*; 2) a Parte II foi realizada na sala de aula, após a sistematização dos conhecimentos trazidos pelos alunos a partir da primeira etapa. Os objetivos do pesquisador era avaliar as possibilidades da rede social *Facebook* como um espaço colaborativo e de aprendizagem, de reflexão e interações dos alunos uns com os outros e também com professor. Além disso, utilizar as possibilidades de compartilhamento de atividades, vídeos e desafios, provocando nos alunos um momento fora da sala de aula na qual pudessem estar envolvidos com aquisição de conhecimentos.

### 4.2.1 Análise da ATIVIDADE 2 (Parte I)

Na organização dessa atividade consideramos os objetivos das OCM/RJ para ensino de Função e, como material complementar, a videoaula N.º 39 Relações e Funções da MultiRio. Destacamos que a abordagem explorada no vídeo é realizada de forma tradicional e não traz tantas provocações, sendo um material complementar e de apoio para o aluno. Nessa etapa, objetivávamos observar de qual forma se dava a interação dos participantes dos grupos formados a partir de um dado um problema, considerando o material de apoio. O problema proposto, conforme a Figura 12, foi uma adaptação que realizamos tendo por base uma questão do vestibular da UFF/RJ. Justificamos nossa escolha devido ao fato de a situação explorada instigar nos alunos as inquietações e possíveis conjecturas que nos permitiu observar as compreensões assimiladas por eles relacionadas aos conceitos explorados no vídeo.

**Figura 12 - Atividade 2 – Problema 4**

E.M Irineu Marinho  
- 1901 / 2019  
Grupo Privado

Sobre

**Discussão**

Membros

Eventos

Fotos

Arquivos

Moderar grupo

Qualidade do grupo

Pesquisar neste grupo

Atalhos

- Desapego TIJUCA ... 20+
- E.M Irineu Marinho 180...
- IRINEU 2017 PROVAS ...
- ALUNOS IRINEU MARI...
- PROFESSORES D... 20+
- OMG
- Ver mais

Adriano Araújo Do Nascimento compartilhou um link.  
30 de agosto

<https://www.youtube.com/watch?v=2BUuKkg88VI>

PROBLEMA 4 - (UFF/ RJ - adaptada) Em um certo dia, três mães deram à luz em uma maternidade. A primeira teve gêmeos, a segunda, trigêmeos e a terceira, um único filho. Considere, para aquele dia, o conjunto das 3 mães, o conjunto das 6 crianças e as seguintes relações:

I. A que associa cada mãe ao seu filho.  
II. A que associa cada filho à sua mãe.  
III. A que associa cada criança ao seu irmão.

Faça um diagrama que represente cada uma das três situações. Quais das relações obtidas são consideradas Funções? Por quê?

TEMPO DE ESTUDAR  
MATEMÁTICA

YOUTUBE.COM  
**Aula 39 - Relações e funções**  
A segunda temporada da série Tempo de Estudar faz a revisão de...

Queila Silva 69 comentários Visualizado por 31

**Fonte: Dado da pesquisa**

Para a análise dessa atividade, consideramos os seguintes dados: as visualizações observadas ao longo da análise, as interações entre os participantes do grupo, as formas de representações do problema numa perspectiva via notação de conjuntos e associações dessas representações ao conceito de Função. Após a análise dos dados chegamos as seguintes conclusões:

- Pela Fig.12, observamos que a turma quase em sua totalidade teve acesso à publicação disponibilizada. Esclarecemos que nessa etapa alguns alunos reclamaram da dificuldade em acessar o vídeo proposto para essa Atividade. Isso gerou a necessidade de novos prazos para a efetiva participação dos alunos. Na tentativa de sanarmos a situação disponibilizamos no grupo do *Facebook* o link<sup>37</sup> de um novo vídeo como alternativa para aqueles que não tinham conseguido acessar o primeiro vídeo, conforme é possível observar na Figura 13. Nessa nova publicação identificamos novamente que quase todos os participantes do grupo haviam visualizado a postagem. Nos comentários apenas um dos alunos do

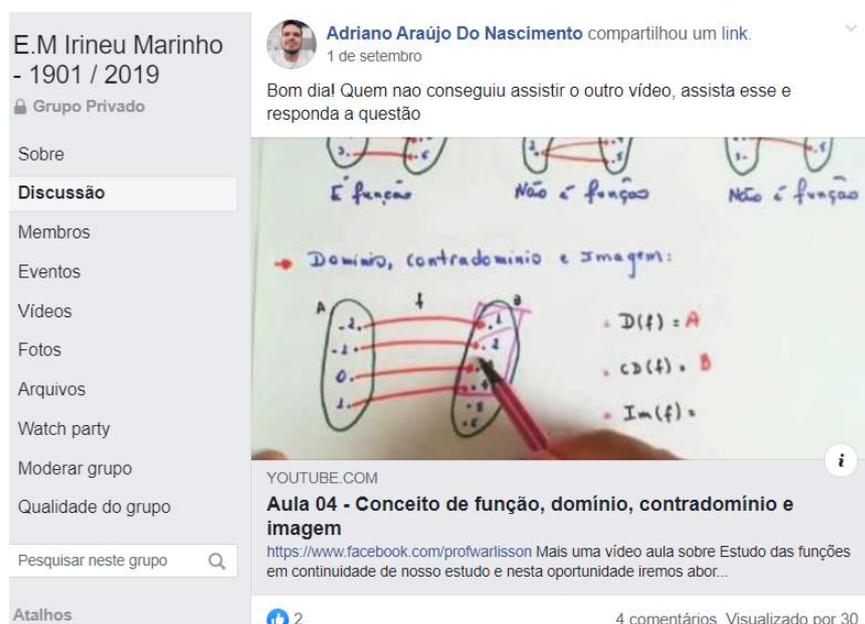
<sup>37</sup>Disponível

em:

<https://www.youtube.com/watch?v=10eMLR1wbwE&feature=youtu.be&fbclid=IwAR0xTUeWM8to61yX566WeMi3XzTinau6182sRZxEgkYicpndoZ83LbLmh5E> Acesso em 01.set.2019.

Grupo 6 (A1G6) sinalizou que havia conseguido assistir o vídeo, mas não sabia o que deveria ser feito, sendo sua dúvida esclarecida pelo professor.

**Figura 13 – Vídeo auxiliar para o Problema 4**



The image shows a Facebook post from Adriano Araújo Do Nascimento, dated September 1st. The post includes a link to a YouTube video titled "Aula 04 - Conceito de função, domínio, contradomínio e imagem". The video content, visible in the preview, shows a hand-drawn diagram on a whiteboard. The diagram illustrates a function  $f$  from set  $A$  to set  $B$ . Set  $A$  contains elements  $-2, -1, 0, 1$  and set  $B$  contains elements  $-1, 2, 3, 4, 5$ . Red arrows show the mapping:  $-2 \rightarrow 3$ ,  $-1 \rightarrow 2$ ,  $0 \rightarrow 4$ , and  $1 \rightarrow 5$ . The text "É função" is written above the first diagram, and "Não é função" is written above the second and third diagrams. To the right of the diagram, the following is written:  $D(f) = A$ ,  $C(f) = B$ , and  $Im(f) =$ . The post also shows 2 likes and 4 comments.

**Fonte: Dado da pesquisa**

Ressaltamos que o controle de visualizações da publicação não garante efetivamente que o aluno tenha assistido ao vídeo, mas isso permitiu o controle do pesquisador no que diz respeito ao acesso dos alunos ao material disponibilizado. Concluímos inicialmente, nessa turma, que a proposta metodológica que se baseou no compartilhamento de material para acesso dos alunos num espaço fora da sala de aula atingiu seu objetivo. No entanto, esse fato não torna nossa proposta metodológica isenta de falhas ou da possibilidade de o estudante burlar a atividade, acessando o vídeo e não assistindo, por exemplo. As evidências das interações e respostas para a atividade permitiu o pesquisador observar as estratégias dos alunos no processo de amadurecimento de ideias, considerando o conhecimento presente no material disponibilizado. Notamos as interações e os caminhos de respostas que foram utilizados no sentido de responder os questionamentos que eram feitos. A articulação de ideias analisadas favorece o planejamento do professor, principalmente sobre os pontos que observa mais conflitos nas respostas.

b. Dos sessenta e nove comentários originados dessa publicação no grupo, a interação em si, ocorreu entre o professor e outros dez alunos. Sinalizamos que

durante a implementação da pesquisa ficou combinado com os alunos que pelo menos um participante de cada grupo participaria da atividade *online*, sendo observadas as interações e colaborações dos demais integrantes.

- c. Como elementos para análise dessa atividade, buscamos as interações e as respostas dos alunos participantes, não nos restringindo aos alunos do Grupo 4. Inicialmente observamos as principais representações feitas pelos alunos para o problema dado na forma de diagrama, conforme mostra o Quadro 16. Nessa ocasião os alunos foram orientados a resolver a questão, tirar a foto com o celular das possíveis soluções e compartilhar nos comentários da publicação original feita pelo professor. Dos sete grupos formados, pelo menos um aluno, dos seis grupos, participou na atividade *online* postando alguma resposta.

**Quadro 16 - Respostas dos alunos para o Problema 4 no grupo do Facebook**

A3G5	A4G6
<p>Handwritten diagram for A3G5. It shows three mothers (Mãe 1, Mãe 2, Mãe 3) and their children. Mãe 1 has two children (filhos 1 and 2). Mãe 2 has three children (filhos 1, 2, and 3). Mãe 3 has one child (filho único). There are sections for 'Gêmeos' (twins) and 'Trigêmeos' (triplets) with arrows indicating relationships between mothers and their children.</p>	<p>Handwritten diagram for A4G6. It shows three mothers (Mãe 1, Mãe 2, Mãe 3) and their children. Mãe 1 has two children (filhos 1 and 2). Mãe 2 has three children (filhos 1, 2, and 3). Mãe 3 has one child (filho único). There are sections for 'Gêmeos' (twins) and 'Trigêmeos' (triplets) with arrows indicating relationships between mothers and their children.</p>
A2G5	A3G4
<p>Handwritten diagram for A2G5. It shows three mothers (Mãe 1, Mãe 2, Mãe 3) and their children. Mãe 1 has two children (filhos 1 and 2). Mãe 2 has three children (filhos 1, 2, and 3). Mãe 3 has one child (filho único). There are sections for 'Gêmeos' (twins) and 'Trigêmeos' (triplets) with arrows indicating relationships between mothers and their children.</p>	<p>Handwritten diagram for A3G4. It shows three mothers (Mãe 1, Mãe 2, Mãe 3) and their children. Mãe 1 has two children (filhos 1 and 2). Mãe 2 has three children (filhos 1, 2, and 3). Mãe 3 has one child (filho único). There are sections for 'Gêmeos' (twins) and 'Trigêmeos' (triplets) with arrows indicating relationships between mothers and their children.</p>

**A1G6**

1- Mãe → Irmão (não é função)

2- Mãe → Irmão (não é função)

3- Mãe → Irmão (é função porque só tem uma relação)

1- Tem duas relações

2- Tem 3 relações

3- Tem uma relação (função)

**A3G1**

Mãe 1 → Filho 1, Filho 2 (Irmãos Gêmeos, I.1 → I.2)

Mãe 2 → Filho 1, Filho 2, Filho 3 (Irmãos Trigêmeos, I.1 → I.2, I.3)

Mãe 3 → um filho (filho único, mãe tem irmãos)

Obs = Apenas a (Mãe 3) é considerada uma função, porque é uma relação entre ela e filhos.

Porque a 1 e a 2 estão completas e a Mãe está ligada aos 2 filhos, mas para ser uma função não pode ter uma ligação. Portanto não se liga com a 2

**A4G7**

Mãe 1 → irmão 1, irmão 2

Mãe 2 → irmão 1, irmão 2, irmão 3

Mãe 3 → um filho

A única relação que é considerada uma função é a da mãe que tem um único filho pois a relação dela é uma só, diferente das outras mães que tiveram mais de um filho.

É as relações entre os irmãos a única que é considerada função é a dos gêmeos pois um é ligado ao outro, já na dos trigêmeos temos duas ligações, não sendo função e o último filho (mãe 3) não tem irmãos.

**A2G2**

Mãe 1 → filho 1, filho 2 (são irmãos gêmeos, irmãos 1 e 2 irmãos)

Mãe 2 → filho 1, filho 2, filho 3 (não é considerado uma função pois as 3 relações não é 1 e 2 filhos, são trigêmeos, irmãos 1 → irmãos 2 e 3)

Mãe 3 → filho ún. (filho único, não é considerado uma função pois só relação com 1 filho, não é uma função pois não tem uma ligação)

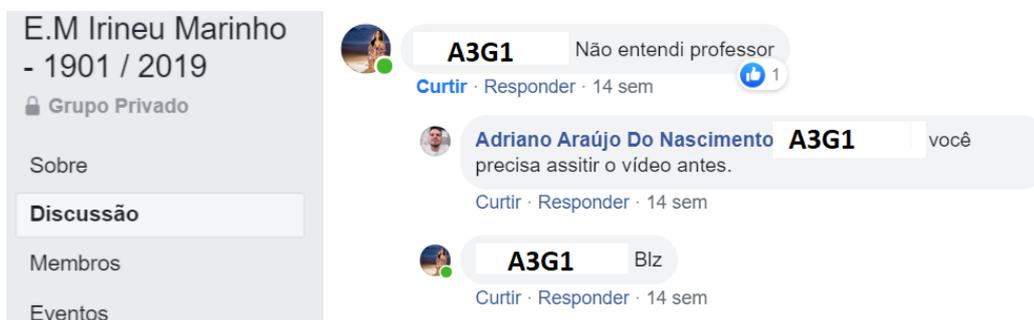
Fonte: Dados da pesquisa

Uma primeira constatação que tivemos foi relacionada as respostas dos alunos, elas foram se aperfeiçoando de uma publicação para outra. Embora as imagens não obedçam necessariamente a uma ordem cronológica de compartilhamento, observamos que da publicação do aluno A3G5, que foi efetivamente a primeira publicação, para a resposta do aluno A4G2, ocorreram aperfeiçoamentos nas respostas que eles apresentaram. Entendemos que esse fato ocorreu devido à interação do professor com os alunos, correlacionadas as respostas das publicações anteriores. Notamos que à medida que as respostas foram compartilhadas, algumas apresentavam simplesmente a representação na forma de diagrama, mas sem justificativas se a

Relação era ou não uma Função. Os alunos demonstram ampliarem a dimensão do entendimento pelos seus próprios registros escritos. A partir dessas primeiras observações e conforme fomos analisando o material, chegamos as seguintes conclusões:

i) o vídeo possibilitou aos alunos um entendimento, *a priori*, compreensivo sobre a caracterização de uma Relação como sendo ou não uma Função, via associação de elementos pertencentes a dois conjuntos, cumprindo com um dos objetivos específicos dessa pesquisa. Evidenciamos que a disponibilização de mídias estimulou os alunos em reflexões preliminares, antes da exploração do professor em sala de aula, sobre determinado assunto, favoreceu a aprendizagem do aluno, principalmente devido ao fato dele conseguir gerenciar seu tempo de aprendizagem. Essa conclusão é demonstrada na publicação do aluno A3G1, conforme Figura 14.

**Figura 14 – Interação do aluno A3G1 e o professor no grupo do Facebook (I)**

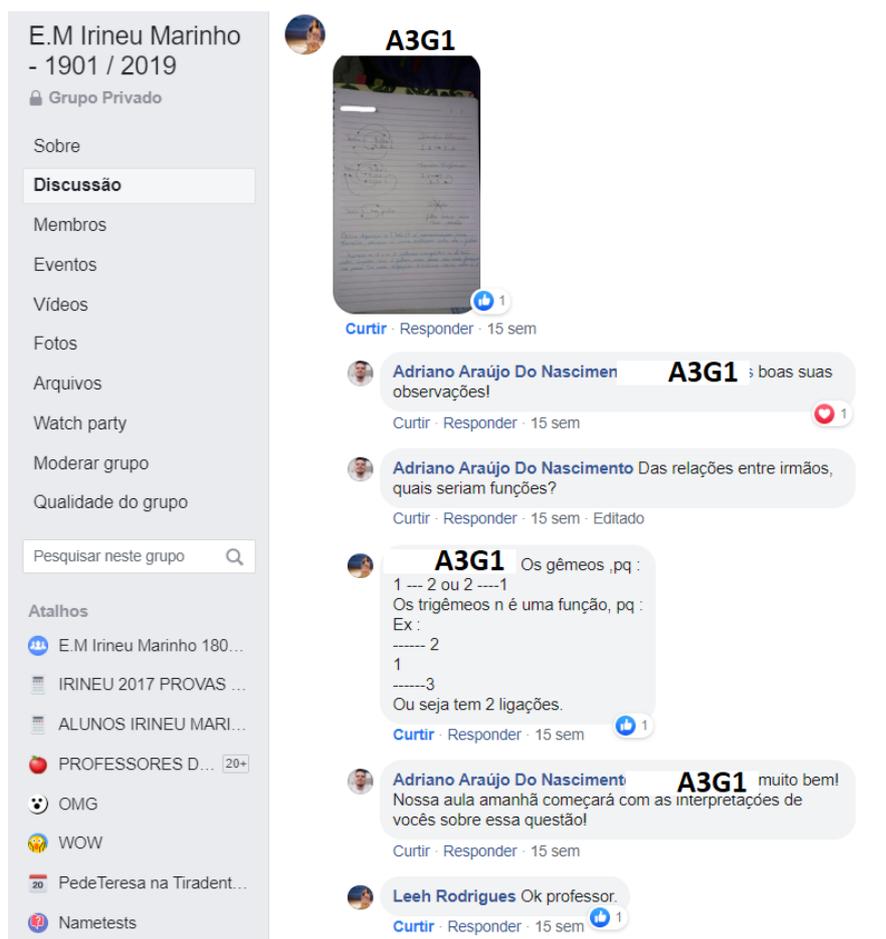


**Fonte: Dados da pesquisa**

Notamos que o aluno inicialmente informou que não havia entendido a questão, sendo informado pelo professor que antes de responder à questão ele deveria assistir ao vídeo disponibilizado. Em seguida, conforme mostra a Figura 15, observamos que posteriormente o aluno publicou a resposta do problema proposto com boas justificativas sobre as relações entre os conjuntos estabelecidos, indicando assim que a partir do vídeo ele conseguiu assimilar a ideia de Função como sendo uma relação unívoca entre dois conjuntos. Nessa atividade percebemos que essa pesquisa atingiu alguns dos seus objetivos específicos:

- a. reconhecemos no *Facebook* uma plataforma com potencialidade de AVA, pela possibilidade de interação entre aluno e professor, principalmente no que diz respeito a extensão da sala de aula em um espaço virtual, permitindo ao aluno refletir e exercer um papel ativo no processo de aprendizagem;
- b. observamos a relevância do material disponibilizado preliminarmente, pois auxiliou o aluno no processo de entendimento de ideias e conceitos, contribuindo diretamente no processo de desenvolvimento da sua aprendizagem.

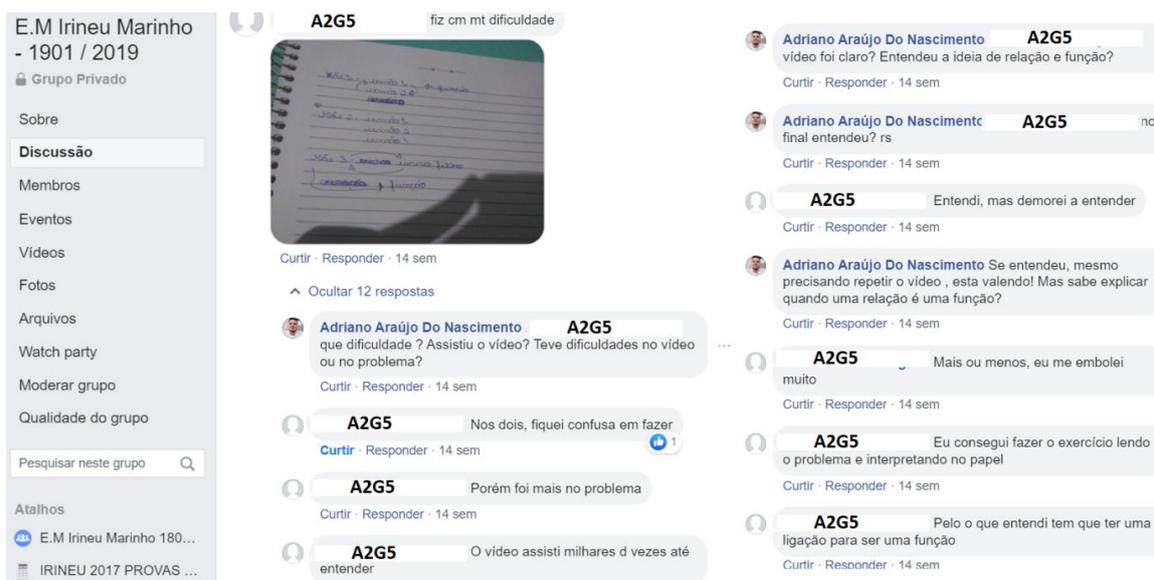
**Figura 15 – Interação do aluno A3G1 com o professor no grupo do Facebook (II)**



**Fonte: Dado da pesquisa**

O diálogo do professor com o aluno A2G5, mostrado na Figura 16, também legitimam as contribuições do material disponibilizado para compreensão da ideia de Função a partir da relação entre dois conjuntos. O aluno A2G5 sinalizou que assistiu ao vídeo “milhares de vezes” para compreender o conteúdo e a partir daí conseguiu um melhor entendimento sobre o assunto. Segundo Sunaga e Carvalho (2015) é preciso refletir a importância dessa proposta no que diz respeito ao tempo de aprendizagem dos alunos, desvinculando um tempo fixo, no qual ele constrói e reconstrói conceitos, tornando-se ativo no processo de aprendizagem. É indiscutível que o tempo de compreensão dos alunos varia de um para outro e, parte das vezes que o professor está explorando um assunto, alguns alunos não acompanham, perguntam ou esclarecem dúvidas existentes naquela ocasião.

**Figura 16 – Interação do aluno A2G5 com o professor no grupo do *Facebook***



**Fonte: Dados da pesquisa**

Bergmann e Sams (2016) destacam que a participação do professor nesse processo é interagir com os alunos visando os principais objetivos de aprendizagem, orientando, encorajando e esclarecendo possíveis equívocos. Conforme observamos nas Fig.15 e Fig.16 a intervenção do professor foi primordial na participação e interação dos alunos. Notamos que a partir dos estímulos provocamos nos alunos a reflexão, os questionamentos e as diversas contribuições no processo de aprendizagem.

#### 4.3 Análise da ATIVIDADE 2 (Parte II)

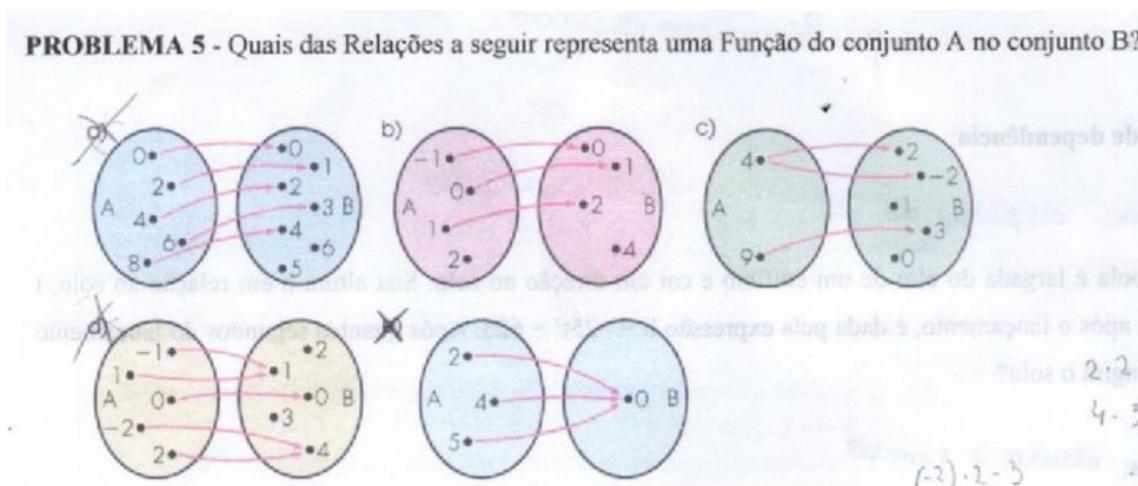
Essa atividade foi desenvolvida na sala de aula no dia 9 de setembro de 2019, sendo utilizados dois tempos de aula de 50 minutos. No primeiro momento o professor-pesquisador realizou provocações sobre as atividades disponibilizadas no *Facebook*, questionando os alunos sobre o vídeo assistido e o problema que foi proposto. Em seguida foi formalizada a ideia de Função via notação via conjuntos, partindo das ideias da atividade proposta *online*. Os problemas sugeridos na Parte II complementaram os conhecimentos construídos inicialmente, tratando a ideia de Função como máquina de transformação, conforme proposto por Santos e Barbosa (2016). Nessa parte da atividade ainda são exploradas a ideia de tabulação e generalização, e da determinação da imagem, conhecido um elemento do domínio. Em seguida propomos problemas diversificados nos quais os alunos deveriam identificar as variáveis e a relação de dependência entre elas, conhecimento extremamente importante na construção do conhecimento de Função, conforme apontado por Rezende (2012). O grupo analisado

novamente foi o Grupo 4 e o tempo de áudio analisado durante a realização da atividade foi de aproximadamente 33 minutos. Nessa etapa não dispomos a transcrição do áudio na íntegra devido sua extensão, embora as conclusões para atividade tenham sido realizadas considerando o diálogo dos alunos participantes e as respostas escritas na folha de atividade.

#### 4.3.1 Análise do Problema 5

No Problema 5 nosso objetivo foi observar se os alunos tinham compreendido a ideia de Função como uma relação unívoca entre dois conjuntos identificando-as. Essas situações foram expostas na Figura 17 e analisadas a partir das respostas da ficha de atividades do Grupo 4 e a transcrição do áudio, Quadro 17, obtidos durante a realização da tarefa proposta.

**Figura 17 – Atividade 2 (II) – Problema 5 – Grupo 4**



Fonte: Dado da pesquisa

**Quadro 17 – Transcrição do áudio durante desenvolvimento do P.5 /AT.2(PII)**

Leitura do Problema5 pelo aluno **A1G4**

Os alunos discutem quais dos diagramas representam ou não uma Função do conjunto A em B:

**A3G4:** “a letra “d”, a letra “d” da. Só a letra “d”!”

**A5G4:** “a letra “c”, a letra “c” também pois liga os dois em todos.”

**A3G4:** “não cara, a “c” sai dois do mesmo “a” que do A (conjunto). No A é só pra sair de um.”

**A5G4:** “Verdade, verdade!”

**A1G4:** “Mas se você pensar assim a “e” também dá!”

**A4G4:** “Pode ser a A ou a D!”

**A2G4:** “Na verdade Função é quando todos do A tem um contradomínio aqui, só que só tem que sair de um só.”

**A4G4:** “A “a” ou a “d”!”

**A3G4:** “No A só pode sair um do A, tá ligado? Tipo não pode sair um daqui e ligar dois daqui. Vai ser uma Função do mesmo jeito.”

**A3G4 e A4G4:** “A “a” a “d” e a “e”.”

**A2G4:** “A “e” não!”

**A1G4:** “Por que não?”

**A2G4:** “E não...a “e” também!”

**A1G4:** “Viu, isso tudo me julgando me julgando. Eu aposto na “e”.”

Continuam a discussão na dúvida da existência de mais de um caso que representam Função.

**A5G4:** “Então marca mais de uma.”

**A1G4:** “Tá bom!”

**Fonte: Dado da pesquisa**

Analisando os dados coletados, observamos inicialmente, por meio do áudio, que os alunos tiveram dúvidas da existência de mais de uma situação que representasse Função. No entanto, os conflitos e divergências do grupo, ponto bem positivo observado durante toda a implementação da pesquisa envolvendo a dinâmica utilizada, validam a importância da formativa como os alunos participam na realização das atividades. Embora o conceito já houvesse sido exposto pelo professor, naquela mesma aula, o momento colaborativo de interação entre os alunos estruturaram e consolidaram os saberes e as conclusões dos alunos a respeito do conceito estudado. Consequência imediata disso é que, embora haja conflitos de classificar ou não como Função, o grupo teve êxito na resposta da atividade.

#### 4.3.2 Análise dos Problema 6 e 7

O problema 6 objetivou a ideia de Função associada a uma “máquina de transformação”, na qual dado um elemento de entrada (domínio), obtém-se um elemento na saída (imagem). Observamos na Fig.18 a situação que foi proposta no problema, sendo dados

alguns elementos de entrada e propondo que fossem encontrados os elementos de saída da “máquina”. Em seguida, os alunos apresentaram uma expressão analítica que representasse o problema. Nessa atividade o aluno está sujeito a diversas dimensões que compreendem o conhecimento de Função, inclusive a representação de uma situação da linguagem verbal para a notação matemática, modelada por uma função do tipo  $y = f(x)$ . Finalmente, no item c, os alunos do grupo representaram a situação por meio de diagrama.

Analisando o áudio e as respectivas respostas dos alunos nas atividades, conforme mostramos na Figura 18, obtivemos as seguintes conclusões:

**Figura 18 – Atividade 2 (PII) – Problema 6 e 7– Grupo 4**

**PROBLEMA 6-** Observe, abaixo, a máquina que transforma números:

Entrada

a) Observe o que a máquina faz. Em seguida, complete a tabela abaixo:

Entrada: $x$	-2	-1	0	1	2	3	4
Saída: $y$	-7	-5	-1	1	3	4	

b) Obtenha uma expressão Matemática que represente esse problema genericamente.

Saída  $f(x) = 2x - 3$

c) Represente a situação do problema por meio de um diagrama.

**PROBLEMA 7.** Dada a função  $f(x) = x^2 + 1$ , determine a imagem dessa função sendo:

a)  $f(-2) = (-2)^2 + 1$   
 $4 + 1 = 5$

b)  $f(0) = 0^2 + 1$   
 $0 + 1 = 1$

c)  $f(3) = 3^2 + 1$   
 $9 + 1 = 10$

d)  $f(10) = 10^2 + 1 = 100 + 1 = 101$

**Fonte: Dado da pesquisa**

(a) Os alunos não tiveram dificuldades da compreensão e associação da ideia de Função a uma máquina de transformação. A análise do áudio evidenciou que no processo inicial de obtenção dos valores de “saída” houveram divergências relacionadas as operações envolvendo números inteiros. No entanto, percebemos que o desenvolvimento da atividade em grupo, por meio da colaboração dos participantes, facilitou na superação dos equívocos em relação ao resultado das operações. Além do áudio o próprio rascunho e as respostas do item “a” confirmaram que os alunos tiveram êxito respondendo à questão, inclusive, sem nenhuma intervenção do professor. No preenchimento da tabela o único erro observado foi para o “elemento de entrada” quando  $x = 0$ , estando as demais respostas preenchidas corretamente. Observamos mais uma vez que os alunos se

superam em suas conjecturas e demonstram capacidade de transitar pelas diversas dimensões relacionadas a exploração do conteúdo de Função. Na nossa proposta de sequência didática não nos limitamos a uma abordagem limitada, permitindo aos alunos um contato com diferentes formas de apresentação do conhecimento de Função.

- (b) Na dinâmica colaborativa que os alunos estavam envolvidos, com a criação dos grupos, observamos que a dialogicidade é um fato marcante no processo de aprendizagem. O envolvimento dos alunos na realização das atividades, as próprias crises internas reveladas nos bastidores dos áudios e os resultados na forma de respostas das atividades transferiram para o aluno o protagonismo no processo de ensino e aprendizagem, sendo o papel do professor o de mediação entre os conhecimentos e as “vozes” dos alunos.

Analisando as correspondências feitas no Problema 7 não observamos nenhum tipo de dificuldade. Os alunos alcançaram com sucesso o objetivo da questão que era a determinação da imagem para alguns elementos conhecidos do domínio.

#### 4.3.3 Análise do Problema 8

Na sequência de atividades, no problema 8, apresentamos situações diversificadas de problemas cotidianos envolvendo a relação entre duas variáveis, pretendendo que os alunos identificassem essas variáveis e a relação de dependência entre elas. Nesse tipo de problemática os alunos transitam pelas dimensões de entendimento e compreensão de um problema, identificando a partir de situações verbais as variáveis e a relação de dependência entre elas. Consultando o Quadro 6 observamos que os documentos oficiais ( PCN, OCM/RJ e BNCC) sinalizam a importância do aluno estabelecer essas conexões. Em consonância a esses documentos Rezende (2012) destacou em suas pesquisas a importância desse conhecimento , pois o processo de qualificar e quantificar variações, caso não ocorra, torna a aprendizagem de Função incompleta, do ponto de vista epistemológico.

Analisando o áudio de participação do Grupo 4 e as respostas contidas na ficha de atividades, conforme Figura 19, fizemos alguns apontamentos, partindo da particularidade de cada uma das situações contidas no Problema 8:

1. Na situação 1 destacamos as principais colocações a cerca do problema e que são expressas no áudio: “ *a variável é o quilômetro rodado*” (A1G4); “ *o valor depende do quilômetro rodado*” (A3G4); “ *a relação de dependência, o dinheiro depende de quantos quilômetros rodados*” (A4G4); “ *o valor total que*

“você vai pagar depende dos quilômetros rodados” (A1G4); “a variável é apenas o quilômetro rodado” (A1G4); “as variáveis são a bandeirada e o quilômetro rodado” (A1G4); “a bandeirada é um valor fixo” (A2G4); “ela não varia, é impossível variar se é algo fixo” (A1G4); “o que varia é o preço por cada quilômetro rodado” (A2G4). Examinando esses recortes do diálogo verificamos que a interação e a colaboração dos alunos envolvidos para a obtenção de respostas para os itens dos problemas. Dos cinco alunos participantes, quatro deles contribuem com suas conjecturas durante a realização da atividade. Embora as respostas na ficha de atividades não estejam completamente certas, as participações dos alunos durante a realização da atividade surgem de forma aleatória, gerando conflitos e discussões em busca de um entendimento comum. Essas provocações permitem a reflexão e os questionamentos entre eles, que a todo momento ficou evidente nos áudios. Mais uma vez a proposta em questão assumiu relevância no sentido de provocar no aluno reflexões a respeito do conhecimento que está sendo transmitido, de forma ativa e provocativa.

Figura 19 – Atividade 2 (PII) – Problema 8 (Grupo 4)

**PROBLEMA 8 – Quem depende de quem?**  
 Indique em cada situação a seguir as variáveis envolvidas e a relação de dependência entre elas:

1) Em uma corrida de táxi, o usuário ou cliente deve pagar R\$ 5,00 de “bandeirada” (valor inicial que se paga fixado no taxímetro) e R\$ 2,00 por cada quilômetro rodado.

Variáveis: *quilômetros rodados*

Relação de dependência: *bandeirada depende do quilômetros rodados*

2) Uma bola é largada do alto de um edifício e cai em direção ao solo. Sua altura  $h$  em relação ao solo,  $t$  segundos após o lançamento, é dada pela expressão  $h = -25t^2 + 625$ . Após quantos segundos do lançamento a bola atingirá o solo?

Variáveis: *altura e tempo*

Relação de dependência: *altura depende do tempo*

3) Uma empresa A sabe que seu lucro ( $L$ ), em dólares, depende da quantidade produzida ( $Q$ ), em sacas. Isso é expresso na seguinte equação  $L = -30 + \frac{2}{5}Q$

Variáveis: *lucro e produção*

Relação de dependência: *lucro depende da produção*

4) Numa cultura de bactérias, o número delas é dado pela função  $y = 1000 \cdot 3^{0,5x}$ , onde  $x$  é o tempo decorrido em horas, e  $y$  a quantidade de bactérias após determinado tempo.

Variáveis: *tempo e bactérias*

Relação de dependência: *bactérias dependem do tempo*

Fonte: Dado da pesquisa

2. Na situação 2 os alunos foram mais ágeis. Após a leitura da situação o aluno (A1G4) já sentenciou: “ *as variáveis são a altura e o tempo, e a relação de dependência é a altura dependente do tempo*”. O aluno A1G4 fez referência à utilização de um exemplo parecido utilizado pelo professor durante a explicação da matéria. Percebemos nessas conexões feitas pelos alunos, relacionadas ao roteiro que propomos ao longo da aplicação da sequência didática, que os resultados demonstram validade, considerando as estratégias que utilizamos.
3. Observamos na situação 3 que a relação de dependência pelo próprio contexto já era explícita. Na análise do áudio, em nenhum momento, notamos qualquer manifestação de obviedade da questão, nem qualquer dúvida para estabelecerem as relações pedidas.
4. Na situação 4 houve uma dúvida em relação a quem depende de quem: “o número de bactérias depende do tempo?” (A3G4) ou “o tempo depende do número de bactérias?” (A5G4). Nesse momento o aluno A1G4 chamou a atenção para o enunciado: “*o número de bactérias após um determinado tempo*” e finalmente chegaram a conclusão do item.
5. Com exceção da situação 1, embora haja indícios no áudio da discussão do grupo sobre a resposta correta, os alunos não mostraram grandes dificuldades para estabelecerem as variáveis ou a relação de dependência entre elas. Considerando que eram casos particulares e de problemas novos, notamos que atividade cumpriu sua finalidade, principalmente pela discussão de ideias estabelecidas no grupo durante sua realização. Mais uma vez observamos que os alunos exploraram variadas dimensões do conhecimento de função tais como a interpretação verbal de uma situação, a compreensão das variáveis envolvidas no problema e a relação de dependência entre elas.

#### 4.4 Análise da ATIVIDADE 3 (Parte I)

Nessa atividade pretendíamos observar as primeiras constatações dos alunos no processo de apropriação da ideia de Função Polinomial do 1º Grau. Diferente da ATIVIDADE 2, a partir dos problemas propostos a análise priorizaria o entendimento dos alunos no que diz respeito a generalização do problema por meio de uma expressão matemática. Particularmente nesse caso os alunos eram desafiados a alcançarem diferentes dimensões da compreensão,

inclusive o desenvolvimento do pensamento abstrato. Para tal, disponibilizamos a videoaula 40 - Função Afim (Multirio), questionando em seguida aos alunos qual era o entendimento deles sobre Função Afim e, a partir de uma situação, que identificassem os coeficientes  $a$  e  $b$  de uma função dada. Em seguida, propomos ainda os Problemas 9 e 10. Envolvendo situações problemas associadas aos conteúdos relacionados ao vídeo, como mostra a Figura 20. Esgotados os prazos de realização da atividade, percebemos que somente ocorreram nove interações por meio de comentários, sendo uma delas do professor.

**Figura 20 - Atividade 3 – Material disponibilizado no grupo do Facebook**

E.M Irineu Marinho - 1901 / 2019  
 Grupo Privado  
 Sobre  
 Discussão  
 Membros  
 Eventos  
 Vídeos  
 Fotos  
 Arquivos  
 Sala de vídeo  
 Moderar grupo  
 Qualidade do grupo  
 Pesquisar neste grupo

Adriano Araújo Do Nascimento compartilhou um link.  
 7 de setembro  
 Atividade para ser desenvolvida até terça (10/09)  
<https://www.youtube.com/watch?v=iHsUromN4sQ>  
 Após assistir o vídeo, responda as questões a seguir?  
 ... Ver mais

TEMPO DE ESTUDAR  
 MATEMÁTICA

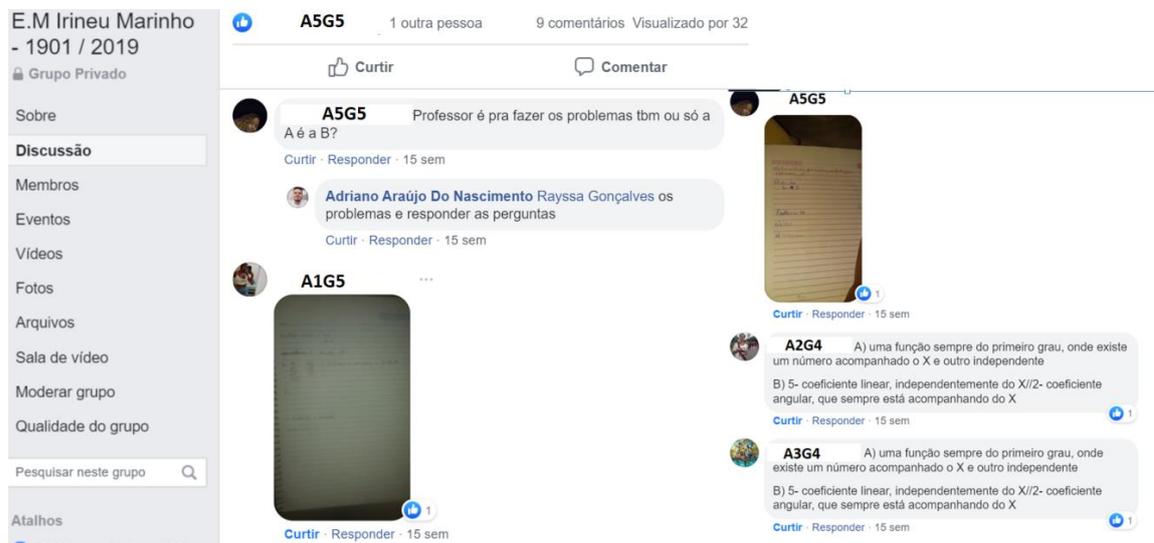
YOUTUBE.COM  
**Aula 40 - A função afim**  
 A segunda temporada da série Tempo de Estudar faz a revisão de...

Rayssa Gonçalves e 1 outra pessoa  
 9 comentários Visualizado por 32

**Fonte: Dado da pesquisa**

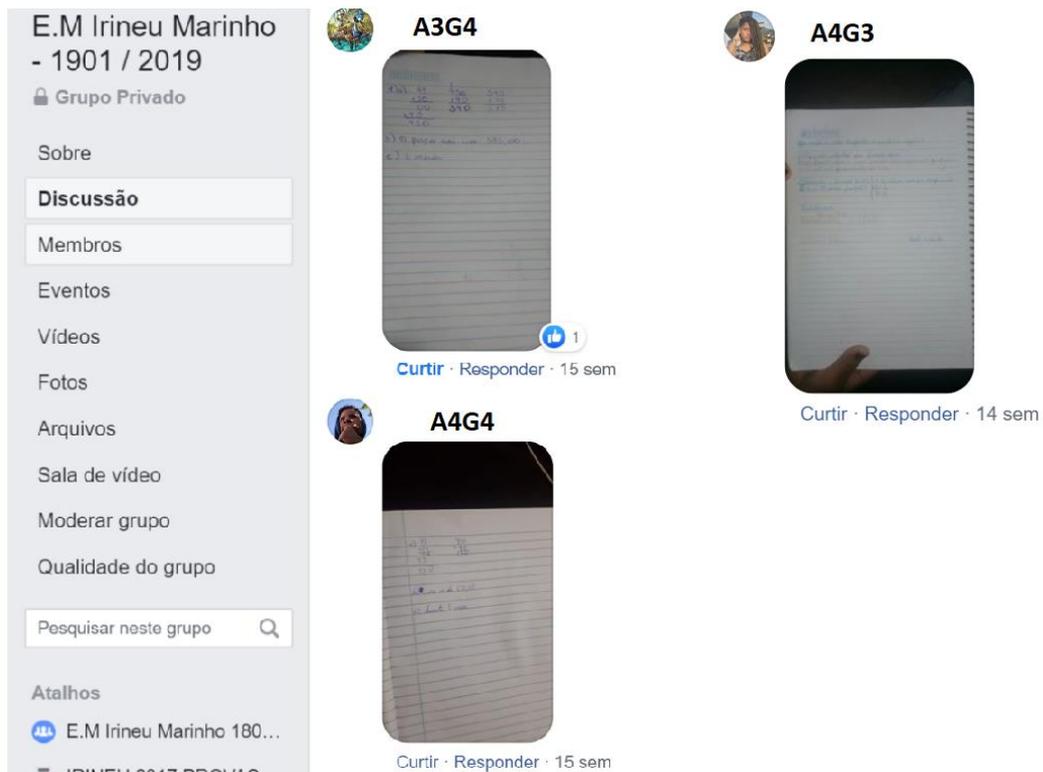
Como o número de participações foi muito baixo, reestruturamos o foco de análise nessa atividade, buscando compreender os motivos que ocasionaram essa baixa participação dos alunos. Percebemos inicialmente que o total de visualizações sugeria que quase todos os alunos tinham acessado o material disponibilizado, conforme pode ser visto na Figura 20. No entanto, analisamos que a participação efetiva dos componentes de três grupos, dos sete formados, como expomos nas Figuras 21 e 22.

**Figura 21 - Interação dos alunos com a proposta da Atividade 3 (I)**



**Fonte: Dado da pesquisa**

**Figura 22 - Interação dos alunos com a proposta da Atividade 3 (II)**



**Fonte: Dado da pesquisa**

Segundo Bairral (2007) o formador virtual deve pensar nas ações didático-pedagógicas e acompanhar o desenvolvimento do processo interativo, priorizando os objetivos que a tarefa proposta pretende atingir. Nesse sentido, a exemplo da Atividade 2, organizamos a Atividade 3 da seguinte maneira:

- i. disponibilizamos material de apoio para os alunos no grupo do Facebook;
- ii. propomos situações provocativas que instigassem a participação dos alunos e eventualmente contribuíssem com pistas sobre o desenvolvimento das atividades e a forma de colaboração entre os integrantes do grupo no processo de aprendizagem;
- iii. observamos quais seriam as interações produzidas entre os alunos, e aquelas que envolveram professor (pesquisador) e alunos, observadas durante o desenvolvimento da atividade proposta.

Em posse da análise realizada na atividade 2 e as novas constatações observadas nos resultados das atividades, chegamos a algumas conclusões que foram essenciais e marcantes, considerando os objetivos específicos da nossa pesquisa:

- a. Os alunos que realizaram a atividade 3 seguiram as orientações iniciais do professor, desenvolveram e demonstraram o raciocínio em seus cadernos e, através de registros fotográficos, compartilharam as possíveis soluções dos problemas propostos. Essa mesma dinâmica foi utilizada na atividade 2 e consideramos um ponto positivo para construção do “diálogo virtual” entre os alunos quando utilizam o grupo da rede social, pois refletem suas próprias conjecturas, possíveis erros e acertos, direcionando o professor na adequação do seu planejamento e possíveis estratégias de exploração do assunto em sala de aula.
- b. Particularmente, na atividade 3, foi possível percebermos que não houve uma participação ativa do professor durante o processo interativo, questionando e provocando os alunos a participarem e interagirem sobre as postagens que iam sendo feitas. Embora esse fato não tenha sido feito de forma proposital, ele evidenciou a importância do papel do professor no processo de atividades em ambientes virtuais. Essa conclusão é muito valiosa para essa pesquisa já que pretende, entre outras finalidades, propor uma sequência didática que, ao mesmo tempo, em que possibilite ao aluno ter acesso a conteúdo para aprendizagem fora

do ambiente escolar, o estudante encontre suporte para evoluir no aperfeiçoamento dos seus saberes. Brum e Pereira (2018) destacam:

“(...) o papel do professor como orientador nesse processo é fundamental, estimulando a colaboração e ajuda mútua, fazendo os alunos refletirem sobre a investigação, registrando suas dificuldades, descobertas e novas aprendizagens. Esse processo de reflexão ajuda a compreender as estratégias utilizadas na construção de conjecturas. Contudo, a interação entre professores e alunos se diferencia das aulas tradicionais, revelando uma nova prática pedagógica mais dialógica, de modo que o aluno pode despertar aspectos desconhecidos pelo professor. Para tanto, precisamos estabelecer uma relação de confiança com nossos estudantes, propiciando ambientes de aprendizagem mais flexível que transcendam os muros da escola.” (p.142-143)

Assim, na análise Parte I da atividade 3, nos restringimos a compreensão dos motivos que provocaram a baixa participação dos alunos. Até mesmo a quantidade de materiais coletados foi insuficiente para qualquer conclusão a respeito da atividade que foi proposta. Consequente, com relação à parte II, utilizamos como elementos de análise a construção do diálogo dos alunos no momento de realização da tarefa, o diário de campo do pesquisador e os registros preenchidos pelos alunos. A análise da parte II trouxe evidências de que realmente os alunos haviam acessado o material, como abordamos na próxima seção.

#### 4.5 Análise da ATIVIDADE 3 (Parte II)

Na segunda parte da atividade 3 pretendíamos estruturar e formalizar a ideia de Função Polinomial do 1º Grau, considerando a participação e contribuições dos alunos, conforme o contato que tiveram preliminarmente com o material disponibilizado na parte I no grupo do *Facebook*. A ideia principal dessa proposta, utilizando materiais extraclasse em um espaço virtual é romper com a ideia de que o professor é o centro das atenções, permitindo assim que os alunos exerçam um papel ativo no processo de aprendizagem e tornando a sala de aula um espaço de conversa ao invés de pregação (BERGMANN; SAMS, 2012). Logo no início da atividade em aula, quando iniciamos com argumentações sobre os conhecimentos assimilados a partir do vídeo, evidenciamos a participação de alunos que não haviam feito quaisquer contribuições na parte I da atividade nas postagens do *Facebook*. Esse fato nos permitiu concluir que, embora o número de publicações e interações tenham sido pequenos, os alunos tiveram acesso ao material e realmente assistiram ao vídeo disponibilizado. Evidenciamos tais fatos pelas respostas quando foram argumentados sobre os conhecimentos tratados no vídeo. Outro fato que nos chamou a atenção foi que alunos que nunca se posicionaram em aula, participaram com suas ideias no momento de interação na sala de aula com o professor.

A aula foi composta de dois tempos de 50 minutos, realizada no dia 16 de setembro de 2019. No primeiro momento foram discutidas situações problema semelhantes às aquelas que haviam sido propostas no grupo do *Facebook*. Durante a dinâmica de aula foram exploradas as características de uma Função Polinomial do 1º grau, a ideia de variável dependente e variável independente, a forma canônica  $f(x) = ax + b$  e seus coeficientes. Posteriormente usamos a ideia de lucro, prejuízo e ponto de equilíbrio para apresentação da ideia de zero da função. Ressaltamos que para essa abordagem utilizamos uma situação cotidiana, exemplificada como uma pessoa que possui um gasto para produzir um bolo e vende a um determinado preço. Em seguida consideramos as três situações possíveis durante a venda: lucro, prejuízo ou ponto de equilíbrio (a qual denominamos “ficar no zero a zero”). Notamos com certa frequência que a interpretação matemática do zero da função ocorre muitas vezes de maneira algébrica, na qual o conceito é atrelado a  $f(x) = 0$ , sem maiores significados, ou geométrico, como sendo o ponto que a reta “corta” o eixo x. Entendemos que o zero da função explorado a partir de uma situação-problema permite ao aluno compreender o significado matemático do conceito com relações concretas de sua utilização.

Prosseguimos com a aula e, após as considerações e formalizações feitas pelo professor com a participação da turma, propomos a parte II da atividade 3. Analisamos os problemas de 11 a 14 considerando as respostas da ficha de atividades disponibilizada durante a aula e o diálogo entre os alunos do grupo 4, como já justificamos anteriormente. Além disso, consideramos as anotações feitas no diário do pesquisador, isso nos permitiu diversos apontamentos sobre os resultados observados.

#### 4.5.1 Análise dos problemas 11 e 12

No problema 11 pretendíamos observar se os alunos conseguiriam identificar os coeficientes a e b de uma Função do 1º Grau dada. A partir Figura 23 notamos que Grupo 4 alcançou êxito em suas respostas, mesmo quando a Função  $y = ax + b$  assumia uma configuração alterando a disposição dos seus coeficientes. No problema 12 analisamos a forma como os alunos interpretavam uma situação hipotética envolvendo valor fixo e valor variável, inclusive representando a situação por meio de uma expressão analítica. Analisando a solução dada para o problema 12 e o áudio obtido durante a realização da tarefa, observamos que o grupo relacionou corretamente o valor da parte variável ao número de plantões realizados e considerou o valor fixo como sendo parte do salário do segurança, determinado corretamente o salário mensal do segurança. Além disso, estabeleceram corretamente a expressão analítica que

representava o valor do salário em função do número de plantões realizados. Ambos os itens foram respondidos corretamente e, em particular, o item b, por meio da formalização. Concluimos assim que os alunos ampliaram as dimensões cognitivas relacionadas a leitura e compressão de uma situação, representação na linguagem matemática do problema, abstração e entendimento das relações de dependência e identificação das variáveis. A partir da análise dos áudios constatamos a relevância da dinâmica de aula que utilizamos, no qual os alunos compartilham, discutem, fazem conjecturas e apresentam soluções que resultam do pensamento coletivo. É notório, a partir dos áudios, a eficiência e o enriquecimento da aprendizagem dos alunos numa atividade com dinâmica colaborativa, pois envolve todo o grupo e desafia os seus participantes a refletirem em conjunto, considerando as conjecturas dos envolvidos. Em especial, na análise do grupo 4, notamos que houve a participação de todos os componentes do grupo. Por mínima que seja, suas vozes fizeram parte do processo de exploração coletiva de saberes e refletiram boas discussões, transformando assim o processo de aprendizagem em oportunidade de trocas e saberes.

Figura 23 – Atividade 3 (II) - Problemas 11 e 12 (Grupo 4)

**PROBLEMA 11 – Identifique os coeficientes a e b das funções seguintes:**

a)  $y = 3x - 4$      $a = 3$      $b = -4$                       c)  $f(x) = 3x + 7$      $a = 3$      $b = 7$   
b)  $f(x) = 2 - x$      $a = -1$      $b = 2$                       d)  $f(x) = -2x - 5$      $a = -2$      $b = -5$

**PROBLEMA 12 - O salário fixo mensal de um segurança é de R\$ 560,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma boate, onde recebe R\$ 60,00 por noite de trabalho.**

a) Se em um mês o segurança fizer três plantões, que salário receberá?  
560  
1.800,00

b) Qual o salário final Y, quanto ele realiza X plantões?  
 $Y = 560 + 60X$

Fonte: Dado da pesquisa

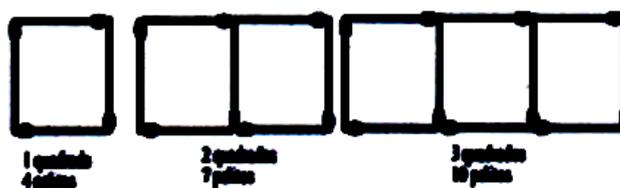
#### 4.5.2 Análise do Problema 13

O problema 13, a exemplo do problema 1, retomou a ideia de regularidade e generalização. Nesse caso, propomos um problema que, diferente do problema, apresentava alternativas de respostas. A construção do diálogo para responder essa questão nos permitiu chegar a algumas conclusões importantes sobre esse tipo de problema que, como discutido anteriormente, provoca certa dificuldade no aluno.

Notamos no desenvolvimento desse problema o fato dos alunos solicitarem a intervenção do professor, que explicou a forma como ocorria à relação entre o número de quadrados e o número de palitos, solicitando que os alunos associassem a sequência obtida a uma das Funções apresentadas nas alternativas. Após a explicação do professor os alunos continuaram suas discussões e, a partir da análise do áudio, percebemos que o aluno A1G3 informou ao grupo que a resposta correta seria a opção “c”. Notamos em nossa análise que o aluno chegou a essa conclusão, explícita na Figura 24, associando os valores descritos com relação ao número de palitos e número de quadrados, por meio da substituição de valores nas funções dadas. Conforme apontamos os níveis considerados nas pesquisas de Bergeron e Hersovics (1982), apud Tinoco (2009, p.7) e nos posicionamos em relação as dimensões cognitivas alcançadas pelos alunos, observamos novamente que o contexto e a situação ao qual o aluno está sendo desafiado não nos garante necessariamente o alcance de níveis estabelecidos. A ausência de áudio dessa análise, por exemplo, poderia nos levar a interpretações errôneas sobre as estratégias consideradas pelos alunos para chegar à solução do problema. Muito embora o grupo tenha expressado corretamente a resposta, as evidências são claras que não houve uma construção estruturada da ideia abstrata a partir da observação, evidenciando que no processo de aprendizagem os caminhos trilhados pelos alunos são variados e imprevisíveis. Sendo assim observamos a fragilidade de estabelecer pontos de alcance determinados previamente.

Figura 24 – Atividade 3 (II) - Problemas 13 (Grupo 4)

**PROBLEMA 13** – Observe a figura a seguir. Com quatro palitos podemos fazer um quadrado; com sete palitos, podemos formar uma fileira com dois quadrados e com dez palitos, uma fileira com três quadrados, e, assim, sucessivamente.



Indique qual das funções a seguir representa o número  $F$  de palitos necessários para se formar uma fileira com  $n$  palitos.

(A)  $F(n) = 2n + 2$

(B)  $F(n) = 2n + 3$

~~(C)  $F(n) = 3n + 1$~~

(D)  $F(n) = 3n + 2$

Fonte: Dado da Pesquisa

#### 4.5.3 – Análise do Problema 14

Nesse problema retomamos a ideia explorada durante a aula sobre lucro, prejuízo e ponto de equilíbrio (“zero a zero”) objetivando provocar reflexões nos alunos sobre a interpretação do zero da Função, conforme mostra a Figura 25. Analisando o áudio do momento de realização dessa atividade, notamos que imediatamente após a leitura do problema 14 pelo grupo, o aluno A1G4 apresentou solução do problema, informando que “*bastava substituir todos os x por 6*”. Percebemos que o aluno A4G4 reclamou da resposta rápida do colega e ressaltou que “*estamos numa atividade em grupo*”. Esse posicionamento é importante no que diz respeito a dinâmica colaborativa que ocorreu nos grupos e a importância do pensamento comum, legitimando mais uma vez a relevância da nossa proposta, reconhecida até mesmo na fala desse aluno, quando sinaliza o objetivo da atividade em grupo.

Segundo as conclusões, no item “a” Juliana não tem lucro. Prosseguindo a análise notamos na resolução do item “b” que os alunos chegam ao resultado sem grandes problemas. Percebemos que, embora tenham sinalizado entre os sinais dos resultados dos itens “a” e “b”, o grupo não justificou o item “c” de forma a reconhecer as ideias de lucro e prejuízo. Na resolução do item “d” os alunos concordaram que para não ter lucro e nem prejuízo seria necessário “*determinar o zero da Função*”, conforme esclareceu a análise de áudio. Embora não apresentem representações de memória de cálculo os alunos encontraram corretamente a quantidade de artigos, no caso 8 unidades, mas também não justificaram o valor encontrado.

Figura 25 - Atividade 3 (II) – Problema 14– Grupo 4

**PROBLEMA 14** – Juliana é vendedora e sabe que o Lucro obtido depende da quantidade de artigos  $x$  que ela vende. A função que expressa o Lucro da vendedora é  $L(x) = 25,00 \cdot x - 200,00$ . Determine:

a) O Lucro de Juliana quando ela vende 6 artigos.  
 $L(x) = 25 \cdot 6 - 200 = -50$

b) O Lucro de Juliana quando ela vende 10 artigos.  
 $y = 25 \cdot 10 - 200$   
 $y = 250 - 200 = 50$

c) Existe alguma diferença entre esses valores obtidos nos itens A e B? Qual? Por quê isso acontece?  
Sim, um valor de prejuizo porque o X não tem valor determinado

d) Para que Juliana não tenha lucro e nem prejuizo o que deve acontecer? Qual a quantidade de peças que ela deve vender para que isso ocorra?  
Precisa vender 8 artigos.

Fonte: Dado da Pesquisa

Analisando os problemas da atividade 3, observamos a apropriação dos alunos em novos conhecimentos e conceitos, explicitados pela maneira como o grupo discute e responde a atividade. Concluímos novamente que nossa proposta atingiu os objetivos pretendidos, permitindo nessa etapa sustentar que os alunos ao longo do desenvolvimento das atividades ampliaram as dimensões cognitivas que envolviam a compreensão de Função. Particularmente no Problema 12, notamos que novos conhecimentos foram assimilados, validando que durante o processo de desenvolvimento da sequência os alunos aprimoraram seus conhecimentos. A flexibilização das estratégias dos problemas propostos nos permitiu concluir que as dimensões cognitivas alcançadas pelos alunos dependem também das vivências, que são particulares de cada aluno, do contexto como o problema é dado, seja por meio de uma situação mais abstrata ou próxima a realidade deles e principalmente das observações e estratégias que utilizam para solucionar problemas quando são desafiados.

No Quadro 18 apresento um panorama dos registros de objetivos, conceitos envolvidos, foco da análise, facilidades observadas e principais dificuldades. Através desse quadro é possível ter uma perspectiva da relevância da aplicação da sequência didática proposta. Vale ressaltar que, além da sequência didática proposta, os alunos utilizaram outros materiais pedagógicos ao longo do bimestre, como listas de exercícios e a apostila de Matemática da rede, sendo a proposta em questão o ponto inicial da discussão de ideias e possuindo maior abrangência do assunto abordado.

Quadro 18 – Panorama geral dos resultados da análise de dados e resultados - Problemas

ATIVIDADE	PROBLEMA	ANEXO	OBJETIVOS	CONCEITOS ENVOLVIDOS	FOCO DA ANÁLISE	FONTE DA ANÁLISE	FACILIDADES OBSERVADAS	PRINCIPAIS DIFICULDADES
1	1		<p>Associar a regularidade de uma sequência geométrica a uma sequência numérica;</p> <p>Estabelecer uma relação de dependência entre as variáveis do problema, nesse caso palitos e triângulos;</p> <p>Obter por meio da generalização uma expressão analítica que o represente.</p>	<p>Regularidade;</p> <p>Dependência;</p> <p>Variável;</p> <p>Generalização.</p>	<p>Capacidade de reconhecimento e generalização de padrões geométricos por meio de expressões analíticas.</p>	<p>Áudios, ficha de respostas da atividade e diário de campo da pesquisa.</p>	<p>Preenchimento inicial da tabela a partir da observação visual da sequência;</p> <p>Determinação da relação de dependência entre variáveis.</p>	<p>Generalização da situação por meio de uma expressão analítica</p>
	2	B	<p>Identificar a relação de dependência entre duas variáveis numa situação hipotética;</p> <p>Determinar uma solução para situações particulares do problema;</p> <p>Utilizar uma expressão analítica que represente o problema por meio da generalização.</p>	<p>Dependência;</p> <p>Variável;</p> <p>Generalização.</p>	<p>Capacidade de leitura, interpretação e solução de um problema dado, inclusive de forma genérica.</p>	<p>Áudios, ficha de respostas da atividade e diário de campo da pesquisa.</p>	<p>Compreensão do problema, facilidade na obtenção da solução e generalização por meio de expressão analítica.</p>	<p>Organização das ideias para responder corretamente a questão, evidenciada como correta pelos áudios e parcialmente errada na ficha de respostas</p>

3		<p>Analisar o entendimento pelos alunos do significado dos termos “variável” e “dependência”;</p> <p>Interpretação, correlação e representação das variáveis de uma situação-problema na forma tabular.</p>	<p>Dependência;</p> <p>Variável;</p> <p>Função Escada;</p> <p>Forma tabular.</p>	<p>Possibilidade de significar palavras de uso comum associadas a Matemática e representar dados de um problema na forma tabular.</p>	<p>Áudios, ficha de respostas da atividade e diário de campo da pesquisa.</p>	<p>Interpretação e construção de tabelas com dados fornecidos pelo problema.</p>	<p>Associar os termos “variável” e “dependência” a Matemática, muito embora utilizem o termo nos problemas anteriores de forma</p>
4	2	<p>Estabelecer relações entre dois conjuntos, via diagrama de flechas, a partir de leitura e interpretação de um problema;</p> <p>Identificar a ocorrência de Função em relações unívocas entre dois conjuntos.</p>	<p>Relações e Funções: definição via associação de elementos entre dois conjuntos;</p> <p>Identificar se a relação unívoca entre os elementos de dois conjuntos representa uma Função.</p>	<p>Interação entre alunos e professor numa rede social utilizada como AVA, observando a possibilidade do uso de vídeos no processo de ensino e aprendizagem.</p>	<p>Interações no Facebook e respostas da atividade proposta.</p>	<p>Compreensão conceitual de Função via notação de conjuntos.</p>	<p>Estabelecer efetivamente as três relações pedidas e a partir delas inferir quais representavam Função. As soluções dadas em sua maioria são parciais.</p>

5	C	Identificar visualmente relações entre dois conjuntos que representam Função.	Observar relações entre conjuntos que representam uma Função.	Reconhecimento visual, a partir da definição, de situações representam Função.	Áudios e ficha de atividades.	Reconhecimento correto dos casos que representam Função.	Não foram observadas, embora haja uma insegurança por parte dos alunos nas opções assinaladas.
		Associar a ideia de Função a uma máquina de transformação que contém elementos de entrada (domínio) e de saída (imagem); Estabelecer uma expressão analítica que represente a situação dada. Discutir a importância do domínio da Função e casos de impossibilidade matemática.	Função como máquina de transformação; Domínio e Imagem de uma Função Generalização.	Capacidade, ou não, de associar Função a uma máquina de transformação, discutindo sobre elementos de domínio e imagem.	Áudios e ficha de atividades.	Associação de cada elemento de entrada a um único elemento de saída, a partir da “transformação” imposta pela máquina.	Operações envolvendo números inteiros.
		Determinar a imagem de uma Função, conhecido um elemento do seu domínio.	Domínio e imagem.	Determinação da imagem de uma Função para um dado elemento do domínio.	Áudios e ficha de atividades.	Êxito na resposta da atividade que exigia manipulação algébrica.	Não observadas
		Reconhecer em uma situação-problema as variáveis envolvidas e a relação de dependência entre elas.	Dependência; Variável.	Reconhecimento das variáveis do problema e a relação de dependência entre elas.	Áudios e ficha de atividades.	Identificação das variáveis e relação dependência entre elas em uma situação-problema.	Observadas dúvidas comuns dos alunos e que são superadas pela discussão do grupo.

3	9	<p>Identificar a parte fixa e a parte variável em uma situação hipotética;</p> <p>Encontrar a solução do problema para casos particulares de ocorrência.</p>	<p>Dependência;</p> <p>Variável;</p> <p>Generalização.</p>	<p>Reconhecimento das variáveis do problema e a relação de dependência entre elas.</p> <p>Expressar a situação por meio de uma expressão analítica.</p>	<p>Interações no Facebook e respostas da atividade proposta.</p>	<p>Ausência de dados para análise devido à baixa participação dos alunos nessa atividade. A análise sugere que a ausência da mediação ativa do professor provocou a baixa frequência de publicações nesses problemas.</p>
	10	<p>Identificar a parte fixa e a parte variável em uma situação hipotética;</p> <p>Estabelecer uma expressão analítica que represente o problema.</p>	<p>Dependência;</p> <p>Variável;</p> <p>Generalização.</p>	<p>Reconhecimento das variáveis do problema e a relação de dependência entre elas.</p> <p>Expressar a situação por meio de uma expressão analítica.</p>	<p>Interações no Facebook e respostas da atividade proposta.</p>	

11	D	Identificar os coeficientes a e b de uma Função Polinomial do 1º Grau.	Coeficientes de uma Função do tipo $y = ax + b$ .	Reconhecimento dos coeficientes de uma Função do 1º grau.	Áudios e ficha de atividades.	Determinação dos coeficientes da Função mesmo em ordem inversa.	Não observadas.
		Apresentar solução para um caso particular de uma situação hipotética. Generalizar a situação dada por meio de uma expressão analítica.	Variável; Dependência; Valor fixo e variável (coeficientes); Função do 1º Grau.	Determinação de soluções particulares para um dado problema generalização e formalização da situação.	Áudios e ficha de atividades.	Determinação correta da solução para caso particular e formalização da situação-problema por meio da Função $y=ax + b$ .	Não se trata de uma dificuldade, mas uma constatação quanto a organização de ideias no item a, desprezando formalidades matemáticas.
		Associar a regularidade de uma sequência geométrica a uma sequência numérica; Estabelecer uma relação de dependência entre as variáveis do problema, nesse caso palitos e triângulos; Associar a generalização da situação dada a uma expressão analítica conhecida.	Variável; Dependência; Regularidade; Generalização; Formalização.	Reconhecer padrões geométricos e associar a sequência determinada pelas relações entre as variáveis uma Função, estabelecendo genericamente a dependência entre elas.	Áudios e ficha de atividades.	Associação correta da situação a Função que traduz o problema.	Uma constatação foi que a determinação da Função se deu pela substituição em cada uma das Funções dadas e não pela obtenção fruto da observação dos alunos.

			<p>Lucro; Prejuízo;</p> <p>Interpretação do zero de uma Função a partir de uma situação financeira</p>	<p>Conhecimento do zero de uma função como sendo ponto de equilíbrio em uma situação financeira, a partir do conhecimento de lucro e prejuízo.</p>	<p>Áudios e ficha de atividades.</p>	<p>Determinação correta das soluções das situações dadas.</p>	<p>Associação do sinal dos resultados a lucro ou prejuízo.</p>
--	--	--	--	--	--------------------------------------	---	--

14

Fonte: Elaboração do autor a partir da análise de dados

#### 4.6 Alguns olhares sobre a análise a partir dos objetivos específicos

Em posse da análise das três primeiras atividades, realizadas na sala de aula e na rede social *Facebook*, do panorama dos resultados observados e dos objetivos específicos da pesquisa, discutimos nessa seção a relevância da proposta em questão. Para tal, reiteramos os três primeiros objetivos específicos pretendidos e uma breve discussão considerando os resultados obtidos:

- (a) **analisar o aprendizado dos alunos em situações problemas envolvendo funções, particularmente, as suas variadas formas de exploração (gráfica, tabular, algébrica ou pictórica)**

Inicialmente é pertinente deixarmos claro que o processo de ensino se deu de forma inversa ao que geralmente é feito. Os alunos foram desafiados com situações problemas provocativos, estabelecendo a discussão dos participantes de cada grupo formado. Em algumas situações o professor intervia, sempre priorizando as reflexões preliminares dos alunos, que posteriormente eram utilizadas na formalização de conceitos. Nesse aspecto a proposta atendeu plenamente as expectativas esperadas, sendo até mesmo surpreendente para o pesquisador. Observamos com alegria o empenho dos grupos formados e o protagonismo exercido pelos membros de cada grupo. Muito embora a análise tenha particularizado o grupo 4, notamos que dos sete grupos formados, apenas dois tinham problemas maiores relacionados ao interesse e colaboração entre seus participantes. Considerando o total de alunos, podemos estimar que a participação ativa dos alunos envolvidos no processo seguindo esse tipo de dinâmica de aulas alcançou êxito. Além disso, embora haja algumas dificuldades pontuais em determinados problemas, os alunos analisados não mostraram grandes dificuldades durante o desenvolvimento da sequência proposta, evidenciados pelos dados coletados durante o processo de investigação.

- (b) **verificar a potencialidade da rede social *Facebook* como espaço de aprendizagem colaborativa de conceitos de Função do 1º Grau**

No que tange a esse objetivo, a lição primeira que percebemos é a importância do papel do professor no processo de ensino e aprendizagem em AVA. Confrontando as duas atividades que propomos no grupo do *Facebook*, mesmo que não tenha sido feita de forma proposital, a ausência da “presença virtual” do professor para estimular, questionar, responder e desafiar os alunos, foi marcante. Observamos que na atividade

na qual o professor está interagindo juntos aos alunos a proposta teve melhor fluência e maior participação dos alunos. No entanto, reconhecemos a rede social como sendo um espaço de fácil acesso, que possibilita no seu uso a disponibilização de mídias e interações entre alunos e professor, sem a necessidade de conhecimento das particularidades de uma plataforma específica para, até mesmo pelo fato da maioria dos alunos já terem acesso e conhecimentos das funcionalidades do *Facebook*. Esse objetivo é validado, principalmente durante o desenvolvimento da atividade 2, que teve uma quantidade considerável de interações e foram legitimadas pelas interações dos alunos durante o processo de observação.

**(c) observar como a disponibilização de mídias em um espaço virtual de aprendizagem, através de vídeos e situações problemas, contribuem para aprimoramento dos conhecimentos preliminares dos alunos.**

Embora os vídeos disponibilizados não sejam muitos desafiadores, o objetivo em questão foi alcançado. Durante o processo de discussão que partiu das impressões dos alunos quanto a utilização dessas mídias, observamos que havia uma assimilação de algumas ideias, embora de forma desorganizada. As anotações do diário de campo evidenciam que mesmo na aula posterior a atividade proposta no *Facebook* e que teve baixa participação dos alunos, as interações a respeito do problema que havia sido tratado, e os próprios conceitos envolvidos, eram expressos por alunos que não tiveram nenhuma publicação na página virtual. É fato que a participação desses alunos no momento de aprimoramento das ideias na sala de aula e formalização dos conceitos remetiam ao fato de que houve acesso dos mesmos ao material disponibilizado, cumprindo com o objetivo elencado. Nesse intuito o aluno teve contato com um material preliminarmente e foi capaz de refletir, mesmo antes do assunto ser tratado em sala de aula, regulando de alguma maneira o seu tempo de aprendizagem, conforme sustentando na fala de uma aluna, que assistiu um vídeo, diversas vezes para compreender determinada abordagem. Assim, observadas as particularidades de cada problema e o processo de desenvolvimento da pesquisa, concluímos que a sequência permitiu ao aluno inicialmente conjecturasse, discutisse junto aos colegas numa dinâmica colaborativa e finalmente, junto ao professor, aprimorasse as ideias e formalizasse os conceitos pretendidos ao longo do 3º bimestre, relativos ao conhecimento de Função e Função Polinomial do 1º Grau. Os alunos tiveram contato com situações diversificadas

nas quais exploramos a ideia de Função e notamos as variadas dimensões cognitivas que eles alcançaram, confirmada no momento de formalização de ideias na sala de aula.

Nesse capítulo mostramos de forma reflexiva os resultados da pesquisa a partir da análise do material coletado. Nossas interpretações e constatações nos levaram a refletir a prática de sala de aula e a importância de um planejamento didático alinhado aos objetivos pedagógicos traçados pelo professor. Apresentamos as construções dos diálogos dos alunos e notamos a importância da dinâmica da sala de aula que flexibiliza os papéis do professor e dos alunos em busca do conhecimento. Na nossa proposta, colocamos o professor não como o dono da verdade e do conhecimento, mas como o mediador entre o conhecimento e as participações dos alunos no processo de ensino e aprendizagem.

A apresentação dos resultados dessa pesquisa coincidiu com um momento muito triste que a nossa sociedade estava vivenciando, a pandemia do COVID-19. Nessa ocasião observamos o quanto nossa pesquisa foi relevante e atual, pois o isolamento social desencadeou a necessidade de os governos buscarem estratégias de educação *online*. Mas, diferente do cuidado que tivemos de avaliar as possibilidades de aplicabilidade dessa proposta na turma envolvida, foram adotadas ferramentas que não atendiam diretamente os estudantes aos quais se elas destinariam. Nessa modalidade de ensino os alunos precisam de um computador, *notebook*, *tablet* ou *smartphone* e, principalmente acesso a uma boa internet. Essa realidade está muito distante dos alunos das diversas redes de ensino, na qual muitos pertencem à famílias humildes e que vivem com orçamentos totalmente limitados.

A educação *online* não ocorre de forma instantânea, precisando ser pensada e planejada pelos professores de maneira que não seja uma modalidade de ensino excludente e que negligencie—uma parcela considerável dos envolvidos em relação ao acesso ao conhecimento. A Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (SEEDU/RJ) adotou como plataforma de utilização da rede o Google Sala de Aula e a SME/RJ formou uma parceria com a Microsoft para utilização da plataforma TEAMS. Como professor-pesquisador atuando nas duas redes, observamos momentaneamente, no processo de implementação dessas plataformas, pontos como a dificuldade de acesso pelos alunos, a baixa frequência no acesso a essas plataformas, chegando a menos de 10% e, embora apresentem diversas possibilidades de enriquecimento para o trabalho do professor, as limitações dos alunos em acessar esses ambientes nos quais eles nunca tiveram nenhum tipo de vivência. Entendemos que finalizamos nossa pesquisa em meio ao processo de implementação dessas plataformas, mas ressaltamos a

importância de dimensionar o contexto e os sujeitos que estão envolvidos na utilização desses espaços.

## CAPÍTULO V

### 5. ESTUDO GRÁFICO: ANALISANDO AS INTERPRETAÇÕES DOS ALUNOS

Nesse capítulo apresentamos uma análise sobre o processo de construção e interpretação de gráficos, feitas pelos alunos e relacionadas as Funções Polinomiais do 1º Grau, em dois momentos:

- a. o primeiro referente ao uso do lápis, régua e malha quadriculada, tecnologias essas utilizadas por bastante tempo, antes do advento das tecnologias digitais;
- b. a segunda que utiliza o aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* sendo um recurso interativo e ágil que permite ao estudante obter o esboço do gráfico de uma Função, entre outras funcionalidades, em fração de segundos, facilitando no processo de análises relativas à variabilidade de comportamento dessas Funções.

Especificamente na atividade 4 pretendíamos apresentar uma das possibilidades de construção do gráfico de uma Função do 1º Grau, pois consideramos importante essa etapa, de compreensão e entendimento do aluno, relacionada ao processo de obtenção do gráfico, passando pela determinação algébrica dos pontos pertencentes a ele, a identificação dos pontos no sistema cartesiano, o traço da curva, a identificação do tipo de gráfico obtido e a classificação do tipo de Função.

No estudo dirigido, em posse dos conhecimentos assimilados a partir da Atividade 4, pretendíamos explorar com os alunos um estudo comparativo entre as relações algébricas e geométricas, observadas nas construções gráficas utilizando o aplicativo *GeoGebra* para *smartphone*, à medida que os coeficientes da Função variavam, observando as constatações dos estudantes. Nessa ocasião refletimos sobre a inserção dessa tecnologia no processo de aprendizagem, suas facilidades e possíveis dificuldades, a rapidez da obtenção do gráfico por meio de um recurso interativo e tecnológico.

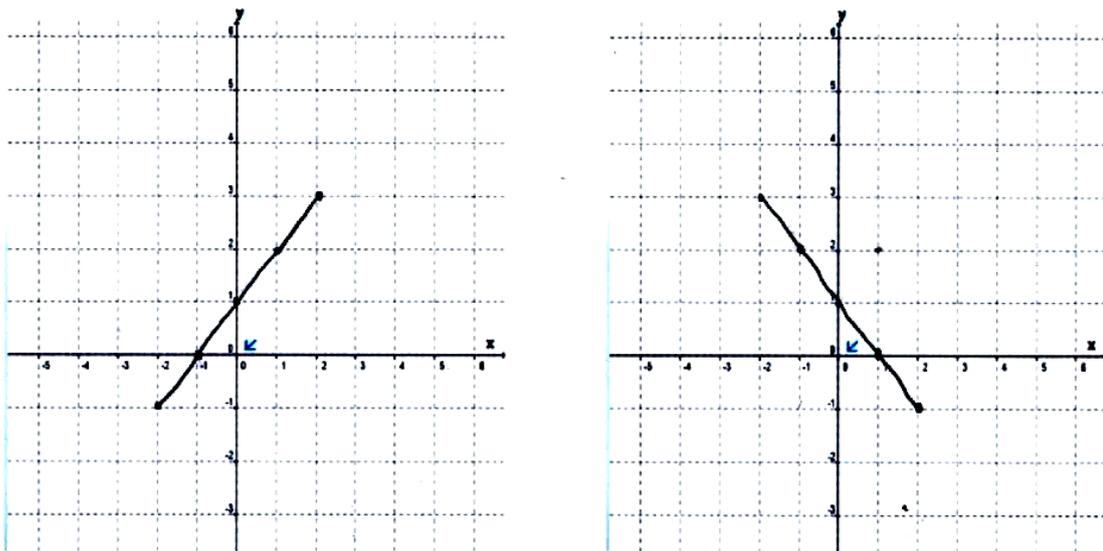
Ressaltamos que após a aplicação das atividades propostas, análise e novas leituras, verificamos outras maneiras de enriquecimento da utilização do *GeoGebra* que não se esgotam na forma como aqui foi proposta. Na sequência didática que apresentamos no Apêndice B, disponibilizamos o produto acadêmico dessa dissertação, onde propomos uma nova atividade utilizando controles deslizantes. A utilização da malha quadriculada e do *GeoGebra* na nossa pesquisa tinha objetivos pedagógicos distintos. No primeiro caso, objetivamos um contato inicial e a compreensão do processo de obtenção do gráfico. Já no segundo, utilizamos o

aplicativo como ferramenta que auxiliasse o aluno em construções mais rápidas, explorando as relações entre os aspectos algébricos e geométricos.

#### 5.1 Análise da Atividade 4.

O objetivo da atividade era que o aluno tivesse contato com cálculos algébricos para determinação dos pontos pertencentes ao gráfico da Função, posteriormente a marcação destes na malha quadriculada e finalmente a união dos pontos afim de obter o gráfico que resultava. Para o desenvolvimento da atividade os alunos foram orientados a construir uma tabela com elementos do domínio próximo a origem, os valores das imagens correspondentes e os pontos  $(x, y)$  obtidos. Feito isso, deveriam marcar os pontos no sistema cartesiano da malha quadriculada e obterem o gráfico correspondente. Analisamos a produção do grupo 4, considerando tão somente nessa Atividade a assertividade de determinação dos pontos e a correta forma do esboço gráfico, conforme Figuras 26 e 27.

**Figura 26 - Atividade 4 – Construção de Gráfico em Malha Quadriculada (Grupo 4)**



Fonte: Dado da Pesquisa

Figura 27 - Atividade 4 – Cálculo algébrico de pontos do gráfico (Grupo 4)

Considere as funções  $f(x) = x + 1$  e a função  $g(x) = -x + 1$ , faça o seguinte:

- 1) Construa uma tabela com valores do domínio da função (x) como sendo -2, -1, 0, 1 e 2;
- 2) Determine a imagem dessas funções, obtendo em seguida os pares ordenados (x, y);
- 3) Marque os pontos no Sistema Cartesiano. Qual a figura que você obtém?

x	$y = x + 1$	(x, y)
-2	$y = -2 + 1 = -1$	(-2, -1)
-1	$y = -1 + 1 = 0$	(-1, 0)
0	$y = 0 + 1 = 1$	(0, 1)
1	$y = 1 + 1 = 2$	(1, 2)
2	$y = 2 + 1 = 3$	(2, 3)

x	$y = -x + 1$	(x, y)
-2	$y = -(-2) + 1 = 3$	(-2, 3)
-1	$y = -(-1) + 1 = 2$	(-1, 2)
0	$y = 0 + 1 = 1$	(0, 1)
1	$y = -1 + 1 = 0$	(1, 0)
2	$y = -2 + 1 = -1$	(2, -1)

4) Quais as semelhanças e diferenças que você observa após a construção dos gráficos de  $f(x)$  e de  $g(x)$  que você observa?

ambas as funções seguem com a mesma equação.

---



---

Fonte: Dado da pesquisa

A partir das Figuras 26 e 27 notamos que os alunos do grupo 4 alcançaram os objetivos da atividade. Uma vez conhecidos os elementos do domínio, souberam determinar a imagem correspondente e obtiveram os pontos correspondentes no gráfico. Observamos alguns erros relativos a sinal, mas que foram corrigidos e adequados a construção dos gráficos das funções  $f(x)$  e  $g(x)$ . Durante o desenvolvimento da atividade esclarecemos que o elemento do domínio,

para essas funções, poderia ser arbitrário, mas que utilizaríamos os mais próximos da origem, facilitando a marcação desses pontos. Em termos de conclusão da atividade a resposta do grupo foi imprecisa, mas observamos uma tentativa de expressar que entendemos como sendo: *embora os elementos do domínio fossem iguais, os gráficos haviam se comportado de forma diferenciada.*

Após a aplicação da atividade o professor construiu junto aos alunos os gráficos das duas Funções, fazendo as observações sobre o tipo de gráfico relacionado, o crescimento e o decréscimo de uma Função e de que forma o coeficiente **a** estava relacionado com essa variação de comportamento. Foi explicado também que, pela Geometria Euclidiana, bastaria apenas dois pontos para a determinação da reta, por exemplo, (0, y) nesse caso o zero da Função e (x, 0), que são os pontos que o gráfico corta os eixos do sistema cartesiano.

## 5.2 Análise do Estudo Dirigido

Nesse estudo pretendíamos que os alunos tivessem a percepção da maneira como os coeficientes **a** e **b** de uma Função Polinomial do 1º Grau influenciavam no comportamento do seu gráfico. Essa aula foi realizada no dia 07 de outubro de 2019 em dois tempos de cinquenta minutos. Inicialmente foram dadas as orientações sobre a utilização do aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* e posteriormente, nessa mesma aula, proposto o Estudo Dirigido. Na ocasião foi discutido com os alunos as possibilidades do uso de aplicativos para *smartphone* no auxílio da aprendizagem, bem como as diferenças da realização dessa atividade sem seu uso. Na aula anterior a que foi utilizado o aplicativo, o professor solicitou que fosse instalado o aplicativo no celular, numa tentativa dos alunos se ambientarem com a sua utilização. Imediatamente alguns alunos instalaram e então o professor propôs que construíssem o gráfico da função que haviam trabalhado na malha quadriculada. Um desses alunos foi o A1G4 que expressou: “*Nossa, que massa!*”, mostrando surpresa no tempo em segundos que o aplicativo levou para apresentar o gráfico. Foi consensual que o tempo de desenvolvimento da atividade para construção de diversos gráficos seria mais extensivo e trabalhoso, pois eles já haviam tido contato com essa construção nas funções da atividade 4. Durante a realização da tarefa os alunos podiam solicitar a intervenção do professor para sanar eventuais dúvidas que fossem surgindo. O grupo analisado novamente foi o grupo 4, sendo utilizados como fontes de dados para a análise, e a transcrição do áudio durante a realização da atividade, Quadro 19, que durou

cerca de 30 minutos, o diário de campo da pesquisa e as respostas contidas no estudo dirigido entregue pelo grupo, conforme Figura 28.

#### Quadro 19 – Transcrição de áudio -Estudo Dirigido (Grupo 4) – Parte I - I

Início do diálogo com preenchimento do primeiro quadro, com participação dos alunos

**A1G4**, A3G4 e A4G4 em resposta a 1ª Questão:

**A1G4** “O que essa Funções tem em comum? – responde- “o coeficiente b”.”

**A4G4** “Exatamente.”

Leitura da 2ª Questão pelo aluno A3G4, questionando ao grupo as diferenças de comportamento dos gráficos à medida que os valores do coeficiente são aumentados.

**A3G4**: “Permanece o coeficiente b”

**A3G4** “A gente nem precisa fazer isso tudo”

**A1G4** “Precisa sim!”

**A4G4**: “Precisa sim!”

**A3G4**: “Faz aí então!”

Os alunos esboçam o gráfico da Função  $y = 5x + 0$ , embora não esteja no roteiro da atividade.

**A3G4**: “Se a gente só trocar os valores o zero vai permanecer, porque não tem o coeficiente b.”

**A1G4**: “Tá! Mas o que você observa de diferente à medida que você aumenta os valores do coeficiente a?”

**A3G4**: “Nada!”

**A1G4**: “Não!!! Tem que ter alguma coisa...Impossível! Não faz sentido não ter nada!”

**A4G4**: “Não tem muita diferença na verdade!”

Intervenção do professor nesse momento, questionando se estava certo o que estavam respondendo. Solicita então que reiniciem os esboços gráficos uma a uma das Funções dadas.

**A3G4**: “O que tem em comum? O coeficiente “b”! - responde.

**A1G4**: “Tá bom meu filho, não é isso que ele quer! Ele quer o que você vê de diferente, quando você aumenta os valores.”

**A3G4**: “Vamos ver se você concorda comigo...Cada um tem um valor diferente, certo?” - questiona a colega A1G4.

**A3G4**: “Cada um tem o valor diferente, certo?! E b igual!”

**A1G4**: “Hã!”

A3G4: “Esse aqui é o laranja, o último, deu 4” [refere-se as construções no GeoGebra]. Refaz com uma Função aleatória,  $f(x) = 5x$ , não proposta na atividade, e conclui que não muda em nada.

A1G4: “Meu filho, ninguém quer o que é igual...A gente quer o que é diferente!”

A3G4: “Concorda comigo que não vai alterar em nada?”

A4G4: “Não!”

A1G4: “Não! Tem que ter alguma coisa! – Não gostei!”

A4G4: “Deixa eu aproximar mais!”

A1G4: “O que a gente observa de diferente? Não há coisas de diferente!”

A3G4: “Só acho que é o que eu estava falando o tempo todo.”

A1G4: “É a gente não achou nada...então...”

A4G4: “Existe alguma coisa em comum?” – responde- “o coeficiente b não muda!”

Fonte: Dado da pesquisa

Figura 28 – Estudo Dirigido respondido – Grupo 4 – Parte I – I

I) Considerando as funções polinomiais do 1º grau [ $y = ax + b$ ], objeto de nosso estudo, complete a tabela a seguir e construa o gráfico das funções a seguir utilizando o aplicativo GeoGebra no celular:

	FUNÇÃO	COEFICIENTE	
		a	b
1	$f(x) = x$	1	0
2	$g(x) = 2x$	2	0
3	$h(x) = 3x$	3	0
4	$p(x) = 4x$	4	0

1º Questão: O que essas funções têm em comum?

O coeficiente "b".

2º Questão: De acordo com os gráficos obtidos a partir do Geogebra, o que você observa de diferente a medida de você aumenta os valores do coeficiente a? Existe alguma característica comum entre os gráficos dessas funções? Qual?

Não há diferença. Sim, o coeficiente "b" não muda.

Fonte: Dado da pesquisa

Analisando o diálogo dos alunos no Quadro 19 e os registros na Fig.28 foi possível algumas conclusões:

- a. Durante os diálogos não houve manifestação de dificuldades com relação ao uso do aplicativo GeoGebra para *smartphone* para obtenção dos gráficos pedidos. A utilização foi tranquila e, pelo intervalo de tempo observado, bem rápida. Uma das vantagens elencadas pelos alunos durante a discussão da atividade foi justamente o tempo de realização dela, quando comparada aquela utilizando papel quadriculado;
- b. Os alunos não tiveram êxito em observações referentes ao comportamento das retas obtidas à medida que os valores do coeficiente **a** foram alterados. Muito embora todo o tempo o professor tivesse alertado para que distinguíssem diferenças algébricas das diferenças gráficas. Pelo próprio diálogo, a insatisfação do aluno A1G4 mostra certo inconformismo de não conseguirem observar a forma que esses valores interferiam no gráfico. Notamos que durante a atividade os alunos só relativizaram a questão das variações referente a classificação da função em crescente ou decrescente, desconsiderando as alterações de declividade das retas obtidas. O aluno A3G4 chegou a cogitar a falta de necessidade de traçar todos os gráficos quando diz: “*A gente nem precisa fazer isso tudo*”, confirmando a ideia de que não atentaram para a visualização dos gráficos obtidos. Tivemos receio da utilização do controle deslizante nesse estudo, mas após sua aplicação, entendemos que os pontos que pretendíamos que eles observassem teria sido melhor visualizados com essa ferramenta. Na ocasião priorizamos a utilização de Funções particulares devido à preocupação de desconsiderarem a variação do controle deslizante a qual gera uma família de Funções com coeficiente **b** igual a zero.

Analisando os dados da pesquisa ficou evidente que o estudo dirigido na forma como foi proposto não alcançou os objetivos pretendidos pelo pesquisador. Os alunos utilizam o aplicativo de forma correta e sem dificuldades, porém não conseguem estabelecer conexões entre as modificações algébricas e as implicações no comportamento gráfico das Funções dadas, que eram perceptíveis visualmente na tela do *smartphone*. Pela construção do diálogo é possível constatar que o foco dos alunos a todo o tempo foi discutir sobre os elementos já conhecidos, como classificação da Função em crescente ou decrescente e os valores dos

coeficientes. Pelos indícios observados ao longo do desenvolvimento da atividade, concluímos que os alunos trataram as retas obtidas de igual forma, não considerando a declividade e as translações que ocorrem à medida que seus coeficientes são modificados. A análise das demais atividades propostas no estudo dirigido foram omitidas por seguirem o mesmo padrão de respostas, que desprezam as relações entre coeficientes e posições da reta.

A análise do Estudo Dirigido permitiu observar que da forma como foi proposto o estudo dirigido, o mesmo não alcançou o retorno esperado. Compreendemos que a falta de tempo hábil de ambientação e utilização do aplicativo certamente influenciou no desempenho dos alunos. Embora os alunos já tivessem sido orientados para instalarem o aplicativo e manipularem suas funcionalidades, a exploração em aula e o desenvolvimento do estudo dirigido ocorreram no mesmo dia. Dessa forma, dentro da proposta didática do Produto Acadêmico Final, o estudo proposto foi substituído por outra atividade. Embora o tempo do desenvolvimento da atividade tenha sido insuficiente para atender a demanda de sua realização, percebemos que os alunos conseguiram manipular o aplicativo *GeoGebra* sem dificuldades. No entanto, a proposta não cumpriu as finalidades pretendidas.

A atividade que propomos na nova sequência didática está disponível no Apêndice B, sendo descrita como atividade 5B. Nela orientamos o uso do aplicativo *GeoGebra* como recurso interativo, mas, ao invés da tabela com valores, utilizamos a inclusão do controle deslizante, permitindo comparações e deduções que estimulem na realização de conjecturas pelos alunos. Entendemos que como qualquer pesquisa nem sempre a proposta pretendida alcança os propósitos esperados. Nesse caso refletimos e reorganizamos nossos objetivos pedagógicos, readequando uma nova proposta, cujo principal objetivo é contribuir para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, numa tentativa de corrigir as falhas percebidas. No quadro 20 apresentamos um panorama dos resultados obtidos e nossas impressões sobre o andamento da atividade proposta.

Quadro 20 – Panorama dos resultados da análise de dados e resultados - Gráfico

ATIVIDADE	PROBLEMA	ANEXO	OBJETIVOS	CONCEITOS ENVOLVIDOS	FOCO DA ANÁLISE	FONTE DA ANÁLISE	FACILIDADES OBSERVADAS	PRINCIPAIS DIFICULDADES
4		E	Determinar pontos $(x,y)$ pertencentes ao gráfico de uma Função conhecida sua lei de formação.  Marcar no plano cartesiano os pares ordenados calculados. Ligar os pontos, construindo o gráfico.	Pares ordenados;  Domínio e imagem Gráfico de uma;  Função Polinomial do 1º Grau.	Processo de construção de gráfico de uma Função do 1º Grau utilizando régua, lápis e malha quadriculada.	Respostas da ficha da atividade 4.	Determinação dos pontos pertencentes ao gráfico da Função.  Marcação dos pontos obtidos no plano cartesiano e obtenção do gráfico correspondente.	Não foram observadas dificuldades na manipulação do aplicativo.
ESTUDO DIRIGIDO		F	Apresentar o aplicativo GeoGebra e algumas de suas potencialidades para construção de gráficos de Funções utilizando relação comparativa com a atividade 4.  Verificar a percepção dos alunos no comportamento gráfico de Funções do 1º Grau à medida que seus coeficientes são modificados. Observar as associações realizadas pelos alunos ao processo de desenvolvimento do estudo dirigido.	Declividade e translações do gráfico de uma Função do 1º grau quando seus coeficientes são modificados;  Interpretação visual do comportamento do gráfico de Funções.	Produção escrita a partir das observações realizadas por meio de registros.	Respostas do Estudo Dirigido;  Transcrição de áudios;  Diário de Campo.	Identificação das variações algébricas dos coeficientes das Funções dadas.	Os alunos não alcançaram o objetivo esperado nesse estudo. Embora não tenham demonstrado dificuldades para utilizar o aplicativo e obter os gráficos solicitados, os alunos não tiveram as percepções reativas ao comportamento dos gráficos.  Não observamos associação das modificações dos coeficientes com as translações da reta e sua declividade.

Fonte: conclusões a partir da análise de dados da pesquisa



Nesse capítulo apresentamos dois momentos vivenciados pelos alunos no processo de realização das atividades dessa pesquisa. No primeiro momento os alunos exploraram os passos necessários para a construção do gráfico de uma Função utilizando cálculos algébricos, lápis, régua e malha quadriculada. Chamamos atenção para o fato desse recurso ter sido durante muito tempo uma das tecnologias para obtenção de gráficos. Posteriormente exploramos a utilização do aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* com uma perspectiva de estudo das relações entre os coeficientes e o comportamento do gráfico da Função. No segundo momento os alunos tiveram contato com um recurso tecnológico digital utilizado a favor da educação, no processo de ensino e aprendizagem. A importância desses olhares foi possibilitar os alunos experimentarem o uso de tecnologias variadas para obtenção de gráficos, mas com propósitos diferentes.

Ao contrário do que alguns professores temem, a tecnologia deve ser utilizada a favor da educação sempre que possível. Quando deixamos de explorar os diversos recursos, especialmente os tecnológicos que são notáveis em nosso tempo, estamos de alguma forma negligenciando novas oportunidades de potencializar o ensino. A aplicação dessas atividades demonstra que uma não substitui a outra, pelo contrário, faz com que seja possível o aperfeiçoamento do ensino e contribui para o processo de aprendizagem.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa buscou investigar, produzir, aplicar e analisar uma sequência didática que compreendesse a exploração do conceito de Função, particularizando o caso da Função Polinomial de 1º Grau, numa turma de 9º ano do Ensino Fundamental. A investigação não se propunha a uma produção inédita de atividades, mais a um aperfeiçoamento da exploração do tema utilizando recursos e formas de interação. Nesse sentido, buscamos utilizar como recursos para auxiliar o desenvolvimento da sequência didática proposta, sendo parte realizada na sala de aula e parte praticada *Facebook*, utilizado como um AVA, meios que auxiliassem os alunos em atividades extraclases.

Para as conclusões dessa pesquisa avaliamos todo o percurso que realizamos, tendo início com o problema da pesquisa até esse momento, no qual refletimos e reconhecemos tantas outras possibilidades a partir das conclusões. Destacamos os pontos que foram marcantes, sejam pelo seu sucesso ou não, mas que contribuíram diretamente no processo de pensar e repensar estratégias que fortalecessem o ensino e aprendizagem sobre Função para alunos do último ano do Ensino Fundamental. Nesse sentido fizemos os apontamentos relacionando os objetivos pedagógicos pretendidos e os resultados alcançados. Salientamos que todas as reflexões contidas nessa pesquisa estão dentro do contexto e realidade dos alunos investigados. Ao longo desse texto deixamos evidente nossa preocupação com uma proposta que atenda de forma abrangente os alunos envolvidos, não sendo admissíveis, modelos que sejam excludentes e fora do contexto dos sujeitos envolvidos. Ensinar é um movimento constante de reinvenção que está atrelado aos nossos acertos, falhas e a capacidade constante de ressignificar ideias, buscando novas alternativas de sucesso.

Como ponto inicial das considerações destacamos a relevância e sucesso da formação de grupos de estudos para desenvolvimento das atividades em uma dinâmica colaborativa. Concordamos que dentro da proposta dessa pesquisa esse foi um dos aspectos que ganhou importância de visibilidade para reaplicação em novas oportunidades. Percebemos essa relevância já na aplicação das primeiras atividades, pela observação da interação demonstrada entre os grupos, sendo confirmada durante a análise dos áudios que compuseram os dados da pesquisa. É evidente a eficiência dessa proposta didática no tocante aos estímulos de participação dos componentes dos grupos na busca de uma solução para os problemas propostos. Isso é ainda mais evidente em situações que estão dentro de um contexto do cotidiano

dos alunos, revelando o bom retorno das discussões realizadas por eles, mesmo antes de qualquer formalização de ideias. Nesse sentido observamos o protagonismo dos estudantes de forma ativa na realização de conjecturas, questionamentos entre eles, surgimentos de dúvida e finalmente o consenso de ideias para solucionar os problemas propostos.

O uso do *Facebook* atendeu às expectativas de funcionamento como um AVA. Foi possível o compartilhamento de mídias, o controle de acesso dos alunos, o próprio processo de interação entre os participantes e os desdobramentos das atividades propostas, auxiliando o professor-pesquisador nos caminhos a serem seguidos durante o desenvolvimento do conteúdo. Durante uma das atividades propostas percebemos a importância da participação do formador no ambiente virtual, professor, e os resultados que acarretam a sua ausência no processo participativo proposto. Notamos naquela ocasião que a ausência do professor nas provocações e questionamentos dos alunos, refletiram uma baixa interação entre os participantes dos grupos. Pelo número de visualizações da atividade, observamos que quase todos tinham acesso ao material, mas ainda assim não realizavam publicações, provavelmente pela falta de estímulos o que ocasionou uma baixa interação entre os participantes. Constatamos esse fato também na sala de aula, pois, discentes que não haviam feito qualquer contribuição no *Facebook*, participaram da discussão inicial em aula trazendo conhecimentos explorados na atividade que havia sido proposta *online*, sustentando assim que tiveram contato com o material e de alguma forma assimilaram alguns conhecimentos vistos.

No estudo dirigido, utilizamos o aplicativo para *smartphone* GeoGebra, alcançando parcialmente os objetivos pretendidos pela pesquisa. Inicialmente, quando apresentamos a possibilidade do uso desse recurso tecnológico, os alunos agiram com surpresa a agilidade de obtenção, quando comparado com a atividade que tinham realizado com régua e malha quadriculada. Em nossas discussões em aula, eles destacaram agilidade e interatividade como sendo aspectos curiosos dessa experiência. Nesse sentido a proposta alcançou seu objetivo, pois possibilitou ao aluno contato com diferentes recursos para a obtenção do gráfico de uma Função. Pretendíamos também observar as constatações dos alunos sobre a influência da variação dos parâmetros de uma Função em seu comportamento gráfico, de maneira que percebessem que essas alterações influenciavam na declividade e translações que a reta realiza sobre o sistema cartesiano. Notamos a importância dada pelos alunos aos aspectos algébricos das funções e pouca atenção aos aspectos geométricos, reproduzindo uma prática escolar usual. Obviamente, como qualquer pesquisa, o sucesso ou não da aplicação de uma atividade refletem na reorganização de ideias e na busca de novos caminhos para uma proposta mais promissora.

Na nossa análise, concluímos que o tempo de familiaridade e aplicação da atividade no mesmo dia refletiram nesse resultado. Os alunos precisavam de mais intimidade com o aplicativo, afim de que sua manipulação tivesse foco na atividade e não na novidade da utilização do recurso.

A proposta da sequência didática que utilizamos mostrou relevância para o Ensino de Funções e Função Polinomial do 1º Grau, justificada principalmente por não utilizar um modelo estático de abordagem que parte da definição para os problemas. As noções conceituais dos conhecimentos envolvidos foram surgindo a partir das discussões dos problemas que iam sendo propostos. Além disso, apresentar esse tema sob variados prismas possibilitou ao aluno um conhecimento ampliado da compreensão de conceitos e olhares que remetiam a aprendizagem sobre Função. De forma geral o material proposto, aplicado e analisado, deu protagonismo a participação dos alunos no acesso ao conhecimento, provocando neles um espírito crítico e reflexivo no processo de aprendizagem. As nossas falhas nos motivaram a uma readequação da sequência didática e disponibilizada de forma reconfigurada no Apêndice B.

Essa pesquisa e seus desdobramentos nos engrandeceram no sentido de refletir sobre as nossas ações pedagógicas. A experiência de vivenciar cada etapa do processo nos permitiu entender peculiaridades que somente a sala de aula pode os proporcionar. Um ponto que destacamos como singular nesse percurso foi a análise de áudios dos grupos e a transcrição das conversas. Percebemos de forma bem objetiva como pensam os alunos e as suas estratégias no enfrentamento dos problemas propostos. Essa articulação de procedimentos enriqueceu nossos saberes enquanto docentes e nos estimularam a buscar inovações que contribuam com o processo de ensino e aprendizagem. Trabalhar na Educação é uma missão prazerosa, pois não só ensinamos, aprendemos e amadurecemos diariamente. Somos desafiados constantemente a utilizar estratégias que sejam prazerosas para turmas com numerosas quantidades de aluno e que tem suas particularidades enquanto unidade. Mas é a serviço dessa experiência que nos colocamos diariamente à disposição, na luta por uma educação digna e de qualidade. Principalmente no sistema público de ensino, onde precisamos doar nosso melhor, afinal de contas, muitos desses estudantes, esperam na educação dessas escolas a oportunidade de vencer as desigualdades sociais que existem no nosso país.

Fica também o convite para os docentes pensarem como exploramos o conceito de Função no EF e a importância de particularizar os diferentes aspectos presentes no conceito (dependência, variável, regularidade e generalização) são desenvolvidos ao longo das atividades, sejam elas feitas só com papel e lápis, sejam realizadas no GeoGebra.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAIRRAL, Marcelo A. A Educação Matemática em ambientes virtuais. In: X ENCONTRO NACIONAL DE ESTUDANTES DE MATEMÁTICA, 7 e 9, 2010, Salvador. **Anais...** Bahia: Universidade Católica de Salvador, p.8, 2010.

\_\_\_\_\_. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais à distância**. Seropédica - RJ: Edur, 2007.

\_\_\_\_\_. Alguns contributos teóricos para análise da aprendizagem matemática em ambientes virtuais. **Paradigma**, Ribeirão Preto, SP, v. 20, n. 2, p. 197-214, 2005.

\_\_\_\_\_. Interagindo, ouvindo o silêncio e refletindo sobre o papel do formador em chat com professores de Matemática. **Educar em Revista**: Editora UFPR, Curitiba, PR, n. especial, p. 173-189, 2011.

\_\_\_\_\_. **O potencial comunicativo e o caráter pedagógico dos Blogs**. In: Tecnologias da Informação e Comunicação na formação e Educação Matemática, p. 69-84, 2009.

BAIRRAL, Marcelo; SILVA, Bruno. Docência online em um ambiente virtual de aprendizagem ou em um grupo de uma rede social? Uma decisão política e tecnológica. **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, PE, v. 9, n. 2, p. 1-16, 2018.

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental – Matemática. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BOTELHO, L.; REZENDE, W. Um breve histórico do conceito de função. **Caderno dá licença**. Instituto de Matemática. Universidade Federal Fluminense, v. 6, p. 63-76, Niterói, 2007.

BRUM, Aline; PEREIRA, Elaine. Considerações sobre uma avaliação diagnóstica do conceito de função à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 132-148, 2018.

\_\_\_\_\_. Construção de novos espaços de aprendizagem com a inserção dos dispositivos móveis. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 23, n. 59, p. 69-85, 2018.

CARVALHO, Lidiane; ANJOS, José; MELO, Severino. Considerações sobre uma avaliação diagnóstica do conceito de função à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 12, n. 2, p. 116-132, 2017.

CASTELLS, Manuel. **A sociedade em rede**. 3.ed. São Paulo: Paz e Terra, 2000.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Sá da Costa, 1989.

CORREIO BRAZILIENSE, **Por que o Facebook se desvalorizou?** Disponível em : [https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/economia/2018/07/27/internas\\_economia,697792/por-que-o-facebook-se-desvalorizou.shtml](https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/economia/2018/07/27/internas_economia,697792/por-que-o-facebook-se-desvalorizou.shtml) . Acesso em: 05 de dezembro de 2018. Brasília, 2018.

DENARDI, Vânia; BISOGNIN, Eleni. Representações semióticas: contribuições para o estudo do conceito de função. **REnCiMa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 142-159, 2019.

ESTADÃO, **Facebook chega a 2,13 milhões de usuários em todo o mundo** Disponível em: <https://link.estadao.com.br/noticias/empresas,facebook-chega-a-2-13-bilhoes-de-usuarios-em-todo-o-mundo,70002173062>. Acesso em: 08 de dezembro de 2018. São Paulo, 2018.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E. e MORGADO, A.C. **A Matemática do Ensino Médio**. Volume 1. Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 2004.

LOPES JÚNIOR, Jair; BURANELLO, Vanessa; Avaliação formativa e as sequências didáticas: uma possibilidade para o ensino e a aprendizagem de função afim no 1º ano do Ensino Médio. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 56, p. 176-192, out/dez, 2017.

MORAES, César Augusto do Prado. **Recursos digitais na matemática: prática docente na perspectiva de narrativas discentes do ensino fundamental**. UMESP. 2018. 325 folhas. Tese – Pós-Graduação em Educação, Universidade Metodista de São Paulo, São Bernardo do Campo, 2018.

NASCIMENTO, Adriano Araújo. **O uso do celular como ferramenta do ensino de Matemática**. Rio de Janeiro, PROPGPEC, 2017. 41 f. Produto Acadêmico - Programa de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, 2017.

NEVES, José; RESENDE, Marilene. O processo de ensino-aprendizagem do conceito de função: um estudo na perspectiva da teoria histórico-cultural. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 18, n. 2, p.599-625, 2016.

NUNES, Célia; SANTANA, Eurivalda. Concepções Errôneas de Alunos de Licenciatura em Matemática Sobre o Conceito de Função. **JEEM**, Londrina, v. 10, n. 2, p. 65-71, 2017.

PAZUCH, Vinicius; RIBEIRO, Alessandro. Conhecimento profissional de professores de Matemática e conceito de função: uma revisão de literatura. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 19, n.1, p. 465-496, 2017.

RIO DE JANEIRO (Município). Secretaria Municipal de Educação. **Orientações Curriculares de Matemática.** Disponível em: <https://drive.google.com/drive/folders/0B5SqlDGnLGkN3VIZzk3WDR0MTg>. Acesso em 31.jul.2019. Orientações Curriculares, Rio de Janeiro, 2013.

Rezende M. W.; Pesco U. D.; Bortolossi J. H.; - Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra. **1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra**, pp. 77, 2012.

SAMIZAVA, C.H. **Utilização do software GeoGebra no ensino de funções de primeiro e segundo grau.** São Paulo, 2018. 86 f. Dissertação (mestrado profissional) – Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. São Paulo, 2018.

SANTOS, Graça; BARBOSA, Jonei. Um modelo teórico de matemática para o ensino do Conceito de função a partir de um estudo com Professores. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 19, n. 2, p. 315-338, 2017.

SILVA, Elanny Roma Pereira da. **A utilização do aplicativo Geogebra para smartphone como recurso didático nas aulas de matemática do Ensino Fundamental.** São Luís, 2018. 77 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Rede - Matemática em Rede Nacional / CCET) - Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2018.

SUNAGA, A., CARVALHO, C., **As tecnologias digitais no ensino híbrido**. *In*: Bacich, L., Neto, A., Trevisani, F. Ensino Híbrido: Personalização e tecnologia na educação. Edição: 2. Local de publicação: Porto Alegre. Editora: Penso. 2015.

TINOCO, Lucia A.A. (Coord.) **Construindo o Conceito de Função**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/ UFRJ, 2001.

YOUSSEF, Antonio Nicolau; SOARES, Elizabeth; FERNANDEZ, Vicente Paz. **Matemática: Ensino Médio**, Volume Único— São Paulo: Scipione, 2005.

## APÊNDICE A

### QUESTIONÁRIO

1) Você possui celular?

(        ) sim                    (        ) não

2) Caso sua resposta anterior seja sim, com qual frequência você possui acesso à internet a partir do seu celular?

(        ) a maior parte do tempo

(        ) poucas vezes

(        ) raramente

(        ) não possuo acesso

3) Você utiliza a rede social Facebook?

(        ) sim    (        ) não

4) Caso sua resposta anterior seja sim, com qual frequência você acessa a rede social Facebook?

(        ) diariamente

(        ) poucas vezes

(        ) raramente

(        ) não acesso

5) Qual a principal finalidade do uso da rede social Facebook?

(        ) bate papo com amigos

(        ) publicações na sua linha do tempo de fatos do dia a dia

(        ) Conexão permanente com amigos e familiares

(        ) utilização para tomar ciência de informações de algum grupo que segue

(        ) não utilizo essa rede social

6) Você sabe o que é um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) ?

(        ) Sim                    (        ) Não

7) Você participa de grupos fechados do Facebook?

(        ) sim                    (        ) não

(        ) não utilizo essa rede social

8) Você tem conhecimento de que as publicações em grupos fechados do *Facebook*, dependendo da configuração, só poderão ser acessadas pelos integrantes daquele grupo?

(        ) sim                    (        ) não

(        ) não utilizo essa rede social

9) Dentre as possibilidades existentes num grupo, qual (is), das descritas a seguir, você já utilizou:

compartilhamento de arquivos (imagens, vídeos, trabalhos e outras mídias)

criação de enquetes

solicitar recomendação

criar evento             criar documento

10) Qual sua opinião em relação a criação de um grupo do *Facebook* formado pelos colegas de turma e os professores?

Acho importante             Sou indiferente

Não acho necessário

11) Qual sua opinião em relação ao Facebook como sendo extensão de possibilidades da sala de aula?

Acho que é uma possibilidade de tirar dúvidas e interagir com os colegas.

Não me oponho, mas não vejo vantagens.

Acho desnecessário.

12) Dentro da sala de aula, com que frequência você se dirige ao professor para sanar dúvidas?

Sempre

Poucas vezes

Geralmente não faço perguntas ao professor

## APÊNDICE B



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS  
E MATEMÁTICA**

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA  
FUNÇÕES E FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU PARA  
TURMAS DE 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**ADRIANO ARAÚJO DO NASCIMENTO**

*Sob a orientação do professor*  
**Doutor Marcelo Almeida Bairral**

**SEROPÉDICA / RJ**

**Março / 2020**

## APRESENTAÇÃO

Essa sequência didática foi produzida durante a pesquisa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (PPGEduCIMAT/UFRRJ) de Nascimento (2020). Ela é destinada à alunos do 9º ano do ensino fundamental, articulando atividades em sala de aula e em um grupo fechado no *Facebook*, cujo objetivo é contribuir com o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Trata-se de um produto educacional para auxiliar docentes com o ensino de Funções Polinomiais do 1º Grau.

No decorrer do texto é apresentado um total de 13 problemas distribuídos em 4 atividades para serem aplicadas em dois momentos: a) na sala de aula, com intuito de provocar nos alunos o pensamento reflexivo e de colaboração no processo de ensino e aprendizagem sobre Funções. A aplicação do material objetiva que o conhecimento seja estimulado a partir da discussão dos alunos, em grupos formados por livre escolha e com o auxílio constante do professor, delineando caminhos para formalização dos conceitos envolvidos; b) no grupo fechado da rede social *Facebook*, cujo propósito é ser um espaço de preparação, desenvolvimento e interação de conhecimentos fora do ambiente escolar, com o envolvimento necessário do professor na mediação das atividades para obtenção de bons resultados. Nesse espaço as observações de interações estimulam os caminhos pedagógicos utilizados pelo professor, fortalecendo as aulas presenciais no que diz respeito as contribuições dos alunos de forma ativa no processo de ensino e aprendizagem.

Ainda nessa sequência didática foram elaboradas duas atividades envolvendo o estudo do gráfico da Função Polinomial do 1º Grau: i) na atividade 5A exploramos a utilização do aplicativo *GeoGebra* para construção do gráfico de Função Polinomial do 1º Grau; ii) na atividade 5B realizamos uma reestruturação do Estudo Dirigido aplicado durante o processo da pesquisa. A mudança foi necessária, visto que, a proposta anterior não atingiu o êxito esperado. A orientação pedagógica recomendada é de um tempo de ambientação e familiaridade dos alunos com o aplicativo *GeoGebra* em atividades que sejam possíveis a sua utilização. Dessa maneira, acreditamos que uso desse recurso nas aulas de matemática atinja de forma satisfatório os propósitos do professor, uma vez que já faz parte da realidade dos alunos como ferramenta que auxilia o desenvolvimento de atividades.

Para a elaboração do presente material foram utilizadas situações que, possivelmente, são conhecidas pelos alunos em sua vivência cotidiana ou que dependem do reconhecimento visual de padrões. A ordem de aplicação dos problemas como foi sugerida pressupõe um desencadeamento de conceitos a serem explorados com os alunos e formalizados pelo professor

através do estímulo de atividades com dinâmica colaborativa. Nessa construção optamos por apresentar o conceito de Função a partir de quatro noções essenciais: a variável, a dependência, a regularidade e a generalização, conforme sugere Tinoco (2009). Destacamos ainda, a ideia de Função como uma máquina de transformação e pela relação unívoca entre conjuntos. Finalmente, exploramos a ideia de Função Polinomial do 1º Grau e a representação gráfica desses tipos de Função. No Apêndice A apresentamos as habilidades que objetivamos alcançar com a exploração dos problemas que foram propostos. A princípio, uma versão inicial desse material foi aplicada na turma de 9º ano Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal situada na cidade do Rio de Janeiro no ano de 2019. Após os resultados observados da pesquisa na implementação da sequência didática, algumas alterações foram necessárias para adequação do material aos propósitos aos quais se destina.

A produção desse material foi baseada em pesquisas sobre o assunto de orientações curriculares presentes nos documentos oficiais: BNCC, PCN e Orientações Curriculares de Matemática da Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro (OCM/RJ). A realização das atividades aqui propostas cumpriram os seguintes caminhos: 1) momento inicial, no qual os problemas eram propostos em uma ficha de atividade, possibilitando que os alunos discutissem e respondessem os problemas a partir de uma dinâmica colaborativa entre os participantes; 2) compressão dos problemas por intermédio da reflexão do professor junto aos alunos, considerando as conjecturas observadas e registradas nas fichas de atividades. Os formulários de atividades eram aprovados em única via, correspondendo as conclusões do grupo sobre os problemas propostos. Por via de diálogos entre professor e alunos os conceitos eram desenvolvidos e formalizados gradativamente, com o reconhecimento do protagonismo e contribuições dos alunos nesse processo; 3) proposta de atividade *online* com disponibilização de vídeos explicativos de um determinado conceito ainda não abordado pelo professor, a fim de estimular interações e provocações dos problemas propostos na sala virtual; 4) sistematização do conhecimento produzido com as diversas contribuições dos alunos em sala de aula, além das interações entre os membros do grupo do *Facebook* com mediação do professor.

## SUMÁRIO

<b>ATIVIDADE 1 – Noções Preliminares</b> .....	158
Objetivo da atividade .....	158
Orientação para o desenvolvimento .....	158
Relato sintético da experiência .....	158
Problema 1 .....	161
Problema 2 .....	162
Problema 3 .....	162
<b>ATIVIDADE 2 – Relações e Funções</b> .....	163
Objetivo da atividade .....	163
Orientação para o desenvolvimento .....	163
Relato sintético da experiência .....	163
PARTE I	
Problema 4 .....	165
PARTE II	
Problema 5 .....	168
Problema 6 .....	168
Problema 7 .....	168
Problema 8 .....	169
<b>ATIVIDADE 3 – Função Polinomial do 1º Grau (I)</b> .....	170
Objetivo da atividade .....	170
Orientação para o desenvolvimento .....	170
Relato sintético da experiência .....	170
PARTE I	
Problema 9 .....	172
Problema 10 .....	172
<b>ATIVIDADE 3 – Função Polinomial do 1º Grau (II)</b> .....	173
Objetivo da atividade .....	173
Orientação para o desenvolvimento .....	173
Relato sintético da experiência .....	173

<b>PARTE II</b>	
Problema 11 .....	175
Problema 12 .....	175
Problema 13 .....	175
Problema 14 .....	175
<b>ATIVIDADE - 4 Gráfico de uma Função Polinomial do 1º Grau – Construção em Papel Quadriculado</b> .....	176
Objetivo da atividade .....	176
Orientação para o desenvolvimento .....	176
Relato sintético da experiência .....	176
Esboço gráfico .....	178
<b>ATIVIDADE – 5 GeoGebra: Estudando o comportamento de uma Função polinomial do 1º Grau com auxílio do GeoGebra</b> .....	179
Objetivo da atividade .....	179
Orientação para o desenvolvimento .....	179
Relato sintético da experiência .....	179
Atividade 5A – Noções preliminares: ambientação com o aplicativo .....	181
Atividade 5B - Observando a influência dos coeficientes “a” e “b” no comportamento do gráfico de uma função polinomial do 1º grau utilizando controles deslizantes no GeoGebra .....	182
<b>Considerações sobre o material</b> .....	187
<b>Apêndice A</b> .....	189
<b>Referências</b> .....	191



## ATIVIDADE 1 – NOÇÕES PRELIMINARES

**OBJETIVO DA ATIVIDADE:** Fazer provocações iniciais nos alunos em situações-problemas cujo foco está relacionado as noções essenciais sobre Função, elencadas por Tinoco (2004), a saber: variável, dependência, regularidade e generalização. Nesse momento o professor poderá avaliar as impressões, dúvidas, conjecturas e possíveis constatações dos alunos. Trata-se de um momento no qual os alunos refletem de forma colaborativa e evidenciam saberes preliminares a partir das suas experiências e observações.

**ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO:** A turma deverá ser dividida em grupos com no máximo quatro alunos, obedecendo as particularidades e realidades daquelas turmas que eventualmente a atividade seja aplicada. O grupo receberá a ficha de atividade contendo um total de três problemas, com objetivos estabelecidos no Quadro 1, a serem desenvolvidos sem a intervenção do professor, exceto quando solicitado. Ao final da atividade o professor deverá recolher a atividade e realizar uma pequena discussão a respeito dos problemas trabalhados. Nesse momento será interessante anotar pontos críticos e de maior facilidade com o propósito de revisitar aqueles que eventualmente os alunos apresentarem maiores dificuldades.

**RELATO SINTÉTICO DA EXPERIÊNCIA:** A aplicação dessa atividade durante a implementação da pesquisa, que originou uma versão reelaborada dessa sequência, evidenciou alguns pontos que foram marcantes. Observou-se no problema 1 a facilidade dos alunos de completarem a tabela do item “a” relacionando a quantidade de triângulos e o número de palitos necessários para sua construção, sendo preenchida de forma correta por praticamente todos os grupos envolvidos na realização da tarefa. O ponto crítico e de menor quantidade de acertos do problema 1 foi a obtenção de uma expressão analítica que representasse o problema. No problema 2 não foram observadas grandes dificuldades de desenvolvimento da atividade. Já no problema 3 foi notório que, embora os alunos utilizem os termos “variável” e “dependência” de forma involuntária na construção do discurso para resolver os problemas, não associam esses termos a atividade Matemática. Com isso reforçamos a necessidade do entendimento não só da resolução de problemas ou entendimento conceitual, mais também dos termos utilizados considerando a importância da sua compreensão na aprendizagem desse assunto.

Outro ponto que chamou atenção durante a análise dos dados do problema e que precisou ser reformulado no problema 3 foi a informação do preço do estacionamento. Inicialmente a tabela de preço foi disposta com a seguinte frase:

*“Pague R\$ 4,00 a primeira hora e R\$ 3,00 para cada hora adicional ou fração”.*

No momento de completar a tabela foi observado que alguns dos grupos consideraram o valor a ser pago pelos 50 minutos seria igual a R\$ 0,00, pois não tinha efetivamente completado 1 hora. Diante dessa observação e conclusão dos alunos foi necessário inserir a preposição “até”, possibilitando mais clareza no enunciado. Sugerimos que nesse caso possa ser discutido com os alunos outras formas de cobrança de estacionamento e a representação tabular e gráfica desse tipo de situação. O anúncio após a correção ficou da seguinte maneira:

*“Pague R\$ 4,00 **até** a primeira hora e R\$ 3,00 para cada hora adicional ou fração”.*

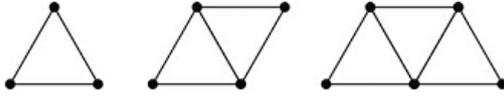
Quadro 1 – ATIVIDADE 1 – PROLEMAS 1, 2 e 3

ATIVIDADE	PROBLEMA	OBJETIVOS ESPECÍFICOS DO PROBLEMA	HABILIDADES	RECURSOS UTILIZADOS	CONSIDERAÇÕES
1	1	Observar a regularidade de uma sequência geométrica, sendo capaz de relacionar e apresentar uma expressão analítica que a represente.	Utilizar a linguagem matemática para expressar a regularidade de padrões de sequências geométricas.	Ficha de Atividade	Essa atividade consiste numa sondagem inicial com a proposta de problemas diversificados que envolvem os conceitos de variável, dependência, regularidade e generalização. Nessa etapa busca-se observar os conhecimentos e as habilidades dos alunos em responder questões modeladas através de situações hipotéticas ou de observação visual.
	2	Estabelecer a relação de dependência entre as variáveis de um problema e representar uma situação hipotética por meio de uma expressão analítica.	Identificar as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações (numérica, algébrica e gráfica) e utilizar este conceito para analisar situações que envolvem relações funcionais entre duas variáveis.		
	3	Expressar o entendimento intuitivo sobre os termos “variável” e “dependência”, estabelecendo a relação de dependência entre variáveis do problema e organizar dados de um problema na forma tabular.			

## PROBLEMA 1

**Fonte:** Extraído do livro *Construindo o Conceito de Função*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/ UFRJ, 2001. Lúcia Tinoco (adaptações feitas pelo autor)

Observem as figuras abaixo, formadas por palitos.



Utilize os palitos disponibilizados pelo professor e construa os triângulos seguintes, completando a tabela.

Nº TRIÂNGULOS	Nº PALITOS
1	3
2	5
3	?
4	?
5	?
.	.
.	.
.	.
<b>n</b>	?

a) Quantos palitos foram necessários para construir 4 triângulos?

b) Quantos palitos foram necessários para construir 5 triângulos?

c) Considerando o problema proposto é possível perceber que existe uma relação entre o número de palitos e o número de triângulos. Quem depende de quem nessa situação?

d) A partir da tabela que você preencheu você consegue estabelecer uma expressão matemática, considerando o número **n** de palitos e o número **T** de triângulos construídos? Qual seria essa expressão?

## PROBLEMA 2

Fonte: Elaboração própria do autor

O professor Adriano trabalha numa escola onde recebe seu salário em duas partes: um valor fixo de R\$ 700,00 e mais R\$ 22,00 por cada hora de aula ministrada. Considerando essa situação, responda:

- Do que depende o salário mensal do professor Adriano nessa escola?
- Qual seria o salário do professor em um determinado mês que ele trabalhou 40 horas em sala de aula?
- Qual seria o salário do professor Adriano em determinado mês que ele ficou afastado por problemas de saúde e não lecionou?
- Escreva uma expressão que represente o salário do professor em função do número  $x$  de horas de aulas dadas.

## PROBLEMA 3

Fonte: Elaboração própria do autor

O professor Adriano vai da escola ao centro de Madureira e para isso irá precisar estacionar seu carro. Chegando ao estacionamento se depara com a seguinte tabela de preço:



- Você sabe o que são variáveis? Quais são as variáveis desse problema?

---

---

- O que você entende por dependência? Qual a relação de dependência entre essas variáveis do Problema 3, ou seja, quem depende de quem?

---

---

---

- Construa uma tabela com o preço a pagar após 50 minutos, 1 hora, 2 horas, 3 horas, 4h 10m.

## ATIVIDADE 2 – RELAÇÕES E FUNÇÕES (PARTE I)

**OBJETIVO DA ATIVIDADE:** Articular o espaço da sala de aula com um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) por intermédio de um grupo fechado na rede social *Facebook*. Nesse sentido, disponibilizar materiais de apoio para aprendizagem do aluno como atividades e vídeos que tratem de um assunto a ser trabalho na sala de aula ou que sirva para reforçar um conteúdo visto no qual os alunos tenham apresentado dificuldades. Observar as interações e conjecturas dos alunos a respeito da atividade proposta, estimulando, questionando e ampliando o espaço de aprendizagem que não fica restrito a sala de aula.

**ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO:** Atualmente existem variadas maneiras de propor atividades que provoquem a interação entre alunos e professor no processo de ensino e aprendizagem em plataformas *online*. Entre outras, destacamos o Google Sala de Aula, o *WhatsApp* e o *Facebook*. Especificamente na pesquisa que originou essa sequência didática foi utilizado o *Facebook*. A escolha se deu pela facilidade de acesso dos alunos, possibilidades de disponibilização de mídias e realidade dos alunos envolvidos ao qual a pesquisa se direcionou, onde praticamente 100% possuíam conta nessa rede social. Uma vez conhecida a realidade do público ao qual se destina, criar um grupo fechado que servirá de plataforma para trocas e interações entre professor e alunos. É importante destacar que uma vez criado o grupo, o professor deverá estabelecer as regras e prioridades de utilização daquele espaço, para que assim não perca as finalidades pretendidas. Além disso, devem ser observados os recursos possíveis no espaço a ser utilizado, como compartilhamentos de mídias, pastas de arquivos e meios de interações.

**RELATO SINTÉTICO DA EXPERIÊNCIA:** Durante o desenvolvimento da pesquisa foi possível observar a importância da atuação do professor na mediação de atividades que são propostas. Embora não tenha sido feita de forma proposital, durante a realização da pesquisa observou-se a participação dos alunos em duas situações distintas e que colaboraram para tal evidência. Na primeira atividade proposta no *Facebook*, os alunos participaram ativamente, sempre provocados e desafiados pelo professor, que argumentava e questionava as respostas que eram compartilhadas. Num segundo momento o professor disponibilizou a atividade, mas não participou com frequência das interações observadas. Consequência imediata disso foi a baixa participação dos alunos, inviabilizando até mesmo a análise de dados dos problemas em questão. Destacamos a importância de problemas que são propostos nas atividades *online*, aqueles desafiam e exigem maior reflexão dos alunos apresentam melhores participações.

Quadro 2 – ATIVIDADE 2 – PROBLEMA 4

ATIVIDADE	PROBLEMA	OBJETIVOS ESPECÍFICOS DA ATIVIDADE / PROBLEMA	HABILIDADES	RECURSOS UTILIZADOS	CONSIDERAÇÕES
2	4	<p>Ampliar o espaço de aprendizagem e de interações entre alunos e professor;</p> <p>Disponibilizar mídias que auxiliem os alunos no processo inicial de aprendizagem por meio de um AVA;</p> <p>Estimular a interação dos alunos, participando e questionado de forma ativa as respostas que são compartilhadas, desenvolvendo um processo de ensino e aprendizagem de forma colaborativa.</p> <hr/> <p>Reconhecer as particularidades de Relações e Funções via notação de conjuntos;</p> <p>Representar uma situação dada via notação de conjuntos, analisando quais delas representação Função.</p>	<p>Compreender, utilizar tecnologias digitais para se comunicar, acessar e resolver problemas. (BNCC adaptado)</p> <p>Interpretar e representar uma situação problemas via notação de conjuntos relacionando seus elementos.</p> <p>Identificar entre as relações estabelecidas quais delas representam, ou não, Função.</p>	<p>Grupo na rede social Facebook</p> <p>Vídeo explicativo sobre Funções e Relações</p> <p>Atividade proposta</p> <p>Interações entre os participantes do grupo</p>	<p>O vídeo utilizado e disponibilizados é apenas um, entre outros tantos, que apresentam o assunto. Cada professor tem a possibilidade de adequar, produzir ou utilizar outra mídia que julgue suficiente para atender a proposta dessa atividade.</p> <p>O intuito em questão era que o aluno tivesse contato com a ideia de Relação e Função, antes da apresentação formal pelo professor na sala de aula. O problema proposto é desafiador, sendo observadas variadas interpretações e aperfeiçoamento das respostas durante a</p>

## **PARTE I** (online) - Grupo do Facebook

Vídeo Relações e Funções

Fonte: MultiRio - Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=2BUuKkg88VI>



Atividade online- Grupo do Facebook

### **PROBLEMA 4**

Fonte: UFF/ RJ (adaptada pelo autor)

Em certo dia, três mães deram à luz em uma maternidade. A primeira teve gêmeos, a segunda, trigêmeos e a terceira, um único filho. Considere, para aquele dia, o conjunto das 3 mães, o conjunto das 6 crianças e as seguintes relações:

- I. A que associa cada mãe ao seu filho.
- II. A que associa cada filho à sua mãe.
- III. A que associa cada criança ao seu irmão.

Faça um diagrama que represente cada uma das três situações. Quais das relações obtidas são consideradas Funções? Por quê?

## ATIVIDADE 2 – RELAÇÕES E FUNÇÕES (PARTE II)

**OBJETIVO DA ATIVIDADE:** Os problemas propostos nessa etapa têm por finalidades: 1) elucidar situações que representam Função, via relação unívoca entre dois conjuntos ou por meio da representação do seu gráfico [utilizando o teste da reta vertical]; 2) associar a ideia de Função como uma máquina de transformação, oportunamente discutindo a ideia de domínio e a imagem. Entendemos que nesse momento não há a necessidade de aprofundamento no estudo do domínio, mas faz-se necessária a exploração de situações variadas particularizando o campo de existência das Funções estudadas. 3) reconhecer as variáveis de um dado problema e estabelecer a relação de dependência entre elas

**ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO:** diferente da atividade 1, a aula presencial (parte II) se inicia com uma breve explanação das ideias que os alunos demonstram sobre os conhecimentos assimilados a partir da proposta *online* (parte I). Nesse momento o professor deverá questionar e sondar as principais construções observadas, bem como as eventuais dúvidas percebidas. Partindo do problema 4, que deverá ser resolvido junto aos alunos, formalizam-se as ideias de Relação e Função, estruturando-se e definindo-se conceitos. Apresentam-se outras situações envolvendo representação gráfica, especificando o “teste da reta vertical” para reconhecimento dos casos que correspondem, ou não, uma Função. Nesse momento é oportuno discutir o domínio de uma função a partir de situações hipotéticas. Exemplos: **1)** Em uma determinada banca de chinelos em promoção, o valor do par de qualquer tipo de chinelo custa R\$ 10,00. Se você compra  $x$  pares de chinelos a sua função que modela o problema é dada por  $f(x) = 10,00x$ , sendo  $x$  um número natural. **2)** Em uma determinada banca o metro do tecido custa R\$ 10,00. A função que modela novamente o problema é  $f(x) = 10,00x$ , no entanto,  $x$  nesse caso é qualquer número racional positivo. Embora aparentemente semelhantes, os domínios dessas Funções são diferentes. É importante apresentar outras situações estimulando aos alunos que indiquem possíveis valores que podem, ou não, ser assumidos por  $x$  em um problema modelado por uma Função. Finalmente devem ser propostos problemas para que seja explorada a ideia de variáveis e relação de dependência, identificando-as nesses problemas.

**RELATO SINTÉTICO DA EXPERIÊNCIA:** De forma geral os problemas dessa atividade não apresentaram grandes dificuldades em sua aplicação para os alunos. Na versão atual houve uma inversão dos problemas 6 e 7, sendo modificado o problema 6, que passou a explorar o reconhecimento do gráfico como sendo ou não correspondente a uma Função.

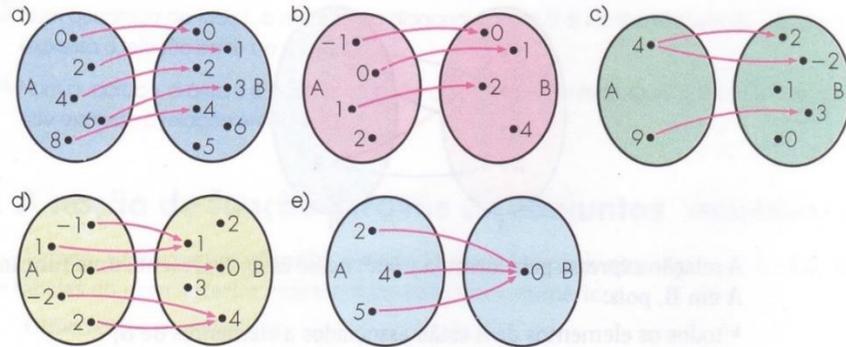
**Quadro 3 – ATIVIDADE 2 – PROBLEMAS 5, 6, 7 e 8**

ATIVIDADE	PROBLEMA	OBJETIVOS ESPECÍFICOS DO PROBLEMA	HABILIDADES	RECURSOS UTILIZADOS	CONSIDERAÇÕES
2	5	<p>Analisar relações entre os elementos de dois conjuntos e identificar quais delas representam Função, via regra de definição.</p> <p>Explorar a ideia de domínio e sua importância, analisando o campo de existência em situações problemas hipotéticos, considerando suas particularidades.</p>	<p>Identificar as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações (numérica, algébrica e gráfica) e utilizar este conceito para analisar situações que envolvem relações funcionais entre duas variáveis.</p> <p>Compreender a importância do domínio, sendo capaz de determinar em situações hipotéticas o campo de existência da Função.</p>	Ficha de Atividade	<p>Essa atividade tem por finalidade construir os pilares de conceitos relativos a Função como: identificação via relação ente conjuntos ou por meio de representação gráfica; domínio e imagem; reconhecer as variáveis e relação de dependência entre elas e determinação da imagem conhecido um elemento do domínio. Essa etapa é de grande importância para as próximas, pois fundamenta novos conceitos a serem estudados.</p>
	6	<p>Analisar representações gráficas de curvas quaisquer e identificar quais delas representam Função, via regra de definição.</p>			
	7	<p>Associar a ideia de Função a uma máquina de transformação, sendo capaz de determinar a imagem conhecido um dos elementos do domínio.</p>			
	8	<p>Identificar as variáveis de um problema e estabelecer a relação de dependência entre elas.</p>			

**PARTE II** (sala de aula)

**PROBLEMA 5**

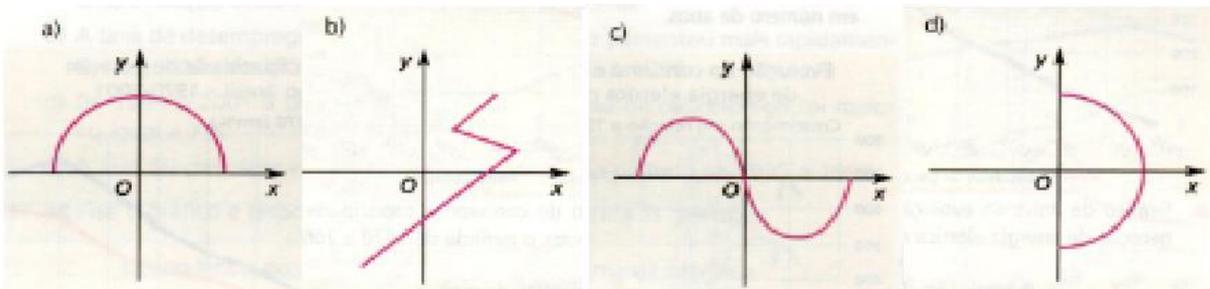
Quais das situações a seguir representa uma Função do conjunto A no conjunto B?



**PROBLEMA 6**

Fonte: Livro *Matemática*, Youssef, Soares e Fernandez, Scipione, 2009, p.33

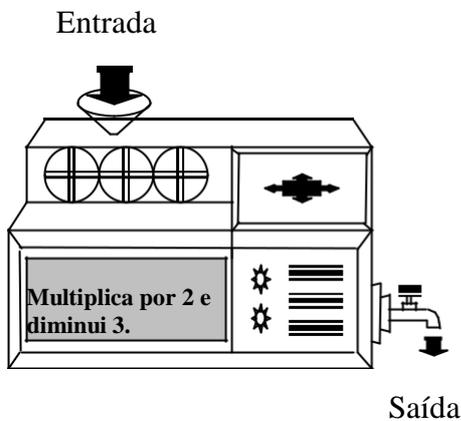
Verifique quais dos gráficos a seguir representam funções de variáveis reais:



**PROBLEMA 7**

Fonte: Link<sup>38</sup>

Observe, abaixo, a máquina que transforma números:



a) Observe o que a máquina faz. Em seguida, complete a tabela abaixo:

Entrada: x	-2	-1	0	1	2	3	4
Saída: y							

b) Obtenha uma expressão Matemática que represente esse problema genericamente.

\_\_\_\_\_

<sup>38</sup> Disponível em: <http://ptdocz.com/doc/1124143/quiz-25> Acesso em 19.mar.2020

### **PROBLEMA 8 – *Quem depende de quem?***

Indique em cada situação a seguir as variáveis envolvidas e a relação de dependência entre elas:

1) Em uma corrida de táxi, o usuário ou cliente deve pagar R\$ 5,00 de “bandeirada” (valor inicial que se paga fixado no taxímetro) e R\$ 2,00 por cada quilômetro rodado. **Fonte:** Link<sup>39</sup>

**Variáveis:**

**Relação de dependência:**

2) Uma bola é largada do alto de um edifício e cai em direção ao solo. Sua altura  $h$  em relação ao solo,  $t$  segundos após o lançamento, é dada pela expressão  $h = -25t^2 + 625$ . Após quantos segundos do lançamento a bola atingirá o solo? **Fonte:** Link<sup>40</sup>

**Variáveis:**

**Relação de dependência:**

3) Uma empresa A sabe que seu lucro ( $L$ ), em dólares, está relacionado com a quantidade produzida ( $Q$ ), em sacas. Isso é expresso na seguinte equação  $L = -30 + \frac{2}{5}Q$ . **Fonte:** Link<sup>41</sup>

**Variáveis:**

**Relação de dependência:**

4) Numa cultura de bactérias, o número delas é dado pela função  $y = 1000 \cdot 3^{0,5 \cdot x}$ , onde  $x$  é o tempo decorrido em horas, e  $y$  a quantidade de bactérias após determinado tempo. **Fonte:** Link<sup>42</sup>

**Variáveis:**

**Relação de dependência:**

---

<sup>39</sup> Disponível em: <http://ptdocz.com/doc/1016656/quiz-26> Acesso em: 20.mar.2019

<sup>40</sup> Disponível em <https://brainly.com.br/tarefa/22518394> Acesso em: 20.mar.2019

<sup>41</sup> Disponível em: <http://ptdocz.com/doc/173092/lista-de-exerc%C3%ADcio> Acesso em: 20.mar.2019

<sup>42</sup> Disponível em: <https://canal.cecierj.edu.br/012016/342bad796196e2669d3210f6a1fca052.pdf> Acesso em: 20.mar.2019

## ATIVIDADE 3 – FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU (I)

**OBJETIVO DA ATIVIDADE:** Nessa atividade, a ser realizada no grupo colaborativo *online*, a proposta é que o aluno tenha um primeiro contato com a ideia de Função Polinomial do 1º Grau a partir da visualização do vídeo indicado. Em seguida são propostos dois problemas envolvendo situações hipotéticas e que devem ser resolvidos pelos alunos, por meio de interações no grupo da rede social. Nesses problemas são explorados dois casos de Função Afim, sendo a primeira na forma  $y = a x$  (Função Linear), a qual pode ser associada à ideia de proporcionalidade e a segunda na forma  $y = a x + b$ . As soluções dadas para os problemas e que serão compartilhadas pelos alunos, antes da explanação do conteúdo pelo professor, servem como indicativos considerados pelo professor no sentido de planejar estratégias para abordagem do assunto em sala de aula.

**ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO:** O vídeo disponibilizado deve estar alinhado com a proposta curricular e pedagógica do professor, podendo ser substituído ou produzido, conforme a especificidade de sua utilização. Uma vez disponibilizado o vídeo e as situações-problemas o professor deve ficar atento as interações dos alunos, realizando provocações e corrigindo eventuais equívocos que observe ao longo das publicações. Para melhor resultado, o professor deve incentivar os alunos a desenvolver a atividade no próprio caderno, registrando por fotos quando possível e compartilhando no grupo. Os apontamentos são importantes e geralmente corroboram com a variabilidade de formas de respostas dos alunos. Notamos que uma vez que eles observam as publicações anteriores para fundamentar suas ideias e interações as respostas vão sendo aperfeiçoadas.

**RELATO SINTÉTICO DA EXPERIÊNCIA:** Embora não tenha sido feita de forma proposital, nessa atividade a participação do professor nas interações dos alunos foi insuficiente. A consequência imediata disso foram pouquíssimas respostas para os problemas propostos, sendo impossível realizar análise do desempenho dos alunos. Essa situação reforça a necessidade da participação ativa do professor em mediação de atividades propostas *online*, argumentando, questionando e tirando dúvidas que vão surgindo ao longo das publicações dos alunos. Embora o número de interações tenha sido baixo, observou-se que praticamente todos os alunos tiveram contato com a atividade, registrada pelo número/quantidade de visualizações do vídeo. Essa constatação ficou evidente na atividade posterior em sala de aula, pois os alunos demonstravam que haviam acessado o material, considerando as respostas dadas.

**Quadro 4 – ATIVIDADE 3 (I) – PROBLEMAS 9 e 10**

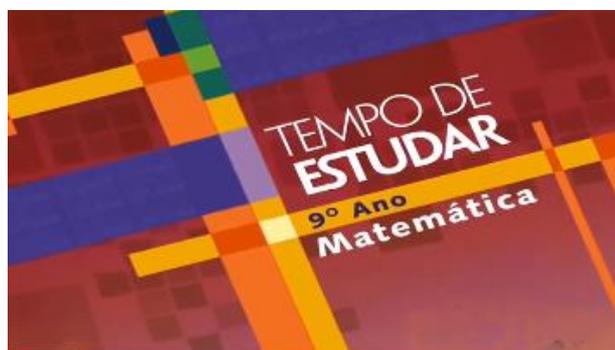
ATIVIDADE	PROBLEMA	OBJETIVOS ESPECÍFICOS DO PROBLEMA	HABILIDADES	RECURSOS UTILIZADOS	CONSIDERAÇÕES
3	9	Utilizar uma situação hipotética para observar e analisar possíveis conjecturas dos alunos em problema envolvendo proporcionalidade direta.	Compreender, utilizar tecnologias digitais para se comunicar, acessar e resolver problemas. (BNCC adaptado)  Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade duas ou grandezas	Grupo na rede social Facebook  Vídeo explicativo sobre Funções e Relações  Atividade proposta	Essa atividade consiste em fazer provocações iniciais sobre o caso particular de Função Polinomial do 1º Grau. No vídeo há uma explicação formal do assunto, reforçada pelos dois problemas propostos. Espera-se que os alunos absorvam alguns desses conteúdos para que, no momento da parte II, exerça um papel de colaboração no momento de explanação do assunto em sala de aula. Nesse momento o professor deve provocar ao máximo os alunos de forma a obter conjecturas e conclusões que o direcionem na abordagem em aula.
	10	Resolver e analisar situações que envolvem relações funcionais entre duas variáveis, sendo capaz de determinar valores correspondentes a casos específicos e modelar o problema por meio de uma expressão analítica	Compreender, utilizar tecnologias digitais para se comunicar, acessar e resolver problemas. (BNCC adaptado)  Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes	Interações entre os participantes do grupo	

### ATIVIDADE 3 – PARTE I (Facebook)

1) Vídeo: Função Afim

Fonte: MultiRio - Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=iHsUromN4sQ>

PARTE I (online) – Grupo do Facebook



Aula 40 - A função afim  
MultiRio

#### PROBLEMA 9

Fonte: Elaboração própria do autor

A velocidade média de caminhada de uma pessoa depende entre outros fatores da altura e do peso. Considere que um aluno da Escola Municipal Irineu Marinho desenvolva uma velocidade média de caminhada de 0,80 m/s, ou seja, a cada segundo se desloca 0,80m. Com base nesses dados, complete a tabela que relaciona o tempo e a distância percorrida por ele, em seguida responda as perguntas:

<b>t</b> (segundos)	1	5	10	15	20	30	40	50
<b>d</b> (metros)								

- Qual será a distância percorrida por esse aluno após 1 minuto?
- Se o aluno demora 12 minutos para ir de casa até a escola, qual a distância que ele percorre nesse trajeto?
- Escreva uma expressão analítica que represente a relação entre a distância e o tempo

#### PROBLEMA 10

Fonte: MultiRio

A academia “SuperForte” cobra uma taxa de matrícula de R\$ 90,00 e uma mensalidade de R\$45,00.

- Determine o preço a ser pago por uma pessoa que treinar nessa academia por 10 meses.
- Determine o preço a ser pago por uma pessoa que treinar nesta academia por x meses.
- Durante quanto tempo uma pessoa poderá treinar se quiser gastar no máximo R\$ 270,00?

## ATIVIDADE 3 – FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU (II)

**OBJETIVO DA ATIVIDADE:** Essa atividade corresponde a continuidade da proposta iniciada no grupo do *Facebook*. Nesse momento deverá ser formalizada a ideia e as características de Função Polinomial do 1º Grau, apresentando os casos particulares: linear (identidade) e constante, partindo sempre das conjecturas dos alunos. No caso da Função Linear o professor tem a opção de associar a ideia de proporcionalidade, destacando problemas do cotidiano que podem ser modelados por esse tipo de Função. Deve ser destacada ainda a forma canônica de representação e os coeficientes relativos às Funções do tipo  $y = ax + b$ . Outro ponto que deve ser estudado é o zero da Função, sendo recomendada a utilização de Funções associadas a situações financeiras que envolva lucro e prejuízo.

**ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO:** A aula deve ser iniciada com provocações sobre o conteúdo do vídeo disponibilizado, sendo observadas as colocações dos alunos com referência ao material disponibilizado. O professor deve ter em mente as interações observadas nas respostas dos problemas no grupo *online*, partindo de dificuldades observadas e evidenciando pontos importantes analisados. Inicia-se a resolução dos problemas que foram dispostos a fim de apresentar para o aluno as soluções e sistematizar os conceitos envolvidos. Recomenda-se a utilização de novos exemplos que suscitem a discussão em aula. O professor deve caracterizar as particularidades da Função Polinomial do 1º Grau, avançando em pontos como Função Linear e Função Constante, Zero da Função e reconhecimento dos coeficientes. Os alunos podem ser desafiados com problemas envolvendo situações hipotéticas do cotidiano que podem ser modeladas por esse tipo de Função, inclusive aquelas que envolve proporcionalidade direta.

**RELATO SINTÉTICO DA EXPERIÊNCIA:** Como a parte I apresentou baixa interação dos alunos, algumas modificações foram realizadas. Um fato interessante observado foi que alunos que não haviam interagido na atividade *online*, prontamente participaram da aula, reforçando a ideia de que tiveram contato com o material disponibilizado. Esse ponto é importante e merece destaque, pois evidencia ganhos e fragilidades de atividades desenvolvidas em AVA. Consideramos relevante a possibilidade de o aluno ter contato com materiais mesmo antes da sua exploração pelo professor, respeitando o tempo dos alunos, que de alguma forma tem controle sobre o conteúdo explicado. Por outro lado, consideramos primordial da mediação do professor, para que haja interação e contribuições para aprendizagem no grupo formado, permitindo assim a ampliação do espaço de aprendizagem que não fica restrito a sala de aula.

Quadro 5 – ATIVIDADE 3 (II) – PROBLEMAS 11,12,13 e 14

ATIVIDADE	PROBLEMA	OBJETIVOS ESPECÍFICOS DO PROBLEMA	HABILIDADES	RECURSOS UTILIZADOS	CONSIDERAÇÕES
	11	Reconhecer os coeficientes de uma Função Polinomial do 1º Grau, em ordem qualquer, a partir de sua expressão analítica.	Identificar os coeficientes a e b de uma Função do tipo $y = a x + b$	Ficha de Atividade	Nessa etapa são consolidados os conceitos relacionados a Função Polinomial do 1º Grau, a partir das ideias iniciais e que foram provocadas na atividade online. O professor deve estar atento a apresentação das particularidades desse tipo de Função, a linear (incluindo a identidade) e a constante. Recomenda-se utilizar o exemplo do estacionamento para citar a Função do tipo escada, constante em intervalos abertos e o da velocidade do aluno para apresentar a Função Linear, inclusive comentando o caso de proporcionalidade direta.
	12	Ler, interpretar e reconhecer as variáveis e a relação de dependência entre elas numa dada Função. Determinar a imagem a partir de um elemento do domínio. Estabelecer uma expressão analítica que modele o problema.	Associar para um dado elemento do domínio a imagem correspondente. Obter uma expressão analítica que represente a situação dada, considerando as variáveis e a relação de dependência.		
	13	Analisar e compreender a relação de dependência entre variáveis de uma regularidade geométrica, reconhecendo uma expressão analítica que a modele.	Utilizar a linguagem matemática para expressar a regularidade de padrões de sequências geométricas, através do reconhecimento de uma expressão analítica que a represente.		
	14	Utilizar Funções Financeiras para auxiliar o entendimento do zero da Função.	Compreender lucro, prejuízo e ponto de equilíbrio em problema envolvendo situação financeira. Reconhecer a raiz ou zero da função do 1º grau.		

**PROBLEMA 11**

Fonte: Elaboração própria do autor

Identifique os coeficientes a e b das funções seguintes:

a)  $y = 3x - 4$

c)  $f(x) = 3x + 7$

b)  $f(x) = 2 - x$

d)  $f(x) = -2x - 5$

**PROBLEMA 12**

Fonte: Elaboração própria do autor

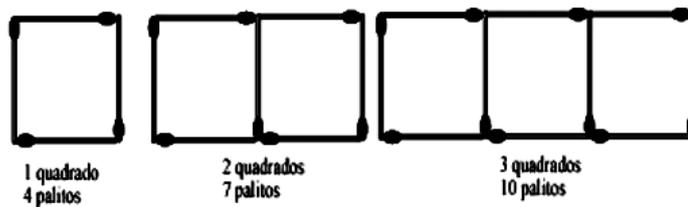
O salário fixo mensal de um segurança é de R\$ 560,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma boate, onde recebe R\$ 60,00 por noite de trabalho.

- a) Se em um mês o segurança fizer três plantões, que salário receberá?  
 b) Qual o salário final **Y**, quando ele realiza **X** plantões?

**PROBLEMA 13**

Fonte: Caderno Pedagógico SME/RJ

Observe a figura a seguir. Com quatro palitos podemos fazer um quadrado; com sete palitos, podemos formar uma fileira com dois quadrados e com dez palitos, uma fileira com três quadrados, e, assim, sucessivamente.



Indique qual das funções a seguir representa o número **P** de palitos necessários para se formar uma fileira com **n** palitos.

- (A)  $P(n) = 2n + 2$       (B)  $P(n) = 2n + 3$       (C)  $P(n) = 3n + 1$       (D)  $P(n) = 3n + 2$

**PROBLEMA 14**

Fonte: Elaboração própria do autor

Juliana é vendedora e sabe que o Lucro obtido depende da quantidade de artigos **x** que ela vende. A função que expressa o Lucro da vendedora é  $L(x) = 25,00 \cdot x - 200,00$ . Determine:

- a) O Lucro de Juliana quando ela vende 6 artigos.  
 b) O Lucro de Juliana quando ela vende 10 artigos.  
 c) Existe alguma diferença entre esses valores obtidos nos itens A e B? Qual? Por que isso acontece?  
 d) Para que Juliana não tenha lucro e nem prejuízo o que deve acontecer? Qual a quantidade de peças que ela deve vender para que isso ocorra?

## **ATIVIDADE 4 – GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU – CONSTRUÇÃO EM PAPEL QUADRICULADO**

**OBJETIVO DA ATIVIDADE:** Possibilitar ao aluno um entendimento do processo de obtenção dos pontos pertencentes ao gráfico de uma Função Polinomial do 1º Grau e o traçado do seu gráfico. Para isso utilizam-se valores quaisquer pertencentes ao domínio da Função, preferencialmente próximos à origem para maior facilidade de construção, substitui-se esses valores na expressão analítica e obtendo-se a imagem correspondente. A partir dos pontos  $(x, y)$  obtidos, o aluno utiliza régua para traçar o gráfico e faz observações do resultado obtido. As funções dadas são respectivamente, crescente e decrescente. Após a construção o professor faz a análise junto aos alunos pontuando características desses gráficos, tais como: o tipo de gráfico, os pontos que a reta intersecta os eixos  $x$  e  $y$ , incluindo a interpretação geométrica do zero da Função.

**ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO:** o professor deve disponibilizar fichas para realização do cálculo na forma de tabela em três colunas:  $x$  (domínio),  $f(x)$  (imagem) e  $(x,y)$  (par ordenado correspondente ao ponto que pertence ao gráfico). Como se trata de um primeiro contato, recomenda-se que o professor utilize uma Função diferente para resolver um exemplo. Em seguida os alunos desenvolvem a tarefa, fazendo as marcações correspondentes no plano cartesiano que pode estar desenhado na malha quadricula. Importante destacar que nessa etapa os alunos já possuem conhecimento de pares ordenados e marcação de pontos no plano cartesiano.

**RELATO SINTÉTICO DA EXPERIÊNCIA:** particularmente nessa atividade observamos qualquer dificuldade dos alunos durante sua realização. É uma atividade que deve ser explorada até como um dos tipos de tecnologia utilizada para obtenção de gráficos, antes do surgimento das tecnologias digitais. Assim o aluno tem entendimento de um dos processos para obtenção do gráfico de funções.

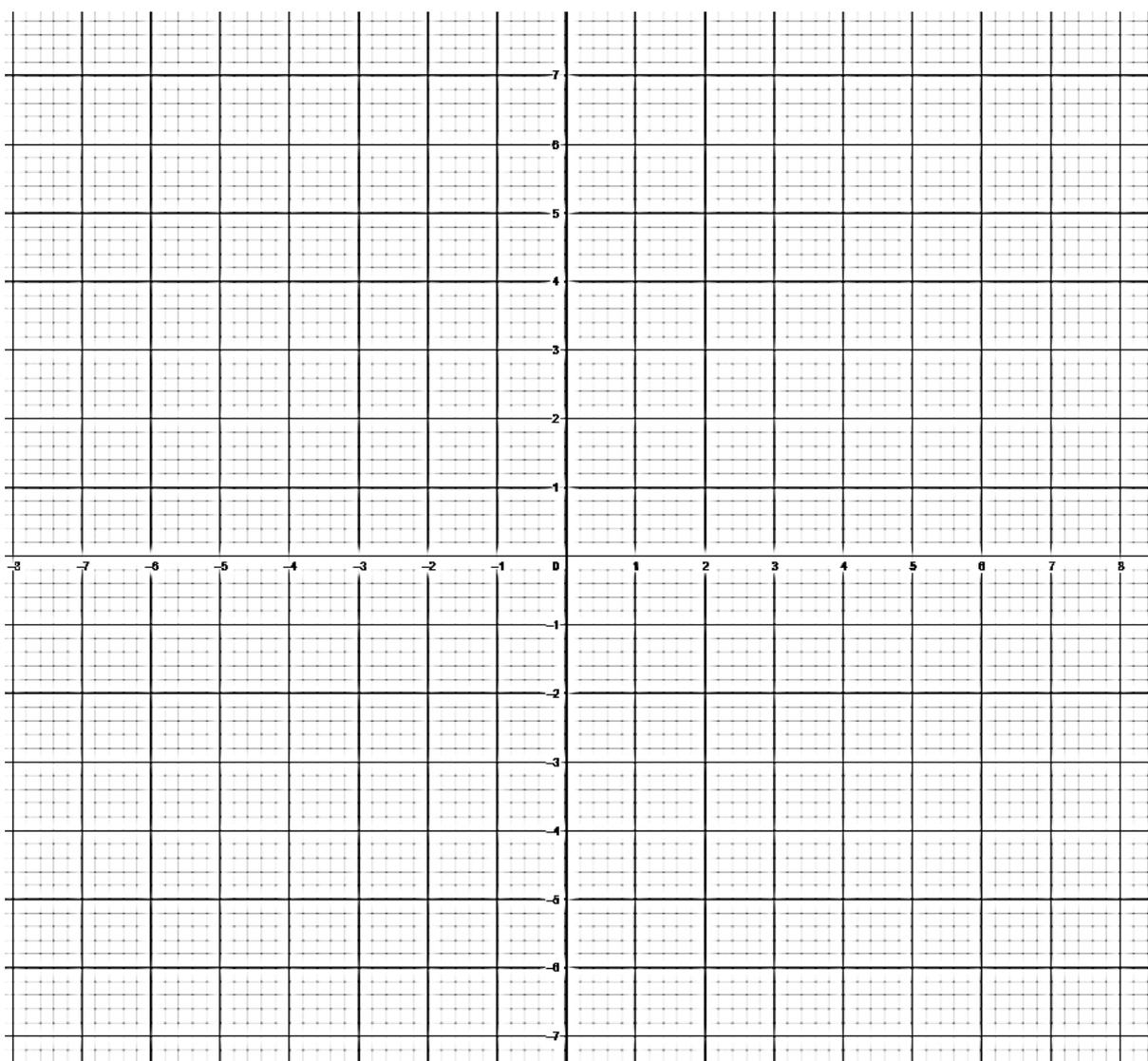
Quadro 6 – ATIVIDADE

ATIVIDADE	OBJETIVOS ESPECÍFICOS DO PROBLEMA	HABILIDADES	RECURSOS UTILIZADOS	CONSIDERAÇÕES
4	<p>Conhecer a forma de representação do gráfico de uma Função a partir da determinação de pontos pertencentes ao seu gráfico, reconhecendo suas particularidades.</p>	<p>Construir o gráfico de uma função, a partir de pares de soluções de sua equação ou cujas coordenadas satisfazem à lei de formação da função, relacionando-os a sua representação algébrica e observar seu comportamento.</p> <p>Classificar uma Função em crescente ou decrescente a partir do esboço do gráfico.</p> <p>Reconhecer os pontos que o gráfico intersecta os eixos: <math>(x, 0)</math> (zero da função) e <math>y(0, b)</math></p>	<p>Malha Quadriculada</p> <p>Lápis</p> <p>Régua</p> <p>Ficha de atividade com tabela de valores e sistema de coordenadas cartesianas.</p>	<p>Essa atividade é um estudo preliminar da forma de representar o gráfico de uma Função a partir de sua expressão analítica. Nessa atividade o aluno deverá realizar manipulações algébricas a fim de obter pontos pertencentes ao gráfico da Função dada por uma expressão analítica. É importante que nessa fase o aluno reconheça essa proposta como um tipo de tecnologia utilizada por muito tempo para representar o gráfico de Funções.</p>

## ATIVIDADE 4 – ESBOÇO GRÁFICO

Considere as funções  $f(x) = x + 1$  e a função  $g(x) = -x + 1$ , faça o seguinte:

- 1) Construa uma tabela com valores do domínio da função ( $x$ ) como sendo -2, -1, 0, 1 e 2;
- 2) Determine a imagem dessas funções, obtendo em seguida os pares ordenados ( $x, y$ );
- 3) Una os pontos obtidos. Qual a figura que você obteve?
- 4) Quais as semelhanças e diferenças que você observa após a construção dos gráficos de  $f(x)$  e de  $g(x)$  que você observa?



## **ATIVIDADE 5 – GEOGEBRA: ESTUDANDO O COMPORTAMENTO DE UMA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA**

**OBJETIVO DA ATIVIDADE:** Essa atividade está subdividida em dois momentos: o primeiro de ambientação, que possibilita o aluno ter o conhecimento das principais funcionalidades do aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* e, no segundo momento, um estudo sobre a influência dos coeficientes  $a$  e  $b$  no comportamento do gráfico da Função Polinomial do 1º Grau. Nessa etapa o interessante é que os alunos tenham acesso ao aplicativo e observem as facilidades, como rapidez e dinamicidade, sensíveis ao toque na tela do seu aparelho.

**ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO:** Sugere-se que o professor projete a tela do *smartphone* por meio de um projetor e explore com os alunos as principais funcionalidades do aplicativo para *smartphone*. Em seguida, são propostas atividades que envolva a construção do gráfico de Funções [sugerimos a utilização dos problemas 9, 10, 12 e 14], aproveitando a ocasião para tratar de zero da função, estudo do domínio e o comportamento do tipo de gráfico obtido. Após essa explanação são propostas as atividades 5A e 5B.

**RELATO SINTÉTICO DA EXPERIÊNCIA:** a utilização do estudo dirigido na nossa pesquisa tinha a finalidade de possibilitar ao aluno a compreensão pelos alunos sobre a influência das modificações dos coeficientes  $a$  e  $b$  de uma Função Polinomial do 1º Grau no comportamento do seu gráfico. Infelizmente esse estudo não atingiu os objetivos esperados, visto que embora as Funções propostas tivessem seus coeficientes variando, os alunos não observaram de forma satisfatória as implicações gráficas. As respostas dos alunos durante todo o estudo se restringiram a questões algébricas, não sendo observado o comportamento das retas, como inclinação e translação sobre os eixos. Na elaboração final dessa sequência didática, modificamos boa parte do estudo dirigido utilizado, preservando somente a parte 5A como ambientação do aplicativo para *smartphone*. Na parte 5B propomos uma atividade que utiliza o controle deslizante, embora tenha sido motivo de receio a utilização desse recurso na versão inicial dessa pesquisa. Destacamos a importância de esclarecer ao aluno que o simples deslize do controle está produzindo uma família de Funções tendo seus coeficientes variados. Na proposta a seguir deixamos clara essa orientação, inclusive justificando o intervalo no qual esses coeficientes estão variando. Reconhecemos que como qualquer outra atividade planejada para uma turma, ela pode ou não apresentar bons resultados. Importante é possibilitar os alunos

conhecerem as facilidades que possui com a utilização do aplicativo no processo de aprendizagem desse conteúdo. Cada professor tem a liberdade de ajustar e fazer as devidas alterações que julgue necessárias para utilização dessa sequência.

## ATIVIDADE 5A - ATIVIDADE PRELIMINAR: AMBIENTAÇÃO COM O APLICATIVO

Fonte: Elaboração própria do autor

Considerando as funções polinomiais do 1º grau [ $y = ax + b$ ], objeto de nosso estudo, complete a tabela a seguir e construa o gráfico das funções a seguir utilizando o aplicativo GeoGebra no celular:

	FUNÇÃO	COEFICIENTE	
		a	b
1	$f(x) = x$		
2	$g(x) = x + 1$		
3	$h(x) = -x$		
4	$p(x) = -x - 1$		

1) Construa os gráficos de  $f(x)$  e  $g(x)$  no GeoGebra. Em seguida indique uma semelhança e uma diferença no **comportamento dos gráficos dessas Funções**.

Semelhança: \_\_\_\_\_

Diferença: \_\_\_\_\_

2) Construa o gráfico de  $h(x)$  no GeoGebra. Comparando a **lei de formação** das funções  $f(x)$  e  $h(x)$ , qual a diferença que você observa entre elas? E com relação ao **comportamento dos gráficos** dessas Funções, qual a diferença observada?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

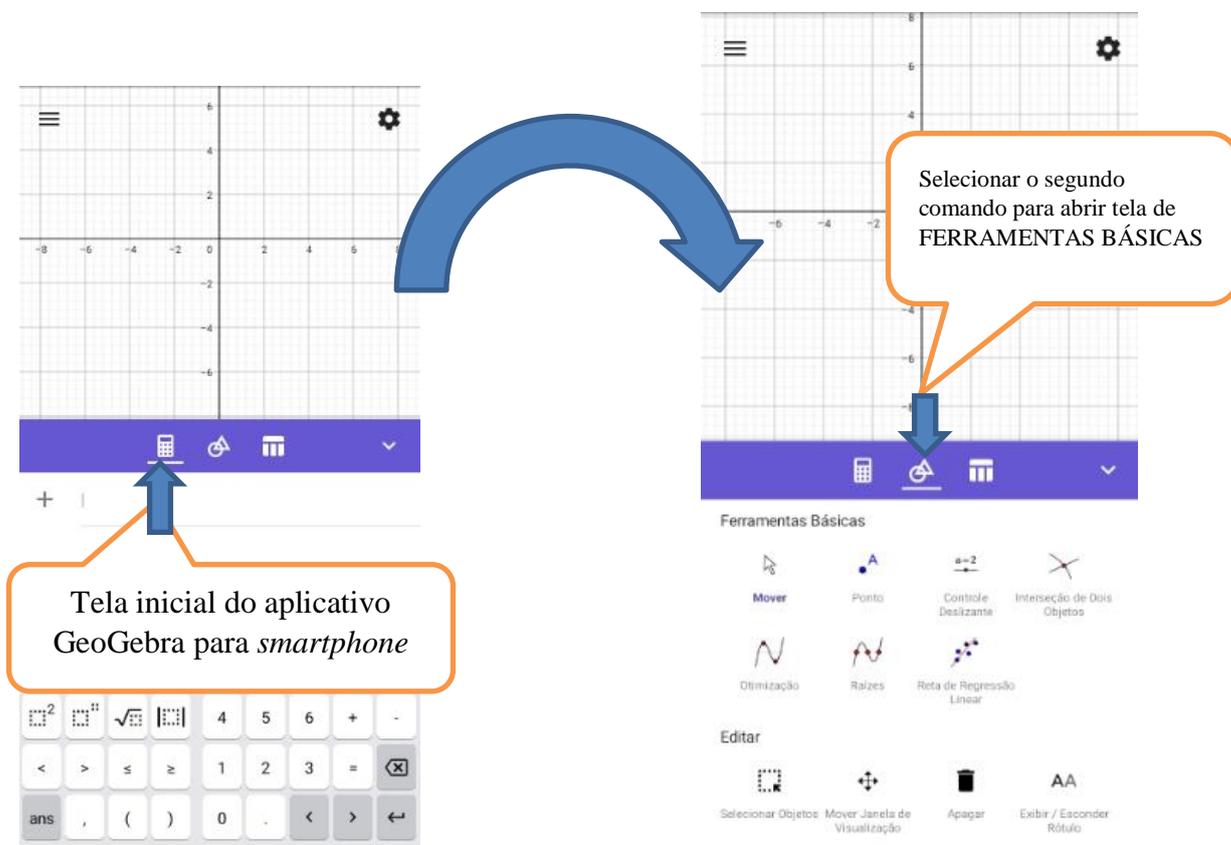
3) Construa o gráfico de  $p(x)$  no GeoGebra. Compare os gráficos de  $g(x)$  e  $p(x)$ . Em seguida indique uma semelhança e uma diferença no **comportamento desses gráficos**.

Semelhança: \_\_\_\_\_

Diferença: \_\_\_\_\_

**ATIVIDADE 5B – OBSERVANDO A INFLUÊNCIA DOS COEFICIENTES “a” E “b” NO COMPORTAMENTO DO GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU UTILIZANDO CONTROLES DESLIZANTES NO GEOGEBRA.**<sup>43</sup>

Abra a tela inicial do aplicativo GeoGebra no seu *smartphone*. Observe os passos descritos:

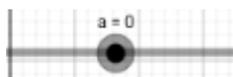


Após abertura da janela de **FERRAMENTAS BÁSICAS**, proceda da seguinte forma:

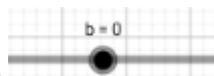
$$a=2$$

Controle Deslizante

1º Selecione o item controle deslizante . Abrirá uma janela com configurações do intervalo de valores para o coeficiente **a** que está compreendido de -5 a 5. Não precisa alterar, clique em OK. Em seguida clique em qualquer parte da malha quadricula. A barra

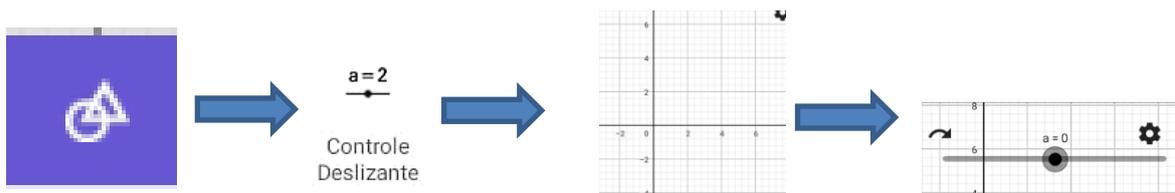


será fixada ali, sendo possível arrastar para outra região. Repita o processo

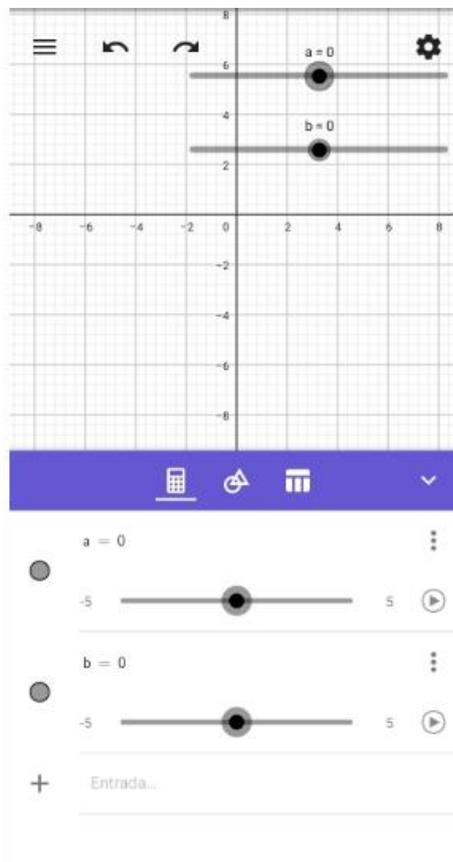


de forma a criar o segundo controle deslizante . Uma vez marcados os controles deslizantes, vamos inserir a Função de forma a fazer seu estudo.

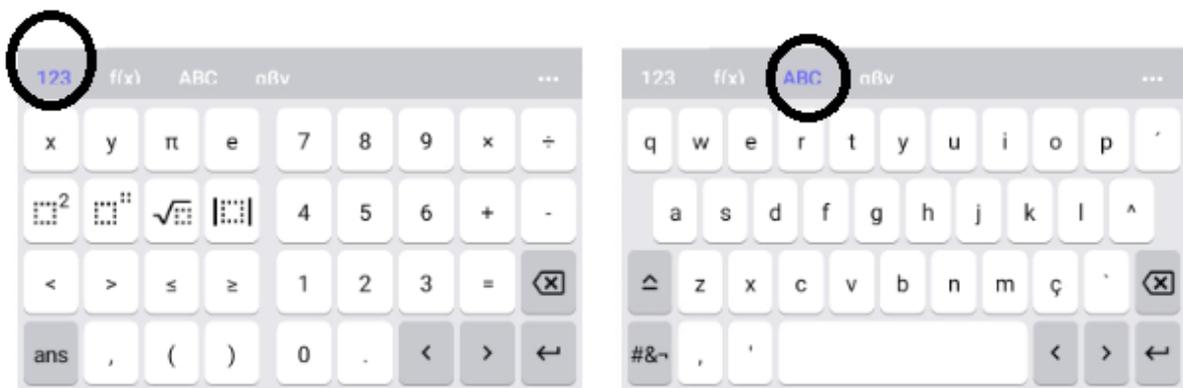
<sup>43</sup> Esse estudo está disponibilizado na plataforma do GeoGebra *online* na forma de atividade com as orientações aqui contidas. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/vwzpdfsg> . Acesso em 11.mai.2020.



2º Após a sequência de realizações do primeiro passo você perceberá a seguinte janela:



3º Clique em + **Entrada**, observe que há quatro teclados disponíveis, conforme marcação na figura a seguir. Para escrever a Função que estudaremos utilizaremos o 1º e o 3º:



Digite a função  $y = ax + b$  [Função Polinomial do 1º Grau] e em seguida siga as instruções, respondendo às perguntas.

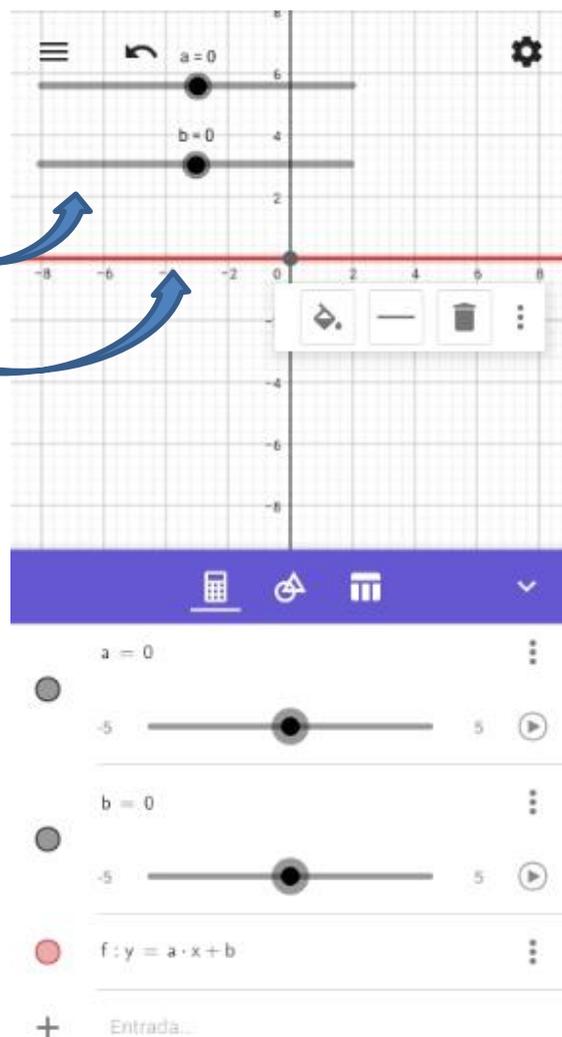
Observe que nesse momento você dispõe dos **controles deslizantes dos coeficientes a e b**, a função  $y = ax + b$  e o gráfico como sendo uma **reta paralela e coincidente ao eixo x**.

Importante destacar que a medida que você arrasta um dos coeficientes está sendo gerada uma **família** de funções do tipo  $y = ax + b$ .

Ex.:  $y = 0,5x + b$      $y = 2,5x + b$      $y = -4x + b$

Observe que os valores dos coeficientes **a** e **b** assumem valores dentro do intervalo de -5 a 5, a medida que você move o controle deslizante

No momento inicial o controle deslizante está posicionado no zero, sendo os valores, a direita, **positivos** e a esquerda **negativos**. Fique atento a forma como a variação dos valores, do coeficiente, influência no comportamento do gráfico para responder a atividade.



Vamos iniciar a atividade e registrar as principais observações:

1) Qual o tipo de gráfico que obtivemos para a função do tipo  $y = ax + b$ ?

---

*Observada essa característica, nas questões a seguir vamos estudar de que forma a variação dos coeficientes **a** e **b** influenciam no comportamento do gráfico desse tipo de Função. Para melhor visualização na tela do celular vamos utilizar os valores dos coeficientes compreendidos no intervalo de **-5 até 5**.*

2) Arraste o controle deslizante do **a** e registre o que você observa com relação ao comportamento do gráfico.

3) Reposicione o controle deslizante **a** para a posição **a = 0**. O que você observa em relação ao comportamento da reta nesse momento?

---

---

*Para entendermos melhor a influência do coeficiente **a** no comportamento do gráfico, vamos fazer um estudo em dois momentos, conforme estabelecido nas questões 4 e 5.*

4) Varie os valores do coeficiente **a** lentamente para a direita (**0 até 5**). Nesse caso você aumentou ou diminuiu os valores de **a**? O que você observou com relação ao comportamento do gráfico?

---

---

5) Varie os valores do coeficiente **a** lentamente para a esquerda (**0 até -5**). Nesse caso você aumentou ou diminuiu os valores de **a**? O que você observou com relação ao comportamento do gráfico?

---

---

*Reposicione o coeficiente **a** na posição **a = 0**. Nas questões seguintes estudaremos a influência do coeficiente **b** no comportamento do gráfico.*

6) Arraste o controle deslizante do **b** e registre o que você observa com relação ao comportamento do gráfico.

---

---

7) Reposicione o controle deslizante **b** para a posição **b = 0**. O que você observa em relação ao comportamento da reta nesse momento?

---

---

*Para entendermos melhor a influência do coeficiente **b** no comportamento do gráfico, vamos fazer um estudo em dois momentos, conforme estabelecido nas questões 8 e 9.*

8) Varie os valores do coeficiente **b** lentamente para a direita (**0 até 5**). Nesse caso você aumentou ou diminuiu os valores de **b**? O que você observou com relação ao comportamento do gráfico?

---

---

9) Varie os valores do coeficiente **b** lentamente para a esquerda (**0 até -5**). Nesse caso você aumentou ou diminuiu os valores de **b**? O que você observou com relação ao comportamento do gráfico?

---

---

10) Nesse momento varie simultaneamente os coeficientes **a** e **b** e observe o comportamento do gráfico da Função  $f(x)$ . Utilize suas palavras para descrever a partir de suas observações como a variação dos coeficientes **a** e **b** da Função  $f(x)$  influenciam no comportamento do gráfico de  $F(x)$

---

---

---

---

---

---

**Sugestão para o professor:** nesse momento será interessante discutir com os alunos termos como “ângulo de elevação”, “declividade” e “translação.”

## CONSIDERAÇÕES SOBRE O MATERIAL

A elaboração e aplicação das atividades propostas nessa sequência didática, produto acadêmico da dissertação de mestrado de Nascimento (2020), foi baseada numa pesquisa sobre o ensino de Função, com destaque para a Função Polinomial do 1º Grau. Ao longo da apresentação das atividades e problemas, pontuamos considerações importantes que contribuíram para compreensão dos resultados obtidos. Em nossa proposta buscamos articular o tratamento desse conteúdo a utilização de recursos variados, (como vídeos, interações no grupo da rede social utilizado como AVA) e o uso do aplicativo *GeoGebra*. Notamos a riqueza de possibilidade nas formas variadas de tratamento do conceito de Função e assim como a importância dos direcionamentos da abordagem. Ainda ressaltamos a primazia da compreensão desse assunto pelos alunos do 9º ano, uma vez que, corresponde o primeiro contato com o conteúdo que posteriormente será aprofundado nas séries seguintes.

Outro aspecto considerado relevante e com bons resultados ao longo da pesquisa de campo, foi a dinâmica de atividades propostas em grupos de forma colaborativa. A participação e protagonismo dos alunos nas aulas ficaram mais evidentes, pois nessa proposta o professor assumiu o papel de mediador entre o aluno e conhecimento, com ações desafiadoras que emergem da discussão dos problemas propostos. A voz do aluno é reconhecida como ponto de partida das concepções científicas alcançadas pelas conjecturas dos educandos e formalizadas pelo professor. Visto isto, essa inovação rompe com o paradigma de que o professor é o responsável pelo saber e o aluno um “depósito” de conteúdo, assim enriquece a dinâmica da sala de aula e a utilização do AVA como extensão da sala de aula, e conseqüentemente a ampliando dos espaços de aprendizagem.

A utilização da rede social *Facebook* foi uma questão expressiva em nossa pesquisa. Em tempos em que a educação *online* ganha mais visibilidade, principalmente devido a necessidade do isolamento social em decorrência da pandemia de Coronavírus no ano de 2020, o impactou diretamente no fechamento das escolas, observamos as potencialidade, fragilidades e desafios dessa forma de ensinar e aprender. A implantação de plataformas de aprendizagem carece de um estudo amplo, tal como realizamos em na nossa pesquisa, sobretudo ao público no qual se destina e os objetivos pedagógicos pretendidos. No nosso caso, o acesso dos alunos ao ambiente escolhido foi um fator determinante para que não tivéssemos uma modalidade de ensino excludente. Sabemos que, a utilização de ambientes virtuais não depende somente do interesse do aluno, mas sim da disponibilidade de um computador, *notebook*, *tablet* ou

*smartphone* com acesso à internet. Por meio de nossa experiência observamos a potencialidade desse espaço, alcançando os propósitos que havíamos almejado. Além disso, constatamos a importância da mediação do professor nesse espaço virtual para que essa estratégia atinja os objetivos esperados.

Com relação à utilização de aplicativos e outros recursos tecnológicos no ensino de Matemática, consideramos extremamente importante a inclusão dessas ferramentas nos processos de ensino e de aprendizagem. A tecnologia deve ser utilizada a favor da educação, e não pode ser negligenciada pelo professor como empecilho desse processo. Entendemos que a utilização de recursos tecnológicos depende das constantes atualizações do professor relacionadas às inovações existentes. Outro aspecto importante é a forma como as tecnologias alinhadas aos objetivos pedagógicos do professor. O uso da calculadora, por exemplo, é possível e promissor, mas depende das finalidades pretendidas com essa utilização. O *GeoGebra* é uma outra alternativa, com a qual reconhecemos potencialidades tanto para uso em situações envolvendo Geometria, quanto aquelas que envolvem Álgebra. Sua utilização também depende do planejamento do professor e de uma familiaridade de suas funções e comandos pelos alunos, que poderá ir ocorrendo ao longo do trabalho.

Esperamos que esse material contribua com professores do ensino fundamental no sentido de refletir sobre a abordagem de Função. Desejamos que a reutilização do mesmo seja possível, sempre adequando a sequência proposta à realidade vivenciada pelos seus alunos. Em nossa experiência consideramos que a implementação do material foi muito proveitosa e satisfatória para os objetivos que elencamos. Sentimo-nos satisfeitos com o retorno e envolvimento dos alunos durante todo o processo de execução das atividades e coleta de dados, pois os mesmos foram compreensivos e contribuíram satisfatoriamente com o professor-pesquisador.

## APÊNDICE A

ATIVIDADE	PROBLEMA	Habilidades	ESPAÇO DE REALIZAÇÃO
1	P.1	Identificar a regularidade geométrica uma figura. Generalizar a situação para uma condição qualquer.	Sala de Aula
	P.2	Estabelecer relação de dependência entre variáveis de um problema. Determinar a imagem conhecido um elemento do domínio. Representar genericamente o problema por meio de expressão analítica.	
	P.3	Conceituar, a partir do entendimento da palavra, significados para “variável” e “dependência”. Representar uma situação problema por meio de uma tabela.	
2	P.4	Estabelecer a relação entre dois conjuntos a partir de uma situação problema. Identificar das relações consideradas, que representam Função.	Facebook
	P.5	Identificar que tipos de relações entre conjuntos (via diagrama de flechas) representa uma Função.	Sala de Aula
	P.6	Identificar a partir da observação tipos de gráficos que representa ou não uma Função utilizando o teste da reta vertical	
	P.7	Compreender a ideia de Função como uma máquina de transformação, em que cada elemento do domínio está associado de forma unívoca a uma imagem. Discutir o conceito de domínio, inclusive em situações onde haja impossibilidade matemática, e imagem de uma Função.	
P.8	Reconhecer num problema suas variáveis e estabelecer a relação de dependência entre elas.		
3	P.9	Ler, interpretar e representar algebricamente o problema por meio de uma função do 1º grau. Determinar a imagem conhecido um elemento do domínio e vice-versa.	Facebook
	P.10	Representar uma situação problema por meio de uma Função do 1º grau e determinar a imagem conhecido um elemento do domínio.	Sala de Aula
	P.11	Identificar os coeficientes de uma Função do 1º Grau.	
	P.12	Reconhecer numa situação problema a representação por meio de uma Função do 1º Grau e determinar a imagem a partir de um elemento do Domínio	
	P.13	Identificar a regularidade de uma sequência de figuras e associá-la a uma Função que a represente.	
P.14	Reconhecer o zero da função como o “ponto de equilíbrio”, nesse caso, de uma situação financeira cujo lucro é igual a zero.		
4	P.15	Determinar os pontos do gráfico de uma função, através de cálculos algébricos. Reconhecer através da união dos pontos a figura obtida.	

Estudo Dirigido I	Estabelecer conjecturas a partir de um Estudo Dirigido utilizando o aplicativo GeoGebra para <i>smartphone</i> . Identificar as relações entre os coeficientes e o comportamento gráfico de uma Função do 1º Grau.	Sala de Aula
-------------------	--	--------------

## REFERÊNCIAS

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>> Acesso em: 15 jan. 2019.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental – Matemática**. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> > Acesso em 17 jan.2019

NASCIMENTO, Adriano Araújo. **O uso do celular como ferramenta do ensino de Matemática**. Rio de Janeiro, PROPGPEC, 2017. 41 f. Produto Acadêmico - Programa de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2017.

\_\_\_\_\_. **Ensino de Função Polinomial do 1º Grau em uma Turma de 9º ano: Alguns Olhares Para Aprendizagem Mediada por Tecnologias**. Rio de Janeiro, PPGEducIMAT, 2020. 202 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, Rio de Janeiro, 2020.

RIO DE JANEIRO (Município). Secretaria Municipal de Educação. **Orientações Curriculares de Matemática**. Disponível em: <https://drive.google.com/drive/folders/0B5SqlDGNLGKkN3VIZzk3WDROMTg>. Acesso em 31.jul.2019

TINOCO, Lucia A.A. (Coord.) **Construindo o Conceito de Função**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/ UFRJ, 2001.

YOUSSEF, Antonio Nicolau; SOARES, Elizabeth; FERNANDEZ, Vicente Paz. **Matemática: Ensino Médio**, Volume Único– São Paulo: Scipione, 2005.

## ANEXO A



**PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO**  
Secretaria Municipal de Educação  
Subsecretaria de Ensino

### AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA

Sr (a) Coordenador (a) da E/5ª CRE

Autorizamos a realização do Projeto de Pesquisa Acadêmica, processo nº07/004.229/2019, denominado: **"O ENSINO DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU NUMA TURMA DE 9º ANO COM TECNOLOGIAS DIVERSAS"**, de Adriano Araújo do Nascimento, mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, de acordo com o Parecer Favorável da Comissão de Ética na Pesquisa da UFRRJ / COMEP e da Equipe Técnica da E/EPF.

O objetivo do trabalho é implementar atividades *online* mediante ambientes virtuais ou redes sociais.

O trabalho fará uso de questionário/entrevista, gravação e/ou filmagem com alunos, além de *prints* da tela do grupo da turma na rede social *Facebook*, com as interações dos alunos nas atividades propostas, bem como de outras formas de comunicação online: chat, live e bate-papo.

O pesquisador se compromete a respeitar a rotina da Unidade Escolar e a divulgar os resultados a Subsecretaria de Ensino, conforme a Portaria E/SUBE nº 2/2019.

A pesquisa terá validade até julho de 2021, podendo ser prorrogada após nova autorização.

Este documento deverá ser entregue na sede da E/5ª CRE e a pesquisa será realizada na E.M. Irineu Marinho.

Rio de Janeiro, 12 de julho de 2019

CHARLES WILSON MARTINEZ REJALA

Assessor III - E/SUBE

Matr.11/177137-7

Charles Wilson Martinez Rejala  
Assessor III - E/SUBE  
Matr. 11/177137-7

## ANEXO B



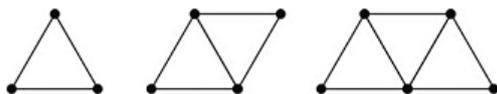
PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO  
ESCOLA MUNICIPAL IRINEU MARINHO – 5ª CRE  
PROFESSOR: ADRIANO DISCIPLINA: MATEMÁTICA

### ATIVIDADE 1 – CONHECIMENTOS PRELIMINARES

#### PROBLEMA

Fonte: Extraído do livro Construindo o Conceito de Função. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/ UFRJ, 2001. Lúcia Tinoco

Observem as figuras abaixo, formadas por palitos.



Utilize os palitos disponibilizados pelo professor e construa os triângulos seguintes, completando a tabela.

Nº TRIÂNGULOS	Nº PALITOS
1	3
2	5
3	?
4	?
5	?
...	...
<b>n</b>	?

- Quantos palitos foram necessários para construir 4 triângulos?
- Quantos palitos foram necessários para construir 5 triângulos?
- Considerando o problema proposto é possível perceber que existe uma relação entre o número de palitos e o número de triângulos. Quem depende de quem nessa situação?
- A partir da tabela que você preencheu você consegue estabelecer uma expressão matemática, considerando o número **n** de palitos e o número **T** de triângulos construídos? Qual seria essa expressão?

## PROBLEMA 2

**Fonte:** Elaboração própria do autor

O professor Adriano trabalha numa escola onde recebe seu salário em duas partes: um valor fixo de R\$ 700,00 e mais R\$ 22,00 por cada hora de aula ministrada. Considerando essa situação, responda:

- Do que depende o salário mensal do professor Adriano nessa escola?
- Qual seria o salário do professor em um determinado mês que ele trabalhou 40 horas em sala de aula?
- Qual seria o salário do professor Adriano em determinado mês que ele ficou afastado por problemas de saúde e não lecionou?
- Escreva uma fórmula que represente o salário do professor em função do número  $x$  de horas de aulas dadas.

## PROBLEMA 3

**Fonte:** Elaboração própria do autor

O professor Adriano vai da escola ao centro de Madureira e para isso irá precisar estacionar seu carro. Chegando ao estacionamento se depara como a seguinte tabela de preço:



**PAGUE R\$ 4,00 pela primeira hora e R\$ 3,00 para cada hora adicional ou fração.**

- Você sabe o que são variáveis? Quais são as variáveis desse problema?

---

---

- O que você entende por dependência? Qual a relação de dependência entre essas variáveis do Problema 3, ou seja, quem depende de quem?

---

---

---

- Construa uma tabela com o preço a pagar após 50 minutos, 1 hora, 2 horas, 3 horas, 4h 10m.

## ANEXO C – FUNÇÕES E RELAÇÕES



PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO  
ESCOLA MUNICIPAL IRINEU MARINHO – 5ª CRE  
PROFESSOR: ADRIANO DISCIPLINA: MATEMÁTICA

### ATIVIDADE 2

#### PARTE I (online) - Grupo do Facebook

##### 1) Vídeo Relações e Funções

(Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=2BUuKkg88VI>)



Atividade online- Grupo do Facebook

#### PROBLEMA 4

**Fonte:** UFF/ RJ (adaptada pelo pesquisador)

Em um certo dia, três mães deram à luz em uma maternidade. A primeira teve gêmeos, a segunda, trigêmeos e a terceira, um único filho. Considere, para aquele dia, o conjunto das 3 mães, o conjunto das 6 crianças e as seguintes relações:

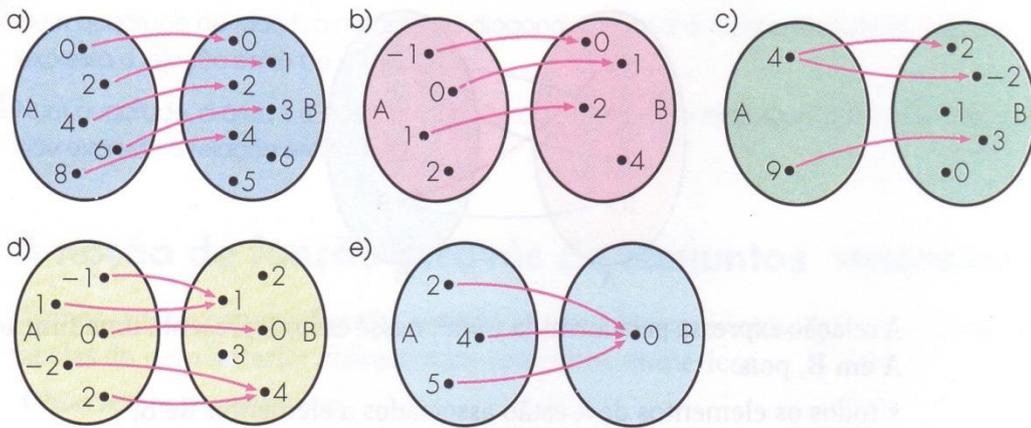
- I. A que associa cada mãe ao seu filho.
- II. A que associa cada filho à sua mãe.
- III. A que associa cada criança ao seu irmão.

Faça um diagrama que represente cada uma das três situações. Quais das relações obtidas são consideradas Funções? Por quê?

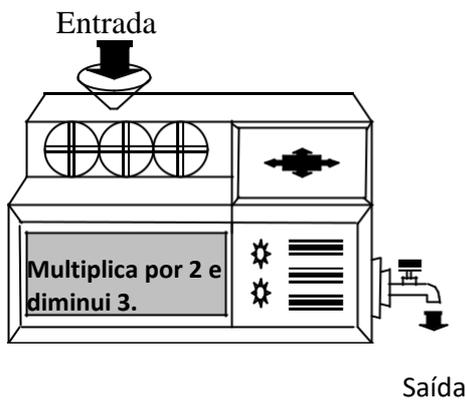
**PARTE II** (sala de aula)

**PROBLEMA 5** - Quais das situações a seguir representa uma Função do conjunto A no conjunto B?

Fonte:



**PROBLEMA 6** - Observe, abaixo, a máquina que transforma números:



a) Observe o que a máquina faz. Em seguida, complete a tabela abaixo:

Entrada: <b>x</b>	- 2	- 1	0	1	2	3	4
Saída: <b>y</b>							

b) Obtenha uma expressão Matemática que represente esse problema genericamente.

\_\_\_\_\_

c) Represente a situação do problema por meio de um diagrama.

**PROBLEMA 7** - Dada a função  $f(x) = x^2 + 1$ , determine a imagem dessa função sendo:

Fonte: Elaboração própria do autor

a)  $f(-2) =$

c)  $f(3) =$

b)  $f(0) =$

d)  $f(10) =$

### **PROBLEMA 8 – *Quem depende de quem?***

#### **Fonte:**

Indique em cada situação a seguir as variáveis envolvidas e a relação de dependência entre elas:

1) Em uma corrida de táxi, o usuário ou cliente deve pagar R\$ 5,00 de “bandeirada” (valor inicial que se paga fixado no taxímetro) e R\$ 2,00 por cada quilômetro rodado.

#### **Variáveis:**

#### **Relação de dependência:**

2) Uma bola é largada do alto de um edifício e cai em direção ao solo. Sua altura  $h$  em relação ao solo,  $t$  segundos após o lançamento, é dada pela expressão  $h = -25t^2 + 625$ . Após quantos segundos do lançamento a bola atingirá o solo?

#### **Variáveis:**

#### **Relação de dependência:**

3) Uma empresa A sabe que seu lucro ( $L$ ), em dólares, depende da quantidade produzida ( $Q$ ),

em sacas. Isso é expresso na seguinte equação

$$L = -30 + \frac{2}{5}Q$$

#### **Variáveis:**

#### **Relação de dependência:**

4) Numa cultura de bactérias, o número delas é dado pela função  $y = 1000 \cdot 3^{0,5 \cdot x}$ , onde  $x$  é o tempo decorrido em horas, e  $y$  a quantidade de bactérias após determinado tempo.

#### **Variáveis:**

#### **Relação de dependência:**

## ANEXO D – FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU E PROBLEMAS



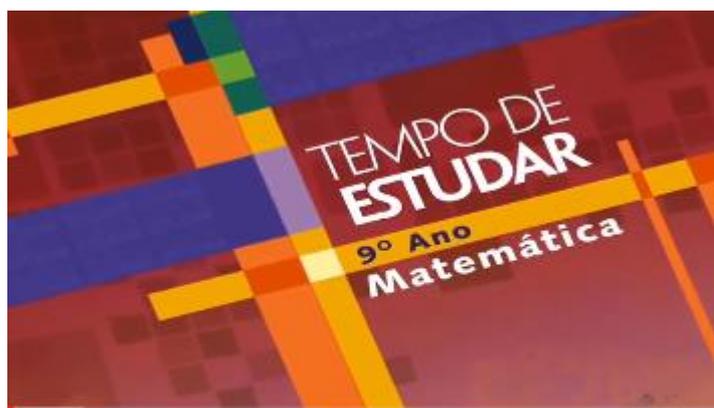
PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO  
ESCOLA MUNICIPAL IRINEU MARINHO – 5ª CRE  
PROFESSOR: ADRIANO DISCIPLINA: MATEMÁTICA

### ATIVIDADE 3 –

1) Vídeo: Função afim

(Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=iHsUromN4sQ>)

**PARTE I** (online) – Grupo do *Facebook*



Aula 40 - A função afim  
MultiRio

**PROBLEMA 9** - A academia “SuperForte” cobra uma taxa de matrícula de R\$ 90,00 e uma mensalidade de R\$45,00.

- Determine o preço a ser pago por uma pessoa que treinar nessa academia por 10 meses.
- Determine o preço a ser pago por uma pessoa que treinar nesta academia por  $x$  meses.
- Durante quanto tempo uma pessoa poderá treinar se quiser gastar no máximo R\$ 270,00?

**PROBLEMA 10** - Em uma corrida de táxi, o usuário ou cliente deve pagar R\$ 5,00 de “bandeirada” (valor inicial que se paga fixado no taxímetro) e R\$ 2,00 por cada quilômetro rodado. Seja  $x$  a distância percorrida por um táxi e  $y$  o preço a ser pago pela corrida; responda:

- Que função matemática representa essa situação?
- Quando pagaria um cliente ou usuário de um táxi, se fizesse uma corrida de 3,5 km?

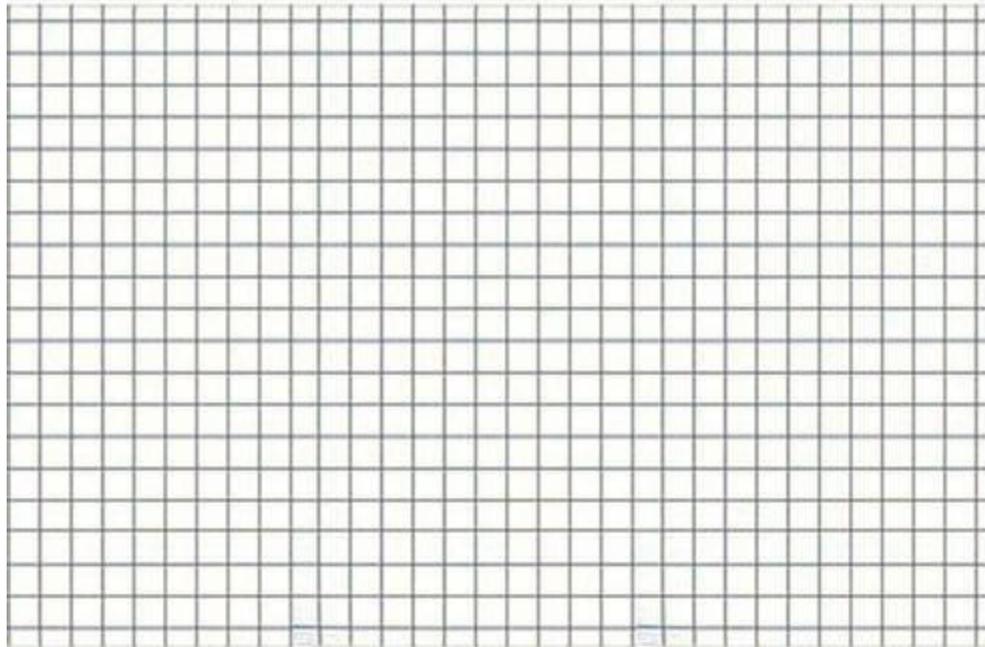




### **ATIVIDADE 4 – ESBOÇO GRÁFICO**

Considere as funções  $f(x) = x + 1$  e a função  $g(x) = -x + 1$ , faça o seguinte:

- 1) Construa uma tabela com valores do domínio da função ( $x$ ) como sendo -2, -1, 0, 1 e 2;
- 2) Determine a imagem dessas funções, obtendo em seguida os pares ordenados ( $x, y$ );
- 3) Una os pontos obtidos. Qual a figura que você obteve?
- 4) Quais as semelhanças e diferenças que você observa após a construção dos gráficos de  $f(x)$  e de  $g(x)$  que você observa?



## ANEXO F – ESTUDO DIRIGIDO 1



**PREFEITURA DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO**  
**ESCOLA MUNICIPAL IRINEU MARINHO – 5ª CRE**  
**PROFESSOR: ADRIANO DISCIPLINA: MATEMÁTICA**

I) Considerando as funções polinomiais do 1º grau [ **$y = ax + b$** ], objeto de nosso estudo, complete a tabela a seguir e construa o gráfico das funções a seguir utilizando o aplicativo GeoGebra no celular:

	FUNÇÃO	COEFICIENTE	
		a	b
<b>1</b>	$f(x) = x$		
<b>2</b>	$g(x) = 2x$		
<b>3</b>	$h(x) = 3x$		
<b>4</b>	$p(x) = 4x$		

1º Questão: O que essas funções têm em comum?

---

2º Questão: De acordo com os gráficos obtidos a partir do Geogebra, o que você observa de diferente a medida de você umenta os valores do coeficiente a? Existe alguma característica comum entre os gráficos dessas funções? Qual?

---

II) Construa o gráfico das funções a seguir utilizando o aplicativo GeoGebra, no celular:

a)  $f(x) = -x$

b)  $g(x) = -2x$

c)  $h(x) = -3x$

d)  $p(x) = -4x$

1º Questão: Qual a diferença das funções do item II para as funções do item I? No que isso interfere no comportamento do gráfico das funções no item II?

---

2º QUESTÃO: O que o gráfico dessas funções tem em comum? O que você observa de diferente a medida de você diminui os valores do coeficiente a?

---

3º QUESTÃO: Após realizar essas atividades, de forma geral, escreva de que forma o valor do coeficiente a influencia no comportamento do gráfico das funções polinomiais do 1º grau [ **$y = ax + b$** ].  
**NOTA:** As funções acima todas são lineares, ou seja, um caso particular de função polinomial do 1º grau na qual  $b = 0$ ].

## PARTE II

I) Construa o gráfico das funções a seguir utilizando o aplicativo Geogebra, no celular:

	FUNÇÃO	COEFICIENTE	
		a	b
1	$f(x) = x + 1$		
2	$g(x) = x + 2$		
3	$h(x) = x + 3$		
4	$p(x) = x - 1$		
5	$q(x) = x - 2$		
6	$r(x) = x - 3$		

Questão: O que o gráfico dessas funções tem em comum? O que você observa de diferente a medida de você aumenta os valores do coeficiente b? E quando você diminui?

---

II) Construa o gráfico das funções a seguir utilizando o aplicativo Geogebra, no celular:

- a)  $f(x) = -x + 1$
- b)  $g(x) = -x + 2$
- c)  $h(x) = -x + 3$
- d)  $p(x) = -x - 1$
- e)  $q(x) = -x - 2$
- f)  $r(x) = -x - 3$

1º QUESTÃO: Qual a principal diferença entre as funções do item I e do item II? O que você observou de diferença na construção dos gráficos das funções do item I e os construídos no item II?

---

2º QUESTÃO: Após realizar essas atividades, de forma geral, escreva no que o valor do coeficiente **b** influencia o comportamento do gráfico das funções polinomiais do 1º grau.

---

