



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO**  
**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS**  
**E MATEMÁTICA**

**UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA, DE *SMARTPHONE* E DE REFLEXÕES**  
**ESCRITAS NA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS RELACIONADOS A**  
**RETAS PARALELAS CORTADAS POR UMA TRANSVERSAL**

**RAYANNE COELHO BORGES CORREIA DUARTE**

2018



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO**  
**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS**  
**E MATEMÁTICA**

**RAYANNE COELHO BORGES CORREIA DUARTE**

**UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA, DE *SMARTPHONE* E DE REFLEXÕES**  
**ESCRITAS NA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS RELACIONADOS A**  
**RETAS PARALELAS CORTADAS POR UMA TRANSVERSAL**

*Sob a orientação do professor Doutor*

Marcelo Almeida Bairral

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de **Mestre em Educação em Ciências e Matemática**, no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática.

Seropédica, RJ

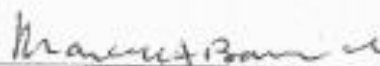
Março, 2018

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA

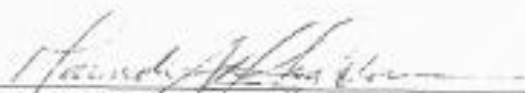
**RAYANNE COELHO BORGES CORREIA DUARTE**

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação em Ciências e Matemática**, no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 28/03/2018.



Marcelo Almeida Bairral, Prof. Dr. UFRRJ  
(Orientador)



Márcio de Albuquerque Viana, Prof. Dr. UFRRJ



Nilce Fatima Scheffer, Profa. Dra. UFFS

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

D812u

DUARTE, RAYANNE COELHO BORGES CORREIA, 1989-  
Utilização do GeoGebra, de smartphone e de  
reflexões escritas na construção de conceitos  
relacionados a retas paralelas cortadas por uma  
transversal / RAYANNE COELHO BORGES CORREIA DUARTE. -  
2018.

123 f.: il.

Orientador: MARCELO ALMEIDA BAIRRAL.

Dissertação (Mestrado). -- Universidade Federal Rural  
do Rio de Janeiro, PPGEducIMAT, 2018.

1. ENSINO FUNDAMENTAL; SMARTPHONE; GEOGEBRA; RETAS  
PARALELAS; LINGUAGENS.. I. BAIRRAL, MARCELO ALMEIDA,  
1969-, orient. II Universidade Federal Rural do Rio  
de Janeiro. PPGEducIMAT III. Título.

DUARTE, RAYANNE COELHO BORGES CORREIA. **Utilização do GeoGebra, de *smartphone* e de reflexões escritas na construção de conceitos relacionados a retas paralelas cortadas por uma transversal.** 2018. 122p. Dissertação (Mestre em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2018.

## RESUMO

A presente pesquisa está pautada na elaboração de atividades, na sua implementação e na análise do aprendizado geométrico de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola do município do Rio de Janeiro. A investigação enfatiza a importância da linguagem na construção do pensamento matemático e analisa o desenvolvimento do pensamento matemático em uma prática docente que valoriza a escrita, a fala e a interação em atividades em papel e com o uso do GeoGebra em *smartphone*. A coleta de dados foi realizada por meio de diário do pesquisador, folha de atividades, *print* de telas e gravação em vídeo. A análise está orientada na construção de conceitos relacionados a retas paralelas cortadas por uma transversal. As implementações foram divididas em dois grandes momentos: sondagem sobre alternômetro, colateral e correspondente; e construção e manipulação de figura, por meio do GeoGebra, utilizando o *smartphone* dos próprios alunos, com o objetivo de analisar propriedades sobre o comportamento de ângulos e retas. Como desafio o estudo aponta a falta de hábito dos estudantes em realizar atividades que utilizam a escrita e reflexões constantes sobre as mesmas. Como contribuições destaca o uso do GeoGebra App e do *smartphone* como recursos motivadores e desafiantes para a aula e para o aprendizado. A dinamicidade do *software* permite, além de observações articuladas dos conceitos previstos nas tarefas, outras inesperadas, por exemplo, a de ângulos suplementares. A investigação ressalta a importância de aulas interativas e dinâmicas com o uso de *softwares* e de atividades diversas no Ensino Fundamental. Como produto educacional a pesquisa gerou dois materiais curriculares educativos *online* para professores abordando aspectos do conteúdo de retas paralelas cortadas por uma transversal.

**Palavras chave:** Ensino Fundamental. *Smartphone*. GeoGebra. Retas paralelas. Linguagens.

## ABSTRACT

The present research is based on the elaboration of activities, in its implementation and in the analysis of the geometric learning of students from the 8th grade of middle School in the city of Rio de Janeiro. The research emphasizes the importance of language in the construction of mathematical thinking and analyzes the development of mathematical thinking in a teaching practice that values writing, speaking and interaction in paper activities and with the use of GeoGebra in smartphones. Data collection was done through the researcher's diary, activity sheet, screen print and video recording. The analysis is guided to the construction of concepts related to parallel lines cut by a transversal line. The implementations were divided in two great moments: probing on the terms: "alternate", "collateral" and "corresponding"; and the construction and manipulation of figures through GeoGebra, using the students' own smartphones aiming the analyzes of the properties on the behavior of angles and lines. As a challenge the study points out the students' lack of habit in carrying out activities that use writing and constant reflections on them. As a contribution, it emphasizes the use of the GeoGebra App and the smartphone as motivating and challenging resources for the class and its learning. The dynamicity of the software allows, besides articulated observations of the concepts foreseen in the tasks, other unexpected ones, for example, the one of complementary angles. The research highlights the importance of interactive and dynamic classes with the use of software and various activities in Middle School. As an educational product the research generated two online educational curricular materials for teachers addressing aspects of the content of parallel lines intersected by a transversal one.

**Keywords:** Middle School. Smartphone. GeoGebra. Parallel lines. Languages.

## LISTAS DE FIGURA

- Figura 1** – Atividade 3 – Circunferência e Quadrilátero
- Figura 2** - Atividade preliminar 2 – Recordar, explicar e desenhar
- Figura 3** - Desenho da dupla W e L.C fazendo referência à palavra Correspondente
- Figura 4** – Desenho da dupla L e R.A fazendo referência à palavra Alternar
- Figura 5** – Desenho da dupla C e A fazendo referência à palavra Colateral
- Figura 6** – Registro feito pelo aluno K
- Figura 7** – Registro feito pelo aluno V.C
- Figura 8** – Registro feito pelo aluno A
- Figura 9** – Registro feito pelo aluno A.B
- Figura 10** – Registro feito pelo aluno R.A
- Figura 11** – Construção realizada pelos estudantes na atividade 1
- Figura 12** - Registro feito pelo aluno R.A
- Figura 13** - Registros do trio H, L e J da atividade 2
- Figura 14** - Registros da dupla W e L.C da atividade 2
- Figura 15** - Construção realizada pelo trio H, L e J na atividade 2
- Figura 16** - Construção realizada pela dupla W e L.C na atividade 2
- Figura 17** - Registro feito pela aluna C
- Figura 18** - Registro feito pela aluna A.B
- Figura 19** - Registro e construção da dupla C e Y da atividade 3
- Figura 20** - Registro do grupo L, R e K da atividade 3
- Figura 21** - Construção realizada pelo trio L, R e K na atividade 3
- Figura 22** - Resposta da dupla L e H a questão 1-a na atividade avaliativa
- Figura 23** - Resposta da dupla W e L.V a questão 1-a na atividade avaliativa
- Figura 24** - Resposta da aluna B a questão 1-a na atividade avaliativa
- Figura 25** - Resposta da dupla W e L.V a questão 1-b na atividade avaliativa
- Figura 26** - Resposta da dupla W e L.V a questão 2 na atividade avaliativa
- Figura 27** - Resposta da dupla C e Y a questão 2 na atividade avaliativa
- Figura 28** - Registro feito pela aluna B
- Figura 29** - Registro feito pela aluna C
- Figura 30** - Os MCEO no portal do GEPETICEM

## LISTA DE QUADROS

**Quadro 1** – Organização dos trabalhos selecionados

**Quadro 2** - Síntese dos trabalhos selecionados

**Quadro 3** - Organização dos trabalhos selecionados usando tecnologia *touchscreen*

**Quadro 4** - Síntese dos artigos utilizando a tecnologia *touchscreen*

**Quadro 5** - Recorte das respostas dos alunos a atividade preliminar 1

**Quadro 6** – Cronograma de implementação das atividades

**Quadro 7** – Atividades analisadas

**Quadro 8** - Respostas da Atividade Preliminar 1 (1ª parte)

**Quadro 9** – Respostas da Atividade Preliminar 1 (2ª parte)

**Quadro 10** - Respostas da Atividade Preliminar 1 (3ª parte)

**Quadro 11** - Respostas semelhantes e curiosidades da Atividade 1

**Quadro 12** - Construções realizadas pelos estudantes na atividade 1

**Quadro 13** - Resultados obtidos após a implementação da Atividade 1

**Quadro 14** – Respostas semelhantes e diferenciadas



## **LISTA DE APÊNDICE**

**Apêndice A** – Atividade Preliminar 1 (parte 1)

**Apêndice B** – Atividade Preliminar 1 (parte 2)

**Apêndice C** – Atividade Preliminar 2

**Apêndice D** – Atividade 1

**Apêndice E** – Atividade 2

**Apêndice F** – Atividade 3

**Apêndice G** – Atividade avaliativa

**Apêndice H** – Folha de ícones

**Apêndice I** – Produto Educativo

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**AGD** – Ambiente de Geometria Dinâmica

**APP** - Aplicativo

**BOLEMA** – Boletim de Educação Matemática

**CTRL C** – Copiar

**CTRL V** – Colar

**GPEM** – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática

**GEPETICEM** – Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática.

**JIEEM** – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática

**MCEO** – Material Curricular Educativo Online

**PPGEduCIMAT** – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

**REVEMAT** – Revista Eletrônica de Educação Matemática

**TIC** – Tecnologias da Informação e Comunicação

**UFRRJ** – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	13
CAPÍTULO I – CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA – MAPEANDO ALGUMAS PESQUISAS.....	17
1.1 Seleção dos Textos e suas Características.....	17
1.2 Refinando a busca por textos mais específicos .....	25
CAPÍTULO II – LINGUAGENS E FORMAS DE MANIFESTAÇÃO DO APRENDIZADO MATEMÁTICO.....	30
2.1 Linguagem.....	30
2.2 A Linguagem Escrita e a Representação Pictórica .....	32
2.3 A Linguagem e o pensamento na aprendizagem da geometria .....	37
CAPÍTULO III – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	42
3.1 Organização.....	42
3.2 Elaboração das atividades .....	44
3.3 Abordagem e Caracterização.....	44
3.4 Os Sujeitos da Pesquisa.....	48
3.5 Coleta de Dados.....	49
CAPÍTULO IV - RETAS PARALELAS CORTADAS POR UMA TRANSVERSAL: CONVITE À REFLEXÃO ESCRITA E EM OUTROS REGISTROS COM O GEOGEBRA .....	50
4.1 Atividade Preliminar 1: Suscitando significados discentes para correspondente, alterno e colateral.....	51
4.2 Atividade 1: Relações entre os ângulos .....	60
4.3 Atividade 2: Quando duas retas paralelas se cortam por uma transversal .....	65
4.4 Atividade 3: Construindo e conjecturando em outros contextos.....	71
4.5 Atividade Avaliativa: Aplicando retas paralelas cortadas por uma transversal ..	74
REFLEXÕES CONCLUSIVAS .....	82
5.1 Buscando por significados para conceitos e reflexões articuladas .....	82

5.2 Aprendizado no GeoGebra com <i>smartphones</i> .....	84
5.3 Desdobramentos e Contribuições da Pesquisa .....	86
5.4 Sobre o produto educacional gerado.....	87
REFERÊNCIAS .....	90
APÊNDICE A – ATIVIDADE PRELIMINAR 1 (PARTE 1) .....	94
APÊNDICE B – ATIVIDADE PRELIMINAR 1 (PARTE 2) .....	95
APÊNDICE C – ATIVIDADE PRELIMINAR 2 .....	96
APÊNDICE D – ATIVIDADE 1 .....	98
APÊNDICE E – ATIVIDADE 2.....	99
APÊNDICE F – ATIVIDADE 3.....	100
APÊNDICE G – ATIVIDADE AVALIATIVA .....	101
APÊNDICE H – FOLHA DE ÍCONES.....	103
APÊNDICE I – PRODUTO EDUCATIVO .....	105

## INTRODUÇÃO

Atualmente alguns professores ainda utilizam abordagens tradicionais de ensino. Nelas a construção do conhecimento é vista como transmissão. Há pouca valorização da participação dos estudantes, pois o discente geralmente não tem voz, não participa das aulas, ou seja, é um simples receptor de conteúdo. Isso vem trazendo um efeito negativo nas aulas de matemática, pois o estudante, como mero receptor, não participa ativamente da construção do seu conhecimento, ou seja, não é protagonista do processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, as aulas tem se tornado cada vez mais desinteressantes aos olhos dos alunos, pois os mesmos não vêm significado para sua vida prática.

Em seu cotidiano os alunos estão cada vez mais familiarizados com as TIC (Tecnologias da Informação e Comunicação) e o professor pode servir como motivador nesse processo. O mundo passa por um momento de grande evolução das tecnologias, e os professores não estão utilizando essas ferramentas em sala de aula. Quando se analisa o ensino de matemática, observa-se a gravidade dessa situação, pois existem diversos aparatos tecnológicos que podem ser utilizados para o ensino e a aprendizagem.

É importante que o professor se aproprie dessas novas tecnologias no sentido de contribuir positivamente no processo de ensino-aprendizagem. Para o ensino de geometria, por exemplo, é de suma importância o uso de materiais concretos ou de *softwares* que permitem uma maior visualização, e permitem ainda a construção de conceitos e visualização de propriedades junto com o aluno. Segundo Bairral (2012):

[...] o professor precisa usar diferentes recursos para a criação de situações de aprendizagem desafiadoras. Os materiais didáticos diversos desenvolvem, diferentemente, os aspectos conceituais. No entanto, apenas o seu uso, sem reflexão e discussão dos processos geométricos envolvidos não garantem o aprendizado. (BAIRRAL, 2012, p. 26)

Recursos como calculadoras, computadores, *tablets*, *smartphones* podem contribuir para o ensino e a aprendizagem da matemática. Para o ensino de geometria, por exemplo, temos os Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD), que tem trazido possibilidades de inovação para o ensino. Esses ambientes possibilitam construções e visualizações dinâmicas de figuras geométricas, que permitem ao aluno manipular livremente e verificar propriedades, construir significados, fazer conjecturas.

Em relação as importantes contribuições da geometria dinâmica possíveis nesses instrumentos, Bairral destaca “[...] a interação do sujeito com a TIC utilizada; a descoberta mediante tentativa e erro; a observação, o levantamento e a verificação de conjecturas, bem como as diferentes formas (não estáticas) de representação do objeto em estudo” (BAIRRAL, 2012, p.26). É necessário utilizar-se esses ambientes, as tecnologias em favor da educação, sejam no clique do mouse (com computadores) ou no toque e arrastar de tela (com *tablets* e *smartphones*).

A busca de criar novas possibilidades, unindo as TIC ao ambiente escolar é a justificativa da presente pesquisa, desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática (PPGEduCIMAT) da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro e do GEPETICEM<sup>1</sup> - Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática.

Vale destacar o momento em que surgiu o interesse do uso das TIC em sala de aula. A motivação em trabalhar com *softwares* de Geometria Dinâmica nas aulas de matemática veio de uma experiência vivenciada pela autora no ano de 2013. Nesta experiência, na qual a mesma trabalhou em uma escola, com alunos de 6º ao 9º ano, ao lecionar a disciplina intitulada “Infomatemática”, esta buscava associar a matemática com a informática. Foi uma novidade e um desafio muito grande, pois a autora nunca tinha ouvido falar em uma disciplina com tal aproximação. Mas, ao mesmo tempo, foi muito interessante e proveitoso, pois foi possível perceber que as aulas se tornaram muito mais significativas, interessantes e atrativas para os alunos.

Trabalhar-se-á neste estudo os conceitos e as propriedades de geometria com o uso do software GeoGebra. Serão construídos polígonos mostrando as particularidades de cada um; classificar-se-ão triângulos de acordo com lados e ângulos; assim como serão construídos ângulos e classificar-se-ão cada um; serão trabalhados soma de ângulos internos, movimentando os polígonos e percebendo que a apesar dos ângulos mudarem o seu somatório sempre será o mesmo; serão traçadas as diagonais dos polígonos, definindo conceitos e fórmulas; entre outros.

Este estudo despertou o interesse da autora em relação ao uso das TIC nas aulas de matemática, pois foi possível observar na prática que funciona de verdade. Percebeu-se também que o interesse em participar das atividades foi muito intenso, os alunos foram participantes ativos do processo de ensino-aprendizagem.

---

<sup>1</sup> Disponível em <<http://www.gepeticem.ufrj.br/portal/>>. Acesso em 21 jun. 2017.

A presente investigação<sup>2</sup> identifica e analisa contribuições de um AGD para a construção de conceitos geométricos em uma prática docente que valoriza o diálogo, a escrita e a fala do aluno mediante atividades diversas, com papel e com o GeoGebra App. A pesquisa visa responder à seguinte questão: que contribuições o GeoGebra para *smartphone* traz para a construção de conceitos relacionados a retas paralelas cortadas por uma transversal, em turmas de 8º ano de uma escola municipal do Rio de Janeiro?

Articulados a essa questão, elaboramos os seguintes objetivos:

- Explicitar ideias prévias dos alunos sobre os conceitos de retas paralelas cortadas por uma transversal, especificamente sobre o significado das palavras correspondente, alterno e colateral, e analisar o seu aprendizado em uma prática que valoriza a fala, a reflexão escrita e outras formas de linguagem;
- Verificar contribuições e limitações do uso do GeoGebra para *smartphone* no aprendizado de conceitos de ângulos opostos pelo vértice, suplementares etc., valorizando a construção do conhecimento;
- Elaborar, a partir da vivência na própria prática, dois materiais curriculares educativos online (MCEO) direcionado à professores e abordando o conteúdo retas paralelas cortadas por uma transversal.

A seguir apresentar como a dissertação foi organizada.

No primeiro capítulo apresenta o levantamento bibliográfico realizado em dois momentos: o primeiro, de forma geral, buscando trabalhos que envolvessem um AGD no ensino de geometria; o segundo, mais específico, buscou trabalhos que utilizassem a tecnologia *touchscreen* para o ensino de geometria e especificamente para retas paralelas cortadas por uma transversal. Consequentemente, destacamos pesquisas que contribuem e dialogam com o presente trabalho.

O segundo capítulo discorre sobre os aspectos da linguagem (oral, verbal, escrita e do GeoGebra) articulados ao pensamento matemático em um AGD. Buscou-se enfatizar o uso da linguagem na construção de conceitos matemáticos, apresentando uma reflexão crítica sobre as atividades em desenvolvimento. Destaca-se também o uso da escrita, como forma de interação e reflexão que ocorrem nas implementações e é uma caracterização das atividades elaboradas.

---

<sup>2</sup> Integrante do projeto Construindo e analisando práticas educativas em educação matemática com dispositivos touchscreen, aprovado pelo Comitê de Ética na Pesquisa da UFRRJ (processo nº 23083.003202/2015-21).

O terceiro capítulo aborda os caminhos da pesquisa por meio do apontamento da organização do trabalho, a elaboração das atividades, sua abordagem e caracterização, os sujeitos da pesquisa e a coleta de dados.

O processo de análise das implementações constituem o quarto capítulo desta pesquisa, onde foi realizada a análise de cinco atividades: a primeira (Atividade preliminar) envolveu a escrita e a construção de significados; a segunda (atividade 1) buscou relações entre os ângulos, utilizando o *software*; a terceira (Atividade 2) em que os alunos construíram retas paralelas cortadas por uma transversal utilizando todos os conhecimentos aprendidos até o momento, utilizando o GeoGebra App; a quarta (Atividade 3) permitiu que os discentes trabalhassem em outros contextos, utilizando as atividades anteriores e também o *software*; e a quinta (Atividade avaliativa) buscou retomar os conceitos desenvolvidos nas atividades anteriores.

Por fim, o último capítulo que constituiu algumas reflexões, desdobramentos e ideias conclusivas. A pesquisa ressalta a importância de aulas interativas, dinâmicas e práticas, com o uso de *softwares* e de atividades diversas, no Ensino Fundamental. Como produto educacional a pesquisa gerou dois materiais curriculares educativos *online* para professores abordando o conteúdo “retas paralelas cortadas por uma transversal”.



# CAPÍTULO I – CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA – MAPEANDO ALGUMAS PESQUISAS

Este capítulo apresentará um levantamento bibliográfico descrevendo estudos que subsidiam reflexões articuladas aos objetivos da presente investigação.

## 1.1 Seleção dos Textos e suas Características

Com a finalidade de obter informações sobre o que as pesquisas vêm trazendo sobre a aprendizagem e o ensino de geometria com o software de AGD, em especial com o GeoGebra, esta seção procura verificar a relação com a pesquisa, que está pautada no ensino e na aprendizagem de retas paralelas cortadas por uma transversal mediante a utilização de um AGD. Será apresentado o levantamento bibliográfico efetuado a partir de artigos disponíveis, no período de 20 a 26 de maio de 2017, em algumas revistas eletrônicas em Educação Matemática, são elas: BOLEMA<sup>3</sup>, Novas Ideias em Informática Educativa<sup>4</sup>, Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo<sup>5</sup>, Boletim GEPEM online<sup>6</sup>, JIEEM<sup>7</sup>, VI Congresso Internacional de Ensino na Matemática<sup>8</sup>, XIX EBRAPEM<sup>9</sup>, XII ENEM<sup>10</sup>, REVEMAT<sup>11</sup>, Educação Matemática em Revista<sup>12</sup>.

O mapeamento foi efetuado com intuito de colaborar para a análise e para o desenvolvimento da pesquisa. Inicialmente, foram feitas inúmeras buscas com as seguintes palavras-chaves: ensino de geometria em AGD, contribuições do GeoGebra no ensino de geometria, ensino e aprendizagem com o GeoGebra, geometria com o GeoGebra, softwares de geometria dinâmica, retas paralelas cortadas por uma transversal utilizando o GeoGebra. Com isso, foi possível encontrar diferentes trabalhos relacionados ao ensino e a aprendizagem de geometria com o software de AGD e, especificamente, com o GeoGebra. A pesquisa foi

---

<sup>3</sup> Disponível em <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/>>. Acesso em 21 jun. 2017.

<sup>4</sup> Disponível em <<http://www.tise.cl/volumen9/sobre.html>>. Acesso em 21 jun. 2017.

<sup>5</sup> Disponível em <<http://revistas.pucsp.br/IGISP>>. Acesso em 21 jun. 2017.

<sup>6</sup> Disponível em <<http://www.ufrj.br/SEER/index.php?journal=gepem>>. Acesso em 21 jun. 2017.

<sup>7</sup> Disponível em <<http://pgsskroton.com.br/seer/index.php/JIEEM>>. Acesso em 21 jun. 2017.

<sup>8</sup> Disponível em <<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi>>. Acesso em 21 jun. 2017.

<sup>9</sup> Disponível em <<http://www.ufjf.br/ebrapem2015/>>. Acesso em 21 jun. 2017.

<sup>10</sup> Disponível em <<http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/>>. Acesso em 21 jun. 2017.

<sup>11</sup> Disponível em <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>>. Acesso em 21 jun. 2017.

<sup>12</sup> Disponível em <<http://www.sbemrasil.org.br/revista/index.php/emr>>. Acesso em 21 jun. 2017.

realizada no período de 20 a 26 de maio de 2017 e foram encontrados artigos compreendidos entre 2011 e 2016.

Os artigos pesquisados estiveram relacionados ao ensino de geometria com um AGD, implementados com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio e professores da educação básica. Apesar da proposta de pesquisa estar direcionada para alunos do Ensino Fundamental, buscou-se artigos relacionados à Educação Básica de forma geral, a fim de realizar um primeiro levantamento sobre as contribuições do GeoGebra no ensino e aprendizagem de matemática.

Nesse primeiro refinamento, foram selecionados 13 textos (Quadro 1), onde o objetivo era a busca por artigos que trouxessem atividades que foram implementadas utilizando o GeoGebra seja para computadores, para *tablets* ou *smartphones*. Porém, identificou-se elementos mais pontuais nos artigos pesquisados, com o objetivo de evidenciar possíveis contribuições para nossa pesquisa. Com isso, a pesquisa buscou analisar os artigos verificando algumas características: (a) a temática da pesquisa; (b) seus objetivos; (c) o AGD utilizado; (d) o referencial teórico; (e) a metodologia empregada na pesquisa; (f) os resultados obtidos. Abaixo, será apresentado um quadro com uma síntese dos textos selecionados, destacando a revista e o ano em que foi publicado, o(s) autor(es), o título do artigo, a(s) palavra(s)-chave(s) da busca realizada, assim como e algumas observações importantes que apontam a escolha dos textos para o desenvolvimento do trabalho.

Quadro 1: Organização dos trabalhos selecionados (Continua).

Revista/Ano	Autor (es)	Título	Palavras-Chaves	Observações Importantes
BOLEMA 2013	Celina Aparecida Pereira Abar; Sergio Vicente Alencar.	A Gênese Instrumental na Interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática	Educação Matemática; GeoGebra; Tecnologias da Informação e Comunicação.	Foi desenvolvida uma oficina, que foi dividida em 6 lições e composta por atividade. Foram trabalhados os conceitos de: Polígonos, ângulos e retas paralelas cortadas por uma transversal.

Quadro 1: Organização dos trabalhos selecionados (Continua).

Revista/Ano	Autor (es)	Título	Palavras-Chaves	Observações Importantes
BOLEMA 2011	Claudemir Murari.	Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática	<i>Softwares</i> de Geometria Dinâmica	A pesquisa trata de possibilidades do uso integrado de espelhos, caleidoscópios, materiais manipulativos e <i>softwares</i> de geometria dinâmica em estudos das geometrias euclidiana e não-euclidiana. Abordando os diversos tipos de <i>softwares</i> para cada tipo de atividade, mas não faz muito uso do GeoGebra para o ensino de geometria.
BOLEMA 2013	Maria Maroni Lopes.	Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria Usando o <i>Software</i> GeoGebra	<i>Software</i> de Geometria Dinâmica	A pesquisa apresenta um produto educacional, voltado a professores do ensino básico, com 6 atividades relacionados a trigonometria, utilizando o GeoGebra
BOLEMA 2015	Nélia Amado; Juan Sanchez; Jorge Pinto.	A utilização do GeoGebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler	Geometria; GeoGebra;	Os autores trazem a importância da demonstração para a matemática, fazendo um paralelo entre as demonstrações utilizando lápis e papel e as demonstrações utilizando os <i>softwares</i> de geometria dinâmica, em especial o GeoGebra.
Novas Ideias em Informática Educativa 2015	Geraldo Elias da Silva Junior; Rodrigo Duarte Seabra.	Contribuições do software livre GeoGebra no Ensino Fundamental: Uma experiência de uso	Software livre; GeoGebra.	Realização de lista de exercícios, revisando conteúdos anteriores utilizando, algumas vezes, o GeoGebra. Pouca ênfase nas atividades e seus respectivos resultados, bem como a utilização do GeoGebra.
Instituto GeoGebra SP 2016	André Pereira da Costa; Marcelo Câmara dos Santos.	Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do GeoGebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental	GeoGebra;	Desenvolvimento de uma sequência didática referente ao conceito de quadriláteros notáveis, por meio do GeoGebra, com alunos de 6º ano.

Quadro 1: Organização dos trabalhos selecionados (Continua).

Revista/Ano	Autor (es)	Título	Palavras-Chaves	Observações Importantes
Instituto GeoGebra 2012	Naiane Gajo Silva; André Krindges.	Geometria dinâmica GeoGebra – Uma nova maneira de ensinar	Geometria dinâmica; GeoGebra; Educação Matemática.	A metodologia utilizada é a aplicação da teoria estudada em sala de aula na prática utilizando o <i>software</i> GeoGebra, em um laboratório de informática. O que não estabelece relação com nossa pesquisa, visto que buscamos a construção do pensamento matemático.
Instituto GeoGebra SP 2015	André Tenório; Sandra Mara Rocha de Souza; Thaís Tenório.	O uso do software educativo GeoGebra no estudo de Geometria Analítica	GeoGebra;	Os autores realizaram as atividades, relacionadas ao estudo de distância entre dois pontos e de equação da reta, com duas turmas, uma utilizando o GeoGebra e a outra não, buscando constatar a importância do <i>software</i> no ensino de Geometria.
Instituto GeoGebra SP 2012	Melissa Meier; Maria Alice Gravina.	Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental	Geometria dinâmica;	A pesquisa traz atividades de modelagem no desenvolvimento do pensamento matemático. As autoras utilizam o GeoGebra para implementar atividades que ressaltem o pensamento geométrico a partir da modelagem.
Instituto GeoGebra SP 2012	Sônia Cristina da Cruz Mendes; Estela Kaufman Fainguelernt; Chang Kuo Rodrigues.	GeoGebra e a família dos números metálicos	Ensino de geometria; Aprendizagem em geometria	Foi utilizado o <i>software</i> GeoGebra para observar as relações entre os gráficos das funções quadráticas relacionados a seus coeficientes. A participação dos alunos e as atividades foram pouco exploradas. Os resultados finais não apresentam contribuições do AGD.
Boletim GEPEM 2014	Teresinha Aparecida Faccio Padilha; Maria Madalena Dullius; Marli Teresinha Quartieri.	Construção de fractais usando <i>software</i> GeoGebra	Geometria; GeoGebra	A pesquisa trata de investigar como a construção de fractais com o <i>software</i> GeoGebra poderia suscitar conhecimentos geométricos e algébricos.

Quadro 1: Organização dos trabalhos selecionados (Continua).

Revista/Ano	Autor (es)	Título	Palavras-Chaves	Observações Importantes
JIEEM 2015	André Tenório; Marcia Eliane Furtado de Oliveira; Thaís Tenório.	A influência do GeoGebra na resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau	Ensino de matemática; GeoGebra	Os autores investigaram a importância do <i>software</i> GeoGebra na resolução de exercícios e problemas sobre função polinomial do 1º grau com alunos de 1ª série do Ensino Médio. Foram aplicados pré-teste, pós-teste, lista de questões, registros de relatos das atividades com o GeoGebra e questionários.
VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática 2013	Alessandra Querino da Silva; Tatiana Silva dos Santos.	O uso do software GeoGebra no ensino de geometria plana	Ensino-aprendizagem; GeoGebra	Utilização de recursos do <i>software</i> GeoGebra para desenvolver atividades sobre tópicos de geometria plana. As atividades foram realizadas em 5 etapas, cada qual utilizando as potencialidades do GeoGebra no seu desenvolvimento.

Fonte: Elaboração da autora

A partir deste mapeamento foram selecionadas 6 pesquisas, em destaque no quadro anterior, (ABAR , ALENCAR, 2013; LOPES, 2013; COSTA, SANTOS, 2016; MEIER, GRAVINA, 2012; PADILHA, DULLIUS, QUARTIERI, 2014; SILVA, SANTOS, 2013) cujas pesquisas trouxeram a implementação de atividades com uso do software GeoGebra nos processos de ensino e de aprendizagem.

Abar e Alencar (2013) trazem em sua pesquisa de mestrado mediante o desenvolvimento de uma oficina de formação continuada, com o uso do GeoGebra, para professores de Matemática da Educação Básica. A proposta está pautada no uso do software GeoGebra por professores da Educação Básica no seu dia-a-dia, como recurso tecnológico que colabore no desenvolvimento de conceitos matemáticos. Os autores realizaram uma oficina que foi dividida em seis lições, onde foram trabalhados os seguintes conceitos: polígonos e ângulos, triângulos e a soma de seus ângulos internos, retas perpendiculares e paralelas.

A pesquisa de Lopes (2013) apresenta uma proposta de atividades investigativas, implementadas com alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública estadual. O seu objetivo foi o de analisar as potencialidades e as limitações do *software* GeoGebra no ensino e na aprendizagem de trigonometria. Foram adotadas concepções da Didática da Matemática no que se refere ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação com os recursos de um *software* de geometria dinâmica, em especial o GeoGebra, e atividades investigativas. A autora enfatiza a importância do uso de *softwares* de geometria dinâmica, pois o mesmo possibilita que o aluno faça investigações, descobertas, confirmação de resultados e fazer simulações. Nessa perspectiva o GeoGebra possibilita que o aluno movimente objetos e, a partir desse movimentos, investigue o que acontece com a sua construção, levantando hipóteses e assim percebendo as suas regularidades.

Para a elaboração das atividades, Lopes (2013) adotou uma perspectiva investigativa, estabelecendo um diálogo constante entre as investigações no ensino de Matemática e os recursos das TIC em sala de aula. Foram realizados 2 blocos de atividades abordando os conceitos de: soma dos ângulos internos de um triângulo; altura de um triângulo; semelhança de triângulos; razões trigonométricas no triângulo retângulo; círculo trigonométrico e funções trigonométricas com ênfase nas funções seno, cosseno e tangente. Dentre as potencialidades apresentadas pelo GeoGebra no ensino e na aprendizagem de trigonometria por meio de atividades investigativas estão, principalmente, a construção, o dinamismo, a investigação, visualização e argumentação (LOPES, 2013). A autora aponta algumas dificuldades de ordem estrutural (poucos computadores para turmas muito grandes e a falta de conhecimento, pelos professores, do sistema operacional instalado nas escolas).

Costa e Santos (2016) em sua pesquisa buscaram analisar as estratégias utilizadas por estudantes de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Recife, no desenvolvimento de uma sequência didática referente ao conceito de quadriláteros notáveis, por meio do GeoGebra.

A investigação consistiu em replicar uma sequência didática desenvolvida por Câmara dos Santos (1992; 2001) utilizando o GeoGebra. Essa sequência foi composta por 3 fases, sendo a primeira como forma de ambientação dos estudantes com o *software*, a segunda buscou-se trabalhar com os conceitos de ângulos e de circunferências, ligando-se a terceira, que consistiu em explorar os conceitos de quadriláteros notáveis. Os autores centraram-se em analisar a terceira fase, com uma turma de 6º ano do ensino fundamental, pois foi à etapa que explorou de forma mais efetiva os conceitos de quadriláteros notáveis e suas propriedades.

A pesquisa de Meier e Gravina (2012), realizada com uma turma de 8º ano de Ensino Fundamental de uma escola pública municipal, apresenta o desenvolvimento do pensamento matemático mediante a modelagem geométrica. A modelagem geométrica, foco da pesquisa, é uma representação, na linguagem matemática, de um mecanismo no qual as formas geométricas estão em movimento.

O trabalho, inicialmente, como forma de experiência, foi apresentado aos alunos por meio do site “Geometria em Movimento”<sup>13</sup>. O site foi criado para o desenvolvimento do trabalho com objetivo de desafiar os alunos na criação de sua própria modelagem geométrica, ou seja, instigar e estimular os alunos no desenvolvimento das atividades. A proposta didática foi elaborada para o ensino básico de geometria plana, articulado a proposta curricular específica da escola onde foi realizada a pesquisa, cujo objetivo é: o desenvolvimento do pensamento geométrico (formular conjecturas, fazer relações e refinar suposições) dos alunos através das ferramentas do GeoGebra. Foram organizadas 8 aulas onde foram abordados os conceitos de retas paralelas e perpendiculares, ângulos opostos pelo vértice, ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal e quadriláteros. Meier e Gravina (2012) destacam a importância da utilização do GeoGebra no desenvolvimento do pensamento geométrico e da atividade lúdica de modelagem geométrica, pois permitem aos professores trabalharem com seus alunos o desenvolvimento do raciocínio dedutivo.

Padilha, Dullius Quartieri (2014) apresentam uma experiência com alunos de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal com o objetivo de investigar como a construção de fractais com o *software* GeoGebra poderia suscitar conhecimentos geométricos e algébricos. As pesquisadoras iniciaram as intervenções com um questionário com o objetivo de instigar os alunos sobre quais formas geométricas conheciam, por meio de registro escrito. Em seguida foi utilizado o *software* para construções de fractais, ressaltando a importância de se aliar o uso de um AGD para o aprendizado geométrico. Com uma interface de fácil entendimento o GeoGebra ofereceu condições para manipulação dos diferentes componentes das figuras construídas permitindo a exploração e realização de conjecturas de forma a embasar a construção de conceitos geométricos e algébricos (PADILHA; DULLIUS; QUARTIERI, 2013).

Na pesquisa de Silva e Santos (2013), realizada com alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública, os autores buscaram utilizar recursos do GeoGebra para desenvolver atividades sobre tópicos de geometria plana. O objetivo da pesquisa foi:

---

<sup>13</sup> Disponível em <<http://odin.mat.ufrgs.br/modelagem/>>. Acesso em 22 jun. 2017.

compreender como a utilização de um *software* de geometria dinâmica afeta o ambiente de ensino, ressaltar a importância do mesmo para o ensino de geometria, verificar as possíveis dificuldades no desenvolvimento das atividades com o GeoGebra. As atividades foram desenvolvidas em 5 momentos abordando conceitos de: ângulos opostos pelo vértice, paralelogramos e suas propriedades, soma dos ângulos internos de um triângulo; retas paralelas, perpendiculares, interseção, ângulos e segmentos. Os autores buscaram, inicialmente, verificar o conhecimento prévio dos alunos, familiarizá-los com o *software* e aplicar atividades que contribuíssem para construção de conceitos do paralelogramo e suas propriedades.

As pesquisas anteriormente descritas mostram a importância do GeoGebra no ensino e na aprendizagem. Particularmente, essas sublinham que: atividades práticas, utilizando um AGD, permitem uma aprendizagem significativa para o estudante, pois o mesmo manipula, arrasta, move e assim descobre propriedades ou as verifica e constrói conceitos; o ensino de geometria precisa ser melhor explorado pelos docentes, fazendo uso de materiais manipulativos ou ferramentas virtuais que permitem uma melhor visualização das propriedades das figuras; os docentes devem propiciar um ambiente que estimule, instigue a curiosidade do aluno e que ocorra trocas de ideias, para que o mesmo possa desenvolver, a partir de suas observações e trocas com os colegas, o seu próprio conhecimento. No quadro abaixo faremos uma síntese das 6 pesquisas em destaque, cujos resultados nos deram um suporte para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Quadro 2: Síntese dos trabalhos selecionados.

Ano	Autor(es)	Conteúdo	Série	Contribuições
2012	Meier e Gravina	Modelagem Geométrica	8º ano	Desenvolvimento do pensamento geométrico; Implementações com o uso do GeoGebra.
2013	Abar e Alencar	Geometria Plana	Formação continuada	Potencialidades utilizando um AGD.
2013	Lopes	Trigonometria	2ª série	Proposta de atividades investigativas.
2013	Silva e Santos	Geometria Plana	1ª série	Proposta de atividades que contribuíssem para a construção de conceitos.
2014	Padilha, Dullius e Quartieri	Construção de Fractais	8º ano	Proposta de atividades para averiguar o conhecimento prévio dos estudantes e construção de conceitos.
2016	Costa e Santos	Quadriláteros notáveis	6º ano	Implementação de uma sequência didática utilizando o GeoGebra.

Fonte: Elaboração da autora



Porém, os textos selecionados, em sua maioria, utilizam o AGD no desktop, ou seja, em salas de informática utilizando computadores. Nesse sentido, os textos não abrangem toda nossa proposta, pois foco é um AGD mediante a tecnologia *touchscreen*. O que nos demanda a necessidade de novas buscas.

## **1.2 Refinando a busca por textos mais específicos**

Um AGD utilizando a tecnologia *touchscreen* é diferente do desktop, cada qual tem suas particularidades e finalidades. Em toda nossa pesquisa de artigos que trouxessem contribuições do GeoGebra para o ensino e aprendizagem, não encontramos nenhuma que utilizasse *smartphones* ou *tablets*. Nessa vertente e procurando identificar contribuições e dificuldades em pesquisas que tratassem do mesmo tema, julgou-se necessário realizar novas buscas.

No mesmo dia em que terminou-se a busca do levantamento bibliográfico abordado anteriormente, observou-se a necessidade da pesquisa por artigos que trouxessem contribuições do GeoGebra utilizando a tecnologia *touchscreen*. Nesse sentido foram realizadas, no dia 26 de maio de 2017, buscas por pesquisas que abrangessem a utilização do *software* GeoGebra para *Smartphones* ou *tablets*, com o objetivo de buscar mais elementos para o desenvolvimento do presente estudo.

Procurou-se então pelas seguintes palavras-chaves: GeoGebra para *smartphone*, retas paralelas utilizando o GeoGebra, GeoGebra *touchscreen* e retas paralelas. Dessa vez realizou-se uma seleção de artigos que contemplassem atividades implementadas com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, para fazer uma maior aproximação com o presente estudo.

Vale destacar que a pesquisa foi realizada nas mesmas revistas eletrônicas em Educação Matemática feita anteriormente. No quadro abaixo segue a organização dos textos selecionados.

Quadro 3: Organização dos trabalhos selecionados usando tecnologia *touchscreen* (continua).

Revista/Ano	Autor(es)	Título	Palavras-Chave	Observações Importantes
VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática 2013	Alexandre Rodrigues de Assis; Bárbara Caroline C. da Silva; Marcelo Almeida Bairral.	Um levantamento de dispositivos <i>touchscreen</i> voltados ao ensino de matemática	Dispositivos móveis; <i>Touchscreen</i> ; <i>Softwares</i> ; Aplicativos	Os autores fazem um levantamento de aplicativos e <i>softwares</i> para dispositivos móveis, voltados para o ensino e aprendizagem de matemática. Destacam a utilização desses dispositivos móveis, explorando a tecnologia <i>touchscreen</i> nos espaços de aprendizagem.
XIX EBRAPEM 2015	Bárbara Caroline C. da Silva	Uso de <i>smartphones</i> em atividades que auxiliem a construção de demonstração em geometria	<i>Smartphones</i> ; Tecnologia <i>touchscreen</i> ; <i>softwares</i> de geometria dinâmica	As atividades foram implementadas com licenciandos de Matemática da UFRRJ e envolvem construções geométricas, exploração de conceitos geométricos e demonstrações a respeito dos Quadriláteros, usando a tecnologia <i>touchscreen</i> .
ENEM 2016	Marcos Paulo Henrique; Wagner Marques.	Smartphones em sala de aula: buscando possibilidades para ensinar e aprender Matemática	<i>Smartphones</i> ; Ambiente de Geometria Dinâmica	São apresentadas 2 propostas de atividades: uma com cunho instigador, utilizando o <i>MyScript Caculator</i> e outra com caráter investigativo, utilizando o <i>software</i> GeoGebra na versão aplicativo. As atividades implementadas foram realizadas utilizando os smartphones dos próprios participantes.
XX EBRAPEM 2016	Marcos Paulo Henrique	Um toque ou um arrastar direto na tela do <i>Smartphone</i> : reflexões e possibilidades para aprender sobre retas paralelas cortadas por uma transversal por meio do GeoGebra	<i>Smartphones</i> ; Retas paralelas cortadas por uma transversal; GeoGebra	As atividades realizadas buscam a investigação e a aprendizagem dos estudantes em relação ao conteúdo de retas paralelas cortadas por uma transversal, usando os <i>smartphones</i> dos próprios alunos.

Fonte: Elaborada pelo pesquisador

Assis, Silva e Bairral (2013) trazem em sua pesquisa a seguinte questão: Que contribuições (curriculares, cognitivas ou epistemológicas) os dispositivos *touchscreen* podem trazer ao aprendizado matemático? A pesquisa realiza um levantamento do uso de dispositivos móveis com manipulação *touchscreen* direcionados para o processo de ensino e

aprendizagem de matemática. O artigo traz a importância da inovação tecnológica na prática dentro da sala de aula de Matemática. Os autores enfatizam a importância dos dispositivos móveis, utilizando a tecnologia *touchscreen*, nos espaços de aprendizagem, pois os mesmos possibilitam uma aprendizagem mais significativa e mais palpável.

A pesquisa de Silva (2015) vem sendo desenvolvida desde 2013, com implementações de atividades com licenciandos em Matemática da UFRRJ. Atividades que envolvem construções geométricas, exploração de conceitos e provas geométricas focadas em quadriláteros com 15 estudantes. Utilizando a tecnologia *touchscreen*, foram implementadas atividades que envolvessem uma combinação de múltiplos toques como arrastar, ampliar, tocar de modo simultâneo ou não, pois aumenta as possibilidades. A pesquisadora propõe algumas atividades que exigem construção, visualização, verificação e justificativas. Nessas atividades, percebeu-se que os licenciandos têm dificuldades em fazer as justificativas. Mas tem se observado que:

[...] o uso da tecnologia *touchscreen*, combinado com atividades de investigação e exploração, tem se mostrado efetivo no aprendizado dos graduandos, uma vez que os colocam em situações de envolvimento e posicionamento mais ativos (SILVA, 2015, p. 6).

Henrique e Marques (2016), com o objetivo de apresentar novas estratégias para professores de matemática, trazem uma oficina apresentando duas possibilidades para o uso *smartphone* em sala de aula. A primeira traz atividades instigadoras com a utilização do *software MyScript Calculator*, em que são abordados: os significados das operações, situações-problema, ordenação, múltiplo, divisor. A segunda proposta é de caráter investigativo, com implementação de atividades sobre algumas propriedades da geometria utilizando o *software GeoGebra*. As duas propostas abordam conteúdos pertinentes aos anos finais do Ensino Fundamentale foram implementadas em duplas ou trios utilizando os dispositivos dos próprios participantes.

Os autores destacam o ambiente de geometria dinâmica (AGD), que possibilita a construção de objetos a partir das propriedades que os definem, permitindo a manipulação do mesmo, sem que suas propriedades sejam alteradas. Nessa proposta foi utilizado o GeoGebra em sua versão aplicativo. Foram aplicadas 4 atividades investigativas utilizando esse *software*, com o objetivo de convidar o participante a reflexão, através da linguagem escrita e/ou verbal ou da socialização das descobertas realizadas pelos grupos. Os autores finalizam enfatizando a importância do *smartphone*, como ferramenta para promover a aprendizagem, dentro da sala de aula. Afirmando ainda que os “objetivos não estão voltados para o simples

ato de tocar ou deslizar as mãos sobre uma tela *touchscreen*, mas pautados na percepção dos conceitos envolvidos em cada uma das operações (ações) realizadas” (HENRIQUE; MARQUES, 2016, p. 8).

A pesquisa de Henrique (2016), foi constituída por implementações de atividades investigativas com *smartphones*, por meio do GeoGebra. Foram realizadas atividades buscando a investigação e a aprendizagem dos estudantes em relação ao conteúdo de retas paralelas cortadas por uma transversal, usando os *smartphones* dos próprios alunos. O autor enfatiza a importância da escrita, como processo de reflexão crítica do estudante. Em suas atividades, o autor faz uso da escrita por meio de questionamentos no decorrer da atividade e na elaboração de pequenos textos (construídos pelos próprios alunos) com objetivo de conduzir a reflexão. Aliado a esse processo, cita a argumentação e o diálogo como ferramentas importantes nesse processo de construção de conhecimento.

As atividades realizadas pelo autor foram implementadas com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Essas atividades foram realizadas em duplas e/ou trios, com o *smartphone* dos próprios alunos. Com relação às atividades implementadas, o autor destaca como obstáculo o uso inicial das nomenclaturas. Segundo o próprio autor “Expressões como alternos internos e alternos externos tende a tornar-se um obstáculo conceitual” (HENRIQUE, 2016, p. 9). O mesmo trás recortes das atividades realizadas pelos alunos, com o objetivo de enfatizar sua fala e reforçar a importância do uso de um AGD nesse processo de construção geométrica.

Todos os textos encontrados, e aqui apresentados, estão muito próximos de nossa pesquisa. Trazem implementações de atividades utilizando a tecnologia *touchscreen* em um ambiente de geometria dinâmica e apresentam, sobretudo, atividades utilizando o *smartphone* dos próprios discentes. No quadro abaixo, apresentaremos uma síntese dos artigos apresentados acima.

Quadro 4: Síntese dos artigos utilizando a tecnologia *touchscreen* (Continua).

Ano	Autor(es)	Conteúdo	Público	Contribuições
2013	Assis, Silva e Bairral	Investigação do uso de dispositivos <i>touchscreen</i> para o ensino e a aprendizagem de geometria.	Ensino Básico	Seleção de aplicativos para <i>smartphone</i> ; Análise das implementações para <i>smartphone</i> .
2015	Silva	Quadriláteros; construção e demonstração de conceitos.	Licenciandos	Análise das implementações para <i>smartphone</i> .

Quadro 4: Síntese dos artigos utilizando a tecnologia *touchscreen* (Continuação).

Ano	Autor(es)	Conteúdo	Público	Contribuições
2016	Henrique e Marques	Significados das operações; Geometria plana.	Ensino Básico	Análise de atividades investigativas para <i>smartphone</i> ; Análise de atividades instigadoras para <i>smartphone</i> .
2016	Henrique	Retas paralelas cortadas por uma transversal	8º ano	Análise das implementações para <i>smartphone</i>

Fonte: Elaboração da autora

A partir desse levantamento foi possível observar que ainda são muito escassas as pesquisas que utilizam o *smartphone* (com *touchscreen*), abordando temas da geometria e principalmente sobre o conteúdo abordado em nossa pesquisa, retas paralelas cortadas por uma transversal. O que enfatiza neste estudo e mostra a necessidade em intensificar pesquisas utilizando esse recurso.

## **CAPÍTULO II – LINGUAGENS E FORMAS DE MANIFESTAÇÃO DO APRENDIZADO MATEMÁTICO**

Matematizar é um processo natural, inerente a todo ser humano, que deve ser desenvolvido à medida que este tome consciência de um evento ou acontecimento matemático e construa para ele diferentes formas de convencimento (POWELL; BAIRRAL, 2006). Construir diferentes formas de convencimento é o indivíduo construir, por si só, formas de pensar matemática que caminhem para construções de conceitos ou pensamentos próprios.

Nos constituímos sujeitos que interagem pela linguagem. Tradicionalmente, a escrita assume uma prioridade no processo de ensino. Neste capítulo serão abordados os aspectos da linguagem (escrita, verbal e por meio do *software*) articulados ao pensamento matemático em um AGD. Assim, busca-se enfatizar neste capítulo a importância da linguagem na construção de conceitos matemáticos, apresentando uma reflexão crítica sobre as atividades em desenvolvimento. Nas atividades, preocupou-se com a linguagem escrita e a verbal dos alunos, fazendo registros (feitos pelos próprios alunos) e rodas de conversas sobre cada atividade executada.

A principal preocupação foi em ouvir os alunos das duas maneiras: escrita e verbalmente, com o objetivo de buscar elementos que os instigassem a construir seus próprios pensamentos e conceitos. Vamos nos apoiar em autores que nos darão suporte na relação linguagem e construção do pensamento matemático, trazendo uma linha reflexiva sobre esses dois aspectos que estão totalmente entrelaçados.

### **2.1 Linguagem**

A linguagem vem sendo muito estudada no meio acadêmico, como forma de expressão do pensamento crítico, de reflexão e de aprendizagem. Este movimento de compreensão do mundo que aparece retoricamente na escola implica ações de investigação e de discussão para internalização de funções mentais que garantam ao indivíduo a possibilidade de pensar por si (MARTINS, 2010). Para que isso ocorra, é preciso estimular o indivíduo a trabalhar com suas ideias, a analisar fatos e a discuti-las para que, na troca e no diálogo com o outro, construa o seu próprio pensamento comprometido e relacionado com práticas do meio social.

Segundo Martins (2010), o ser humano, ao nascer, vai interagindo socialmente com pessoas mais velhas e/ou mais experientes, que vão ajudando no desenvolvimento do pensamento e no comportamento da criança. A linguagem nesse processo é o principal instrumento simbólico de representação da realidade, postula-se a transformação das funções psicológicas elementares em superiores. Ainda de acordo com Martins (2010),

A passagem das funções psicológicas elementares para as superiores ocorre, portanto, pela mediação proporcionada pela linguagem que, na abordagem vygotskyana, intervém no processo de desenvolvimento intelectual da criança, desde o momento do seu nascimento; por si só, a criança não se apropria qualitativamente dos conhecimentos desejáveis que alcança por meio de interações profícuas com os elementos mais experientes do seu grupo social (MARTINS, 2010, p.114).

Assim, a linguagem é influenciada pelos meios sociais e formada a partir da troca com o outro. Segundo Vilia e Mendes (2011), a linguagem se realiza como prática que produz os sujeitos e as realidades sociais, os quais, por sua vez, há produzem, o que mostra o seu caráter constitutivo. Tal visão a desloca do lugar marginal e descritivo da realidade, tomando um lugar central na formação de fenômenos a serem estudados, característica esta associada ao movimento que acontece, tanto na filosofia como nas ciências humanas e sociais, conhecido como “giro” ou “virada linguística”.

A linguagem do meio ambiente, que reflete uma forma de perceber o real num dado tempo e espaço, aponta o modelo pelo qual a criança apreende as circunstâncias em que vive, cumprindo uma dupla função: de um lado, permite a comunicação, organiza e media a conduta; de outro, expressa o pensamento e ressalta a importância reguladora dos fatores culturais existentes nas relações sociais (MARTINS, 2010). Esse tipo de linguagem permite que a criança se comunique com o outro e expresse seu pensamento, ao perceber o mundo real.

Nesse processo, a linguagem, como forma de expressão do pensamento, está totalmente ligada ao meio social e ao relacionamento com o outro, que interfere diretamente na construção do pensamento do indivíduo. Em suas implementações, os discentes foram divididos em duplas e/ou trios de forma intencional, para que a interação com o outro influenciasse no desenvolvimento das tarefas. E essa influência ocorreu de maneira positiva, pois a interação entre eles, na construção e na manipulação das figuras, acarretou em um diálogo construtivo para o desenvolvimento do pensamento de cada um, ou seja, os estudantes interagiam e trocavam informações entre si para assim formular hipóteses e conjecturas.

A forma como o discente transfere seu pensamento para a escrita, para o papel, também reflete o momento de troca com o outro. Esse momento da escrita é individual, mas

está cheio de influências do meio social e da interação entre os indivíduos. Dessa forma, a linguagem escrita permite que o indivíduo expresse sua emoção, sua reflexão, sua fala egocêntrica (Vygotsky). Smolka (1993) aponta que a “fala egocêntrica” de Vygotsky, se refere à produção verbal das crianças que é orientada “para si” ou para nenhum ouvinte em particular, ou seja, é uma fala interior.

## 2.2 A Linguagem Escrita e a Representação Pictórica

Dada a importância da linguagem para a humanidade, em cada tempo e espaço, o processo de comunicação tem procurado adaptar-se de acordo com seu meio. A presença de diferentes linguagens e dos gêneros dos discursos procurou ultrapassar uma relação restrita de decodificação de palavras e frases, colocando-se diante de um movimento dinâmico de construção da própria linguagem (LUVISON, 2000).

A linguagem presente em um dado meio social influencia na maneira de seus integrantes pensar e agir. Segundo Lévy (1993), quando nos deparamos com uma nova informação ou um novo fato, devemos, para memorizá-lo, construir uma representação dele. Daí a importância da linguagem pictórica, que está presente nas aulas de matemática, ligada a linguagem escrita. O discente formula hipóteses e constrói imagens em seu pensamento antes de transferir para o papel, seja qual for a tarefa o aluno faz diversas representações antes de responder a qualquer tarefa.

Em geometria, especialmente, onde o estudante desenha diferentes figuras, muitas vezes, sem saber o porquê ou o que é, a linguagem pictórica é de suma importância para a construção do pensamento matemático. No sentido de exemplificar essa questão teórica, já nos reportando para as atividades que implementamos utilizando o GeoGebra nesta pesquisa para situar o leitor, o discente constrói uma figura, seguindo procedimentos e instruções, e depois analisa formulando hipóteses e testando conjecturas.

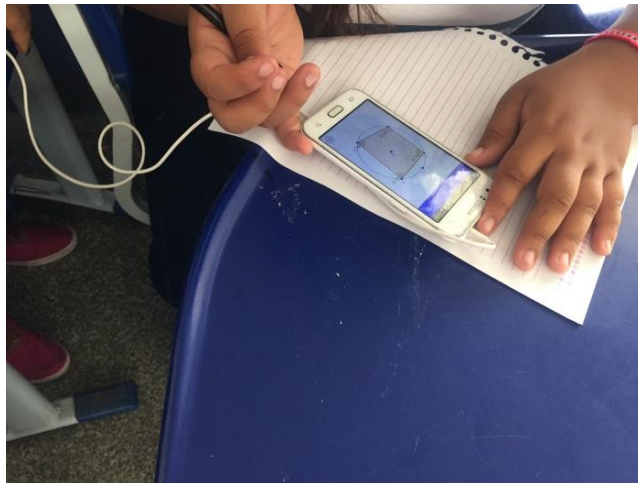
A linguagem pictórica e a escrita estão em total sintonia neste momento, pois a leitura de imagem prova um amadurecimento de ideias e o desenvolvimento do conhecimento. Como exemplo, temos na Figura 1<sup>14</sup> uma das duplas manipulando o constructo e amadurecendo ideias para a construção do conceito.

---

<sup>14</sup> Essa e outras figuras, obtidas na coleta de dados e apresentadas neste capítulo, são ilustrações para articular aspectos teóricos aqui discutidos. Nos capítulos de análise elas são retomadas.



Figura 1: Atividade 3 – Circunferência e Quadrilátero



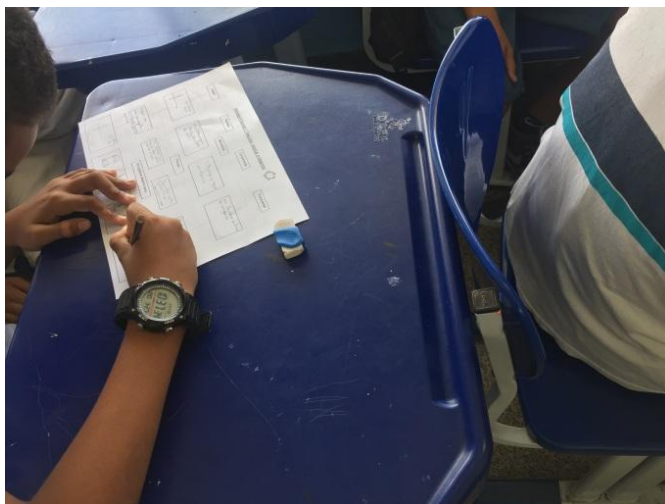
Fonte: Elaboração própria

A linguagem escrita na matemática funciona como um meio do indivíduo, como forma de expressão do seu pensamento, refletir sobre ideias e pensamentos para construir seus conceitos e organizar seus pensamentos, promovendo assim a aprendizagem. De acordo com Powell e Bairral (2006), a escrita força os interlocutores a refletir, diferentemente, sobre sua experiência matemática. Enquanto examinamos nossas produções, desenvolvemos nosso senso crítico. A escrita suporta atos de cognição e metacognição. O indivíduo, ao longo do tempo, desenvolve habilidades de reflexão e sozinho consegue selecionar e usar o melhor método para resolver uma tarefa. Em nossas implementações, buscamos que os discentes construíssem, manipulassem, refletissem e desenvolvesse o melhor caminho para estruturar seu raciocínio e assim formular sua própria resposta.

Novamente, nos reportando a presente pesquisa para exemplificação da questão da linguagem, em uma das atividades realizadas, os alunos buscaram em seus pensamentos, significados de palavras ou semelhança entre seus significados para realizar uma das atividades. Nessa atividade, os estudantes teriam que buscar em sua experiência de vida, significados para palavras que estavam envolvidas no conteúdo a ser estudado, palavras como: correspondente, alterno e colateral. Não precisava ter relação com a matemática, os alunos foram convidados a refletirem e escrever o que lembravam, o porquê e um possível desenho. Dessa forma, a linguagem utilizada na busca por significados e a transferência desse pensamento para o papel, foi de extrema importância para o desenvolvimento das atividades.

A seguir apresentamos a imagem (Figura 2) de um dos grupos desenvolvendo o pensamento e fazendo seus registros, em uma de nossas atividades.

Figura 2: Atividade preliminar 2 – Recordar, explicar e desenhar.



Fonte: Elaboração própria

A reflexão sobre a matemática que estão aprendendo leva os discentes a importantes avanços cognitivos e afetivos. Estudantes adquirem mais controle sobre sua aprendizagem e desenvolvem critérios para fiscalizar seu processo. Essa capacidade de controlar e fiscalizar o processo do aprendizado causa sentimento de realização. Alunos também desenvolvem confiança e motivação para fazer e entender matemática (POWELL; BAIRRAL, 2006). Quando são convidados a escrita em primeiro momento, causa certa estranheza, mas em seguida o motiva para desenvolver seu pensamento, e isto ficou muito claro no decorrer da pesquisa.

A intervenção do professor ajuda na melhora da escrita do aluno, essa escrita traz um pensamento crítico e um desenvolvimento intelectual para o mesmo. Segundo Powell e Bairral (2006),

Diferentemente da fala, a escrita é um meio estável que permite aos alunos e docentes examinarem colaborativamente o desenvolvimento do pensamento matemático. Quando responde às crônicas dos alunos, o docente pode, por exemplo, dar retorno a suas afirmações, interpretações, a seus questionamentos e descobertas. Nessa prática de releitura crítica o incentivo deve ser constante. (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.27)

Na primeira atividade desenvolvida, os discentes requisitavam a intervenção do professor devido ao fato de não estarem habituados a desenvolver esse tipo de aprendizagem, contudo eles foram deixados a vontade para construírem suas próprias respostas, para que fosse possível conhecer o conhecimento prévio dos mesmos. Para que esses conhecimentos nos trouxessem elementos para trabalhar as seguintes tarefas. A linguagem escrita, nesse momento, proporcionou uma materialização do pensamento de forma individual. Apesar das

interferências dos próprios colegas, cada um se expressou conforme sua construção de significado. Após a realização da tarefa foi realizada uma roda de conversa, citando as respostas dos alunos, debatendo e confrontando com definições do dicionário. Abaixo, apresentamos algumas respostas dos estudantes que ao longo da realização da tarefa interagiram uns com os outros e apresentaram repostas semelhantes.

Quadro 5: Recorte das respostas dos alunos a atividade preliminar 1<sup>15</sup>

Estudante	Colateral: me lembra...	Porque...
L e R.A	Efeito colateral	É uma reação.
K e L.V		Quando a pessoa toma remédio ela melhora, mas sente efeito colateral.
L.R e R		É bastante falada no dia-a-dia.

Fonte: Elaboração própria

Utilizando a linguagem escrita, temos também os ambientes virtuais que colaboram nesse processo de desenvolvimento do pensamento e na cooperação entre discentes e docentes. Powell e Bairral (2006) apontam dois ambientes, a escrita virtual (*e-mails, chat, fórum de discussão, etc.*) e a escrita convencional (lápiz e papel). A escrita virtual é construída hipertextualmente pelos interlocutores: professores e formador/pesquisador, ou seja, é uma escrita livre que permeia não interação entre os indivíduos. Nesse tipo de escrita, as repostas, advindas da interação entre os interlocutores, permitem a construção não-sequencial de redes de argumentação que, ao serem socializadas, podem ser orientadas e reavaliadas por qualquer membro de um ambiente formativo. Partindo das tarefas de formação, a construção hipertextual e a metamorfose de mensagens favorecem uma dinâmica comunicativa flexível e um processo interativo construtivo e profissionalmente significativo (POWELL; BAIRRAL, 2006).

Powell e Bairral (2006) fazem uma análise de uma escrita virtual, utilizando um espaço eletrônico, um espaço de conversa virtual entre discentes e docentes. O docente apresenta uma tarefa, na qual deve ser desenvolvida, em duplas, utilizando o *software Cabri*, que é um software para construções geométricas. Apresenta-se portanto o desenvolvimento da tarefa entre duas alunas, onde o professor faz interferências e interage com elas a fim de solucionar possíveis dúvidas e aguçar a curiosidade e o pensamento reflexivo das mesmas. Ao final todos comentam a utilidade da ferramenta virtual e faz um comparativo com as ferramentas manuais (lápiz, régua, compasso, esquadro e etc.), dizendo que as duas são

<sup>15</sup> Quadro ilustrativo da teoria abordada a partir do que será apresentado nos capítulos subsequentes.

importantes, cada qual no seu momento certo e com seu objetivo. Comentam que para utilizar o software o docente deve dominá-lo e que a aula deve ser muito bem preparada e objetivada.

A interação entre os estudantes no ambiente virtual é interessante no sentido em que os mesmos discutem opiniões e constroem significados importantes. A presença do instrutor/formador também é importante, no sentido em que o mesmo, a todo o momento, instiga os discentes a aprofundarem mais ainda suas reflexões. Nesse sentido, a escrita tem esse papel fundamental, de proporcionar uma conversa, uma interação para construção de conceitos ou conhecimentos e por fim, promover a aprendizagem entre os membros, cada um com sua significação própria.

No contexto da composição de um texto, Elbow (1973, 1981), citado em Powell e Bairral (2006), considera a escrita livre uma ferramenta expressiva para escritores gerarem ideias antes de compor um texto, ou seja, uma atividade de aquecimento que conduz a atividades mais complexas. A escrita livre significa, por exemplo, que em dez minutos se escreve sem parar, sem censurar ou editar. Na escrita livre, nunca se para olhar para trás, para riscar alguma coisa, para querer saber como se soletra uma palavra, para querer saber o que se está fazendo (POWELL; BAIRRAL, 2006). Os autores apontam alguns tipos de escritas eficazes para a aprendizagem e o ensino, são elas: os diários de aprendizagem, diferente da escrita livre eles são sempre públicos; diários de bordo (ou de campo), caderno cujos conteúdos são construídos coletivamente; portfólios, que permitem organizar os trabalhos dos alunos; diário do pesquisador, onde o pesquisador faz uso da escrita livre para registrar os acontecimentos de sua pesquisa; o discurso nos meios eletrônicos, onde os discentes discutem e refletem coletivamente; fórum de discussão.

Nessa perspectiva, os diários devem ser visto como um instrumento de autorreflexão, um espaço de intercâmbio. Daí a importância das atividades escritas em matemática, pois quando são incorporadas na aula de matemática, aplica-se de maneira diversificada um importante princípio pedagógico: o aprendizado é otimizado quando alunos refletem criticamente sobre suas experiências matemáticas, reagindo a situações matemáticas e questões que são pessoais e de seu próprio arbítrio (POWELL; BAIRRAL, 2006).

Ao ler, compreender e escrever sobre seus pensamentos, inferindo, antecipando, identificando e reconhecendo palavras, conceitos e a linguagem matemática, o aluno estabelece com o texto do problema uma relação de sentido que ele atribui a esses escritos e, ao mesmo tempo apropria-se deles, na leitura do próprio gênero. (LUVISON, 2000). Assim, o

aluno estabelece uma relação com sua escrita, que o faz (re)organizar suas ideias e pensamentos a fim de construir significados para sua linguagem escrita.

Nessa vertente e em acordo com Luvison (2000), Powell e Bairral (2006) a escrita é uma ferramenta importante para desenvolver a cognição e fomentar o aprendizado matemático. A cognição matemática deve ser desenvolvida em contexto de produção que vai além da expressividade e da individualidade. Deve promover reflexão crítica, bem como preconizar processos colaborativos de diferentes dimensões e de tomada de consciência sobre as experiências individuais e coletivas.

Com isso, o professor tem um papel fundamental na construção do pensamento e na aprendizagem do aluno por meio da escrita. O papel do professor na análise da escrita, seja ela produzida em cenários presenciais ou mediada pelas ferramentas da Internet, deve ser o de incentivar o escritor, de buscar e de explicitar o entendimento de partes do texto e de instigar o autor com novos questionamentos (POWELL; BAIRRAL, 2006).

### **2.3 A Linguagem e o pensamento na aprendizagem da geometria**

O ensino de geometria, na maioria das escolas, ocorre de forma estática e pouco reflexiva. Os discentes reproduzem figuras, suas definições e propriedades, sem chance de manipular e refletir sobre suas particularidades. Por ter pouco tempo em sala de aula, o docente acaba deixando os conteúdos de geometria em segundo plano.

Entende-se que as atividades geométricas podem estimular reflexões e questionamentos matemáticos, todo o caminhar de uma atividade geométrica envolve construção, manipulação, visualização e desenvolvimento do pensamento matemático. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998)<sup>16</sup> o estudo dos conceitos geométricos constitui parte do currículo de Matemática no Ensino Fundamental e desenvolve um pensamento que permite ao aluno, compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive.

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.(PCN, 1998, p.51)

---

<sup>16</sup> Disponível em < <http://portal.mec.gov.br/>>. Acesso em 23 jun. 2017.

O uso de *softwares* que possibilitem manipular, visualizar de maneira não estática, refletir e construir conceitos, é uma das recomendações do PCN (1998). O Ambiente de Geometria Dinâmica está inserido nesse processo, pois é um ambiente que possibilita o “arrastar” de objetos pela tela do computador (mouse) ou pela tela de *tablets* e *smartphones* (*touchscreen*), proporcionando transformações de figuras geométricas em tempo real. Os softwares de geometria dinâmica permitem aos estudantes criarem construções geométricas e manipulá-las facilmente (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 1069).

Segundo Silva e Meier (2015), os softwares de geometria dinâmica, dentre eles o GeoGebra, são ferramentas que permitem a construção de figura geométricas a partir de suas propriedades.

A manipulação direta dos objetos construídos e que são colocados em movimento na tela do computador faz com que os alunos observem os resultados obtidos, inicialmente de forma empírica, porém após determinado tempo é possível estimular o desenvolvimento da argumentação, que visa explicar as regularidades percebidas (SILVA; MEIER, 2015, p. 137).

É importante destacar, que quando o estudante utiliza pela primeira vez um *software* de geometria dinâmica é comum que misture a visão que ele tem de desenhar e construir um objeto. Em um primeiro momento eles acabam usando a ferramenta somente como desenho. Ao construírem a figura, ao movimentarem e arrastarem, eles começam a perceber que a figura não é apenas um desenho. E ainda quando são instigados a refletir, buscar conceitos e propriedades, percebem a riqueza dessas ferramentas para o ensino de geometria. Dessa forma, acabam notando, por exemplo, que ao construírem retas paralelas não vão clicar em dois pontos aleatórios na tela, e sim utilizar o ícone que a define como paralela. Esse amadurecimento vai sendo desenvolvido à medida que os discentes são confrontados com perguntas e levados a reflexão.

A linguagem presente na geometria abrange a escrita, a imagem (pictórica) e a fala, pois esses três aspectos dão suporte para uma aula significativa em que o aluno fala, observa e faz conjecturas, a fim de produzir seu conhecimento.

O discurso seja pela fala ou pela escrita, contribui para uma aprendizagem significativa e para a construção do pensamento do indivíduo através do diálogo. “A natureza do significado enquanto tal não é clara; no entanto, é no significado que o pensamento e o discurso se unem em pensamento verbal” (VYGOTSKY, 2001, p. 11).

Nesse sentido, Vygotsky traz o significado das palavras vindo do pensamento e da linguagem, constituindo o pensamento verbal. Afirma que

Como o significado das palavras é, simultaneamente, pensamento e linguagem, constitui a unidade do pensamento verbal que procurávamos. Portanto, torna-se claro que o método a seguir na nossa indagação da natureza do pensamento verbal é a análise semântica – o estudo do desenvolvimento, do fundamento e da estrutura desta unidade, que contém o pensamento e a linguagem inter-relacionados. (VYGOTSKY, 2001, p.12)

Dessa forma, “ter a consciência de que o signo, a linguagem, o modo como interpretamos, o que dizemos e o que fazemos são matéria de interpretação, deita por terra a ideia de que a aprendizagem é um processo de assimilação” (NUNES, 2011, p. 152). Estamos num constante processo de aprendizagem, de construção de pensamento, de construção de significados, e isso ocorre com os próprios alunos ou com todas as pessoas.

Unindo-se ao pensamento de Vygotsky, em que pensamento e linguagem estão entrelaçados, sentimos a necessidade em refletir ainda mais sobre aprendizagens realizadas em um ambiente de geometria dinâmica. Muitos autores tem dado ênfase ao papel mediador destes ambientes na construção do pensamento geométrico.

A linguagem utilizada nestes *softwares* de geometria dinâmica permite a visualização, a construção de figura e o raciocínio que será desenvolvido. Segundo Nunes (2011),

O pensamento dos alunos inicia-se com a linguagem natural e depois vai progredindo ao integrar termos próprios da linguagem matemática e que convergem numa complexa teia de ideias formando deste modo um conceito matemático (NUNES, 2011, p. 37).

Assim, apesar dos softwares apresentarem uma linguagem diferenciada, permitem uma visualização e construção de conceitos e propriedades de forma mais significativa. Segundo Scheffer (2012),

[...] tais ambientes são considerados válidos para o ensino e aprendizagem da Matemática nos diferentes níveis de ensino, por possuírem interface propícia à investigação, apresentando resolução gráfica, linguagem coerente e praticidade. Além disso, esses ambientes disponibilizam comandos de fácil manejo e entendimento e proporcionam itens de ajuda que facilitam a sua exploração (SCHEFFER, 2012, p.31).

A construção de significados está na interação com o outro, pois o conhecimento não está no sujeito nem no objeto, mas na interação entre ambos. Nesta dinâmica, é possível apontar que o sujeito é um elemento ativo no processo de construção do seu conhecimento, pois conforme estabelece relações e se comunica, desenvolve-se cultural e socialmente, constituindo-se como indivíduo ativo (MELLO; TEIXEIRA, 2012, p. 3).

Dessa forma, com o entendimento de que o processo de aprendizagem só ocorre mediante a interação dos sujeitos, em um momento em que vivemos um crescente avanço

tecnológico e a presença marcante deste nas escolas, é de suma importância que se explore a partir de sua apropriação como um espaço interativo e, portanto, propício de aprendizagem. De acordo com Lévy (1993), as tecnologias habitam o cotidiano de tal forma que já fazem parte de nossa “natureza humana”, então, podem ser pensadas como “tecnologias da inteligência”, e, portanto, se articulam com o sistema cognitivo de tal forma que não conseguimos pensar sem seu auxílio. A necessidade de comunicação entre as pessoas viabilizou a criação de um tipo especial de tecnologia, a “tecnologia da inteligência”, sua base é imaterial, ou seja, ela não existe como equipamento, mas como linguagem.

O ambiente de geometria dinâmica permite a construção do conhecimento de forma coletiva. Diferente de uma aula convencional, onde o professor transmite informações, num ambiente colaborativo é importante à valorização da identidade, as ações são tomadas em conjunto, não existe um detentor do saber, e sim, todos estão ali para aprender através da partilha de informações (MELLO; TEIXEIRA, 2012, p. 7). A relação professor-aluno ocorre de forma horizontal, a interação entre os sujeitos ocorre a todo tempo, cooperando entre si para construção do conhecimento.

O GeoGebra, escolhido para realização desta pesquisa, também possui uma linguagem própria. Nele é possível encontrar alguns tipos de comandos, que não são comuns ao dia-a-dia escolar dos alunos. A forma de definir um ângulo, por exemplo, é feita a partir de três pontos e o GeoGebra interpreta automaticamente o segundo ponto como vértice. O programa nomeia o ângulo com uma letra grega, o que gera uma dificuldade por usar uma notação desconhecida. Segundo Nunes (2011), como existem diferentes tipos de notações, podem gerar dificuldades aos alunos na hora de expressarem relativamente os ângulos. Logo, é preciso que os alunos se apropriem dessa linguagem para que possam visualizar, manipular e construir figuras, gráficos.

Ainda, de acordo com Nunes (2011), tudo o que fazemos na aula de Matemática é feito por meio de signos e estes são portadores de significado. Quando usamos o GeoGebra, por meio da produção de signos e, portanto, de significados, não é a mesma coisa de usarmos papel e lápis. O *software* possibilita uma melhor visualização de propriedades, pois permite a manipulação de figuras com maior mobilidade e rapidez. Isso facilita no processo de construção do pensamento geométrico e posteriormente na execução das atividades, pois a variedade de signos possibilita inúmeras interpretações e construções de conceitos próprios.

Em nossas atividades, o primeiro contato dos estudantes com o GeoGebra, causou estranheza, pois não estavam habituados a manipular tais ferramentas, ou seja, não sabiam



lidar com sua linguagem. Deixou-se então que os discentes manipulassem livremente o *software*, a fim de familiarizá-los com o mesmo. Em um segundo momento, colocou-se diante dos alunos uma folha de ícones (ASSIS, 2015), apresentando suas funcionalidades. Dessa forma, proporcionou um melhor entendimento das ferramentas do GeoGebra e, conseqüentemente, de sua linguagem. Concomitantemente, foram feitas construções utilizando cada grupo de ícones, com o objetivo de demonstrar sua funcionalidade e já prepará-los para as atividades seguintes.

O pensamento matemático dos alunos é um processo evolutivo que vai progredindo à medida que os termos usados na linguagem corrente se vão interligando com os termos próprios da linguagem matemática. A Geometria não é exceção e esta é uma área que tem por um lado, uma linguagem muito própria e por outro, algumas noções que se confundem com os conceitos espontâneos que os alunos adquiriram ao longo da sua vida. (NUNES, 2011, p.152)

A linguagem presente no GeoGebra (notação, ícones e a interface), com toda a preparação e preocupação que tivemos, foi de boa compreensão e permitiu a execução das atividades de forma tranquila. É importante que o professor tenha essa preocupação com a linguagem do *software* utilizado, para que o aluno possa se familiarizar, entender e buscar aproximar da sua linguagem natural. Os conhecimentos para manuseio das tecnologias despertam nos seres humanos um constante processo de aprendizagem.

## CAPÍTULO III – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentaremos os caminhos percorridos para o desenvolvimento da pesquisa, bem como a organização; a elaboração das atividades; a metodologia da pesquisa que empregamos; os sujeitos e, de que forma coletamos os dados a partir das implementações.

### 3.1 Organização

Essa pesquisa, realizada na própria prática da autora, tem como objetivo explorar o ensino de geometria com o uso de um AGD, o GeoGebra para *smartphone*. Foram realizadas atividades com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município do Rio de Janeiro, na perspectiva de analisar o aprendizado dos estudantes sobre retas paralelas cortadas por uma transversal. Vale ressaltar que a escolha desse conteúdo se justifica por constar das orientações curriculares<sup>17</sup> da Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro, por ser um tópico que constava do planejamento e deveria ser ensinado pela professora em sua turma, e por ser um tema que suscitou mais implementação e análise com a pesquisa de Henrique (2017).

A análise das atividades foi realizada com o objetivo de verificar o conhecimento prévio dos estudantes, bem como analisar a construção do pensamento geométrico, aliada a uma prática docente que valoriza a escrita e a construção do conhecimento em uma reflexão com atividades a partir do uso do GeoGebra. Na presente proposta, apresentamos os seguintes objetivos específicos: (i) explicitar ideias prévias dos alunos sobre os conceitos de retas paralelas cortadas por uma transversal, especificamente sobre o significado das palavras correspondente, alterno e colateral, e analisar o seu aprendizado em uma prática que valoriza a fala, a reflexão escrita e outras formas de linguagem; (ii) verificar contribuições e limitações do uso do GeoGebra para *smartphone* no aprendizado de conceitos de ângulos opostos pelo vértice, suplementares e etc., valorizando a construção do conhecimento; (iii) elaborar, a partir da vivência na própria prática, um material curricular educativo online (MCEO) direcionado a professores e abordando o conteúdo retas paralelas cortadas por uma transversal.

---

<sup>17</sup> Disponível em <<http://www.rioeduca.net/recursosPedagogicos.php>>. Acesso em 23 jun. 2017.

O trabalho de campo foi desenvolvido tendo como base as atividades realizadas por Henrique (2017), onde procurou-se refazer as atividades, adaptando-as e explorando algumas ideias não desenvolvidas pelo autor, que ocorrerá ainda neste estudo. Acerca do objetivo, este foi o de investigar mais o tema aliado ao uso do GeoGebra no *smartphone*. As atividades foram (re)organizadas e reformuladas a medida em que ocorriam as implementações, de acordo com a necessidade que se apresentava em cada momento. No quadro abaixo apresentamos a organização das atividades implementadas entre os dias 27 de Março a 17 de Abril de 2017.

Quadro 6: Cronograma de implementação das atividades.

<b>Atividade</b>	<b>Data</b>	<b>Tempo Previsto</b>	<b>Objetivo</b>
Reconhecimento do software	27/03/2017	50 min	Compartilhar o software com os alunos, por meio de Bluetooth, e deixar que os alunos manipulem livremente para reconhecimento do aplicativo e ambientação.
Preliminar 1 – Parte 1	27/03/2017	50 min	Averiguar o conhecimento prévio dos alunos em relação às palavras ângulo, concorrente, paralelo e transversal.
Preliminar 1 – Parte 2	31/03/2017	50 min	Averiguar o conhecimento prévio dos alunos em relação às palavras correspondente, colateral e alterno.
Preliminar 2	31/03/2017	50 min	Averiguar como os alunos relacionam às palavras concorrente, paralelo, transversal, correspondente, colateral e alterno no contexto da Geometria.
Folha de ícones	07/04/2017	50 min	Fazer o reconhecimento dos ícones presentes no software GeoGebra com os alunos.
1	07/04/2017	50 min	Verificar as relações existentes entre os ângulos formados entre duas retas concorrentes.
2	12/04/2017	100 min	Identificar relações existentes entre duas retas paralelas com uma transversal.
3	17/04/2017	50 min	Propor a identificação de propriedades em outros contextos.
Avaliativa	17/04/2017	50 min	Averiguar os conhecimentos adquiridos, nas tarefas anteriores, pelos alunos através de problemas escritos.

Fonte: Elaborada pela autora.

As atividades foram implementadas e estão em processo de análise. Porém, duas dessas atividades (preliminar 1, atividade 1) foram analisadas, seus dados serão apresentaremos a seguir.

### **3.2 Elaboração das atividades**

As atividades foram elaboradas a partir da necessidade de uma maior investigação de retas paralelas cortadas por uma transversal utilizando um AGD, especificamente o GeoGebra para *smartphone*, utilizando a tecnologia *touchscreen*. Essas atividades foram inspiradas em Henrique (2017), onde buscou-se por outros elementos não desenvolvidos pelo autor. Além dos elementos contidos na pesquisa de Henrique (2017), procuramos expor a busca pelo significado das palavras: correspondente, alterno e colateral. Nessa atividade denominada com preliminar, os alunos foram questionados com perguntas como: “O que você entende por correspondente ou Alterno ou Colateral? Por quê? Um possível desenho seria...” Esses questionamentos forneceu ferramentas importantes para a (re)elaboração das atividades seguintes. É importante destacar que iniciar uma atividade com questionamentos aos alunos, não é uma tarefa comum.

Na atividade preliminar, em que buscou-se pelo conhecimento prévio dos estudantes acerca das palavras correspondente, alterno e colateral, foi possível obter respostas positivas que possibilitaram o desenvolvimento das atividades seguintes. Nessas atividades (1,2 e 3) foram propostas construções no GeoGebra utilizando o próprio *smartphone* dos alunos, trabalhando propriedades e definições de retas paralelas cortadas por uma transversal. Os alunos realizavam os procedimentos, seguindo instruções e utilizando a folha de ícones disponibilizada e discutida anteriormente, e refletiam sobre questionamentos propostos, tais como: as relações existentes entre os ângulos, identificar os pares de ângulos suplementares, verificar ângulos opostos pelo vértice (O.P.V), correspondentes, alternos e colaterais, etc. Ao final de cada atividade, o discente fazia o registro da aula, apontando o que havia aprendido com a atividade e a utilização do GeoGebra.

Nesta seção buscamos trazer uma organização da elaboração das tarefas. A seguir será realizada uma abordagem e caracterização da metodologia, assim como será apresentada a abordagem metodológica utilizada no decorrer da presente pesquisa.

### **3.3 Abordagem e Caracterização**

O presente trabalho proporciona uma abordagem de pesquisa-intervenção (SPNILLO e LAUTERT, 2008), pois se pretende a construção do conhecimento e o desenvolvimento dos discentes com base em situações concretas de ensino. Como afirma Spinillo e Lautert (2008),

A pesquisa intervenção compreende tanto a ação do pesquisador para a produção do conhecimento como também a ação do pesquisador enquanto aquele que intervém sobre os indivíduos. [...] Enquanto instrumento de intervenção, pesquisas desta natureza atuam como fator gerador de mudanças, proporcionando o desenvolvimento. (SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 295)

Dessa forma, observa-se que a análise das implementações centra-se na construção de conhecimento por parte do sujeito, que é produto de interações e que podem fornecer elementos geradores de mudanças de ações dos envolvidos no contexto.

Os resultados de uma pesquisa de intervenção, segundo Spinillo e Lautert (2008), podem contribuir para o desenvolvimento cognitivo do sujeito. Ao ser convidado a reflexão, o sujeito inicia um processo de raciocínio em que busca elementos para a identificação de um saber dedutível e à resolução de tarefas e problemas determinados. Assim, “o desenvolvimento cognitivo é, de tal maneira, regido pela aprendizagem que intervenções tornam-se necessárias para que formas sofisticadas de raciocínio sejam alcançadas” (SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 298).

Nesse tipo de pesquisa o objetivo principal é promover algum tipo de mudança, algum aprendizado. Sendo assim, um dos participantes desta relação é aquele que assiste, propõe e encaminha atividades a serem realizadas (SPINILLO, 1996 *apud* SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 299). Portanto, em uma intervenção em ensino o professor-pesquisador desempenha um papel importante na interação com os seus interlocutores, alunos, pois é ele quem elabora e propõe a(s) tarefa(s) e media todo o processo reflexivo dos aprendizagens em sua proposição didática.

A situação de intervenção para ser efetiva deve se assemelhar a situações informais e espontâneas do cotidiano (SPINILLO; LAUTERT, 2008). Dessa forma, na implementação da atividade preliminar proposta em que se busca avaliar o conhecimento prévio dos estudantes, os mesmos foram convidados a um momento de reflexão, onde buscariam significados para as palavras correspondente, alterno e colateral. Tal situação, sem dúvida, é bastante incomum, pois normalmente o aluno é receptor da definição pronta, fechada e não é convidado a refleti-las e assim defini-las com suas próprias palavras. Mas apesar de pouco familiares, tais situações mostraram-se bastante efetivas.

Na realidade, o sucesso da intervenção não reside na familiaridade da situação apenas, mas no fato da situação acionar mecanismos psicológicos relevantes e envolver aspectos cruciais do conceito ou habilidade que se deseja desenvolver (SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 299).

De acordo com Spinillo e Lautert (2008), a pesquisa-intervenção está pautada em três aspectos: a arquitetura metodológica, que se baseia na estrutura clássica desse tipo de pesquisa, envolvendo pré-teste, pós-teste, grupo-controle e grupo-experimental; o foco da intervenção, que está ligada a natureza da intervenção proporcionada; e a assistência do sujeito, caracterizada por sua natureza híbrida, com formas tutoradas de intervenções ligadas a atividades que propiciam a autodescoberta. Há pesquisa intervenção realizada em cenários não naturais (laboratórios, por exemplo). No que diz respeito ao presente estudo, trata-se de uma intervenção em aula, na própria prática docente.

Um dos aspectos mais importantes para o sucesso de uma intervenção é a natureza da assistência que é proporcionada pelo pesquisador que interage com o sujeito. Segundo Spinillo e Lautert (2008), essa assistência pode ser de duas formas: a autodescoberta e a instrução tutorada. Enquanto que a autodescoberta se caracteriza pelo fato do sujeito fazer suas próprias descobertas, por suas ações e manipulações, em que o pesquisador pouco interfere, evitando influenciar na construção do pensamento do aluno, mas que por sua vez deve instiga-los, provoca-los e leva-los a reflexão. A instrução tutorada refere-se a uma participação do pesquisador mais ativa do que a autodescoberta, pois o mesmo pode fornecer feedback e explicações no decorrer da atividade, proporcionando um momento de interação com o estudante, e dessa maneira propiciando o desenvolvimento, ou seja, os dois elementos (pesquisador e estudante) dão suporte ao desenvolvimento.

Em relação às diferentes formas de assistência do pesquisador em situações de intervenção, é possível observar que as duas citadas acima, de forma híbrida, dão suporte a nossa pesquisa. Pois “as intervenções na sala de aula ou em situações controladas de investigação, são híbridas, isto é, se caracterizam tanto por autodescoberta como por instruções tutoradas” (SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 303). Dentro de sala de aula, em que o professor/pesquisador atua de formas flexíveis e variadas, as formas de aprendizagem são múltiplas, ou seja, cada aluno irá interpretar e desenvolver seu raciocínio de uma forma particular, a partir de diferentes formas de interação e atingindo mecanismos cognitivos.

O foco da intervenção, apontado por Spinillo e Lautert (2008), pode ser voltado diretamente para o conceito ou a habilidade que se deseja desenvolver ou de forma indireta. Na sala de aula, os participantes são os alunos que interagem com o professor/pesquisador e entre si, e dessa forma estabelecem diferentes relações dentro de um contexto institucional em que aluno e professor desempenham papéis sociais. Já em laboratórios as intervenções ocorrem em situações controladas, pois nesse ambiente ocorrem interações individuais ou em

pequenos grupos, diferente da sala de aula em que essas situações não são rigorosamente controladas. Na realidade, “a sala de aula permite que diferentes tipos de assistência do adulto estejam em jogo” (SHAYER *apud* SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 303).

De modo geral, a pesquisa de intervenção em ensino deve atuar de forma direta na mudança e no desenvolvimento cognitivo do aluno. Ao longo das intervenções, os discentes foram desenvolvendo habilidades importantes para a execução das tarefas. O mesmo ocorreu na atividade preliminar, em que desenvolveram a habilidade de reflexão e transcrição do pensamento para a escrita, e até na atividade utilizando o *software*, onde desenvolveram habilidades específicas para a manipulação do aplicativo, além do raciocínio a partir da construção e manipulação de figuras para encontrar relações e fazer conjecturas. Concordando com Spinillo e Lautert (2008), as autoras apontam

Um dos aspectos mais fascinantes a respeito da pesquisa de intervenção é que ela guarda em si uma visão otimista acerca das possibilidades cognitivas das crianças, apostando no desenvolvimento e na capacidade de aprendizagem que apresentam e que emergem durante a situação de intervenção (SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 317)

Como objetivo deste estudo é a avaliação do aprendizado e nas descobertas dos sujeitos optou-se na análise, em não adotar categorias *a priori* ou similar. Foram selecionados o material bruto gerado e destacados os aspectos da aprendizagem no decorrer das implementações. Os registros escritos, os diálogos entre professor e aluno, as interações entre os participantes de cada grupo, por exemplo, foram particulares de cada atividade, seja para elucidar descobertas dos estudantes, seja para capturar contribuições e limitações do AGD.

Vale trazer Allevato (2008), para autora “um cenário contém fatos que ocorreram, em geral, em momentos diferentes e que tiveram origem nas diferentes formas de registro dos dados: diário de campo, documentos e gravações” (ALLEVATO, 2008, p. 193). Dessa forma, a fim de trazer elementos que contribuam para uma análise mais significativa das implementações das atividades, serão descritas, no decorrer da análise, algumas tarefas propostas ou parte delas, serão transcritas as respostas ou imagens das folhas de atividades de alguns registros que identificam uma relação de cada atividade com os objetivos propostos e algumas observações do pesquisador ao longo das implementações e diário de campo. A seguir será apresentada uma descrição dos sujeitos envolvidos na pesquisa, bem como a justificativa de sua escolha.

### 3.4 Os Sujeitos da Pesquisa

As atividades foram propostas para uma turma em que o pesquisador é professor regente. As implementações ocorreram em uma turma composta por 37 alunos, sendo 16 meninos e 21 meninas, com uma média de idade de 13 anos. A turma foi escolhida por ter um grupo de alunos que costumam participar mais efetivamente das aulas, com perguntas significativas, indagações curiosas e por apresentar um comportamento inquieto. Por apresentarem um comportamento mais agitado, apostou-se na ideia que estes tivessem mais estímulo e habilidades para atividades lúdicas e participativas.

Apesar da pouca experiência da autora da presente pesquisa, esta entende que alunos com um comportamento mais agitado, que não se interessam por aulas expositivas, mas que constroem suas próprias conclusões, respondem melhor às atividades lúdicas, com maior participação e protagonismo dos alunos.

As atividades foram realizadas em sala de aula utilizando o GeoGebra para *smartphones*, onde os alunos trabalharam em duplas ou trios, dependendo da necessidade de cada atividade e da quantidade de dispositivos disponíveis em cada aula. Vale ressaltar que houve uma dificuldade inicial na questão da quantidade de dispositivos disponíveis, pois alguns discentes nem mesmo tinham um *smartphone* ou eram proibidos de levá-lo a sala de aula. Porém a professora organizou os alunos de forma que todos pudessem participar das atividades, compartilhando os dispositivos dos colegas. Importante destacar que durante a análise das atividades e dos registros apresentados, para preservar o anonimato dos participantes, foram utilizadas como identificação apenas as letras iniciais de seus respectivos nomes e sobrenomes.

Enquanto professora regente, a autora questionou aos discentes se eles já tiveram algum tipo de contato com um AGD, explicando o que era e como seria sua utilização, contudo os mesmos responderam que nunca tiveram contato com nenhum tipo de *software*, nem para computador e nem para *smartphone*. Os alunos ficaram surpresos quando a professora falou que utilizaria os seus próprios celulares (*smartphones*) para trabalhar conceitos e propriedades da geometria. Ficaram muito entusiasmados e ansiosos para iniciar a executar as atividades no GeoGebra.



### **3.5 Coleta de Dados**

Para coleta de dados optou-se pela utilização da captura da tela do smartphone utilizado; gravação em vídeo; folha de atividades com anotações realizadas pelos estudantes; registros fotográficos e o diário de campo da pesquisadora, que foi realizado durante e após cada implementação realizada. Importante destacar que a gravação em vídeo ocorreu apenas em dois momentos do trabalho, pois houve dificuldade na instalação do aplicativo em que os estudantes se recusaram a fazer por falta de memória dos seus celulares.

## CAPÍTULO IV - RETAS PARALELAS CORTADAS POR UMA TRANSVERSAL: CONVITE À REFLEXÃO ESCRITA E EM OUTROS REGISTROS COM O GEOGEBRA

A implementação realizada na própria prática da autora, tem como objetivo explorar o ensino de geometria com o uso de um AGD, o GeoGebra para *smartphone*. Foram realizadas atividades com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município do Rio de Janeiro, na perspectiva de analisar o aprendizado dos estudantes sobre retas paralelas cortadas por uma transversal. As justificativas para escolha desse conteúdo são: está nas orientações curriculares<sup>18</sup> da Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro, é um tópico que deveria ser ensinado na turma da professora e se trata de um tema que suscitou maior implementação e análise com a pesquisa de Henrique (2017).

Apresentaremos a seguir a análise de cinco atividades, a atividade preliminar, atividade 1 (com a utilização do GeoGebra *App*), atividade 2 (também com o uso do *software*), atividade 3 (com o uso do GeoGebra *App*) e a atividade avaliativa.

Primeiro analisaremos a atividade preliminar 1, que tem como objetivo buscar significados para palavras que remetem ao tema proposto, trazendo o conhecimento prévio dos alunos. Em seguida, traremos uma análise das atividades 1, 2 e 3, que trazem elementos de tarefas realizadas no GeoGebra utilizando o *smartphone* dos próprios estudantes. E por fim a atividade avaliativa, com o objetivo de explorar e retomar os conceitos aprendidos. Esses cinco blocos são de um conjunto de nove atividades realizadas de 27 de março a 17 de Abril de 2017. A seguir apresentamos um Quadro sintético com o objetivo e tempo previsto das atividades apresentadas neste capítulo.

Quadro 7: Atividades analisadas (Continua).

Atividade	Tempo Previsto	Objetivo
Atividade Preliminar 1 – Parte 2	50 min	Averiguar o conhecimento prévio dos discentes em relação as palavras correspondente, alterno e colateral.
Atividade 1	50 min	Verificar as relações existentes entre os ângulos formados entre duas retas concorrentes.
Atividade 2	100 min	Identificar relações existentes entre duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

<sup>18</sup>Disponível em < <http://www.rioeduca.net/recursosPedagogicos.php> >. Acesso em 23 jun. 2017.

Quadro 7: Atividades analisadas (Continuação).

Atividade	Tempo Previsto	Objetivo
Atividade 3	50 min	Propor a identificação de propriedades em outros contextos.
Atividade Avaliativa	50 min	Averiguar os conhecimentos adquiridos, nas tarefas anteriores, pelos alunos através de problemas escritos.

Fonte: Elaborado pela autora.

#### 4.1 Atividade Preliminar 1: Suscitando significados discentes para correspondente, alterno e colateral

Na atividade preliminar 1 – Recordar, explicar e desenhar (apêndice B), o objetivo foi sondar as ideias dos alunos em relação às palavras correspondente, alterno e colateral. Este processo de sondagem vem acompanhado de uma ênfase à valorização da escrita, buscando realizar uma sondagem sobre o conhecimento prévio do aluno e fugindo do habitual, ou seja, de uma exposição direta focada nas relações entre ângulos.

No primeiro momento em que o aluno foi convidado à reflexão, ele não se sentiu muito à vontade na busca pelos significados das palavras, pois não está habituado a fazer esse tipo de atividade. O convite à reflexão foi um momento muito difícil de ser trabalhado com o estudante, pois ele está habituado a reproduzir o que já foi dito pelo professor e não a refletir por si só sobre seus próprios pensamentos e conclusões. Mas, esse momento rendeu uma reflexão muito grande por parte da pesquisadora, mostrando a importância do momento reflexivo-crítico do aluno no seu aprendizado, e na busca da construção do conhecimento.

Nessa atividade o conhecimento prévio do aluno foi colocado em evidência. O aluno deveria buscar significados para as palavras mencionadas na atividade a partir dos seguintes tópicos: (i) me lembra, (ii) porquê e (iii) um possível desenho. Os estudantes foram instigados a refletir e a escrever sobre o sentido da palavra, buscar uma associação do seu significado e fazer uma representação. Significados que fizessem parte do seu dia-a-dia, que trouxessem lembranças próximas a ele. Dessa forma, julgou-se necessária a transcrição das respostas dos discentes para uma análise minuciosa de suas ideias.

Quadro 8 - Respostas da Atividade Preliminar 1 (1ª parte) (Continua).

Estudante	Correspondente: me lembra...	Porque...
H, J e A	Corresponder	Correspondente é uma coisa que corresponde outra.
L e R.A	Algo ou alguém que seja correspondido(a).	Correspondente.

Quadro 8 - Respostas da Atividade Preliminar 1 (1ª parte) (Continuação).

Estudante	Correspondente: me lembra...	Porque...
C e Y	Correspondente de correspondência.	Parece.
W e L.C	Uma pessoa que envia e-mail e correspondência.	Por causa da palavra.
K e L.V	Correspondência	O carteiro entrega as cartas.
L.R e R	Correspondência	O carteiro entrega correspondências.
J e L.S	Textos que correspondem a algo.	Me falaram.
K	Duas retas que se cruzam	Elas passam uma pela outra.
C e A	Duas retas que se cruzam	Elas passam uma pela outra
V e L	Pistas	Correspondente te leva para o lugar correto.

Fonte: Elaboração própria.

Analisando as respostas para a palavra correspondente (Quadro 8), observou-se que a maioria dos alunos se referiram à correspondência, no sentido de se corresponder ou se relacionar com algo ou alguém. Dessa maneira, foi possível perceber que o seu significado atribuído pelos estudantes está muito próximo do dicionário Aurélio *online*<sup>19</sup>, que define “corresponde; adequado, congruente; pessoa que escreve correspondências para periódicos; que os representa em determinada localidade”, apesar dos estudantes se referirem à correspondência remetendo-se a cartas (carteiro). Os alunos aparentam conhecimento do significado desta palavra, o que pode facilitar a construção do pensamento geométrico quando nos referirmos a ângulos correspondentes (que será abordado adiante).

Quadro 9 - Respostas da Atividade Preliminar 1 (2ª parte)

Estudante	Alternativo: me lembra...	Porque...
H, J e A	Terno	No final da palavra tem terno.
J e L.S		Por causa do nome.
W e L.C		Não sei... kkkkk
L e R.A	Alternativa	Lembra escolher entre duas ou mais coisas.
C e Y		É uma saída alternativa.
C e A	Alternar a memória do celular	Quando o celular fica pesado tem que alternar a memória.
L.R e R	Alternador	Alterna a (?)
K	Uma pessoa grande	Sim
K e L.V	Garrafa térmica	A garrafa deixa a água gelada.
V e L	Ovo frito	A gema é por dentro.

Fonte: Elaboração própria

Para a palavra alterno (Quadro 9), alguns discentes fizeram referência a terminação da palavra (terno). Outros fizeram referência a alternar ou alternativa, no sentido escolha ou

<sup>19</sup> Disponível em < <https://dicionariodoaurelio.com/>>. Acesso em 23 jun. 2017.

mudança. Com isso, observa-se que na segunda referência os alunos se mostraram familiarizados com a palavra e que entendem o seu significado, pois no dicionário Aurélio online, mencionado anteriormente, o significado de alternar é “alternar; fazer variar sucessivamente; colocar em posições recíprocas; dispor em ordem alternada; revezar; suceder-se com maior ou menos regularidade”. Alguns alunos também têm conhecimento da palavra alternar. Apesar de outros alunos não terem feito a referência ou definição adequada à palavra, quando colocou-se em debate o seu significado os alunos mostraram saber do que se tratava.

Um aluno em especial mencionou a palavra “alternador” fazendo referência a uma peça de carro, que provavelmente está presente no seu convívio ou mostra o seu interesse por carros. No entanto, apesar de saberem o significado e não lembrarem no momento da escrita fez-se perceber que os alunos não a utilizam em seu cotidiano. Foi possível perceber também que alguns alunos fizeram outro tipo de referência, tais como: ovo frito e garrafa térmica. Essas respostas podem ter sido dadas por um estranhamento a esse tipo de dinâmica, por um desinteresse.

Quadro 10 - Respostas da Atividade Preliminar 1 (3ª parte).

Estudante	Colateral: me lembra...	Porque...
L e R.A	Efeito colateral	É uma reação.
K e L.V		Quando a pessoa toma remédio ela melhora, mas sente efeito colateral.
L.R e R		É bastante falada no dia-a-dia.
K	Um efeito	Pelo nome.
C e Y	Sequela de uma cirurgia	Parece “efeito colateral”.
W e L.C	Uma coisa ao contrário	Tem remédios que tem efeito colateral.
C e A	Efeito colateral lembra quando você fica no sol	Quando você fica no sol muito tempo, você fica com efeito colateral.
J e L.S	Um efeito que acontece em algumas pessoas que comem, bebem e fazem.	Porque eu acho que é isso.
H, J e A	Cola	No começo da palavra tem cola.
V e L	Casa comum, muro	É colateral o muro por dentro.

Fonte: Elaboração própria.

Refletir e buscar referências para a palavra colateral demandou um pouco mais de tempo (Quadro 10). Apesar de a palavra causar um pouco de estranhamento, a dupla L.R e R afirmaram “ser bastante falada no dia-a-dia”. A maioria dos alunos refletiu e recordou, fazendo referência a efeito colateral, atribuindo a efeitos contrários que um remédio pode causar. Por exemplo, os alunos W e L.C, atribuíram à palavra o significado de “uma coisa ao contrário” fazendo referência, também, a efeito colateral. Essa relação foi bem interessante, já

que os alunos inicialmente se mostraram contrários ao significado da palavra, apresentando certa angústia por não lembrar nada que remetesse a colateral. Causou a autora uma certa estranheza, pois as respostas foram bem parecidas e no dicionário Aurélio *online* a palavra colateral significa “que está ao lado; paralelo; que é parente, mas não em linha reta”.

É possível entender que os alunos fizeram uma referência ao que acontece na sua vida, ao que está presente no seu convívio social. As alunas V e L, foram as que mais se aproximaram do significado na matemática, afirmando que colateral seria “casa comum, muro. É colateral o muro por dentro”. Na matemática, colateral se refere ao mesmo lado (em relação a uma reta). No entanto não foi solicitado que tivesse relação com a matemática apenas os significados gerais, a fim de explorar o vocabulário dos alunos. Essas respostas colaboraram com mais elementos para a próxima etapa, de troca com os alunos.

Após a realização da atividade, a professora-pesquisadora conversou com os alunos sobre suas respostas, com o objetivo de compartilhá-las e criar um momento de reflexão coletiva sobre o real significado das palavras. Esse momento foi muito proveitoso, já que os alunos se colocaram dando suas opiniões e aceitando opiniões dos seus colegas. E ao longo da conversa chegou-se a uma definição para cada palavra:

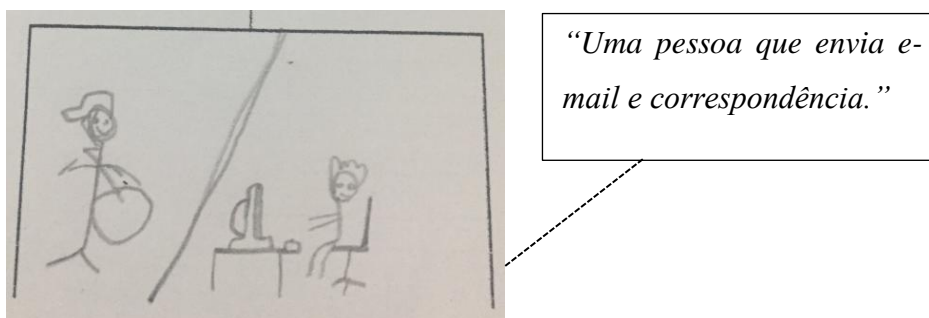
- Para correspondente foi atribuído o significado de relação entre duas coisas, igualdade;
- Para alterno concluiu-se que seja algo que muda, mas que mantém alguma relação entre si; e
- Para colateral foi atribuído o significado de algo que prova um efeito contrário.

Com isso, a docente leu, na sala de aula, os significados das palavras mencionadas presente no dicionário Aurélio *online*. Os alunos ficaram satisfeitos com as definições do dicionário, pois se aproximaram muito do significado que eles deram às palavras. Não relacionamos os significados à matemática, pois a próxima atividade buscaria a reflexão pelos significados das mesmas palavras na Geometria.

Essa atividade proporcionou um momento bom aos alunos, particularmente, a reflexão sobre suas ideias e registros escritos. Apesar de não estarem habituados a fazer esse tipo de atividade, as escritas foram de tamanha riqueza e detalhe. Com o uso da escrita os aprendizes se preocuparam em buscar significados criativos e interessantes. Conforme sinaliza Powell e Bairral (2006), “a escrita é um meio estável que permite a alunos e docentes examinarem colaborativamente o desenvolvimento do pensamento matemático” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 27). Por exemplo, para correspondente os alunos associaram a se corresponder com

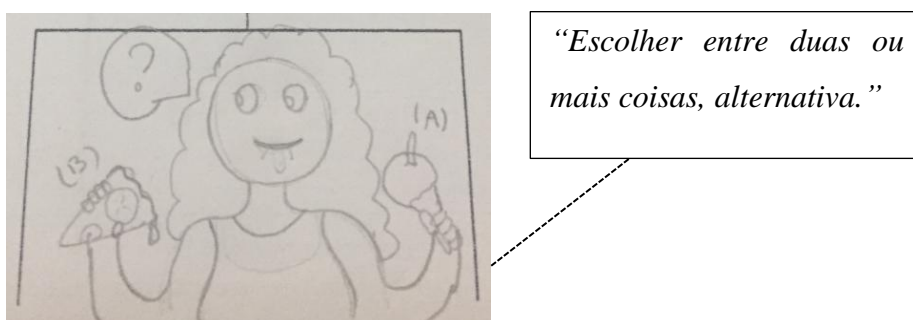
algo ou alguém (Figura 3); para alterno, fizeram referência à alternativa, à escolha (Figura 4); e para colateral associaram a efeito de remédio, efeito prejudicial à saúde (Figura 5). A seguir apresentamos alguns desenhos curiosos registrados pelos discentes, nesta atividade.

Figura 3 – Desenho da dupla W e L.C fazendo referência à palavra Correspondente.



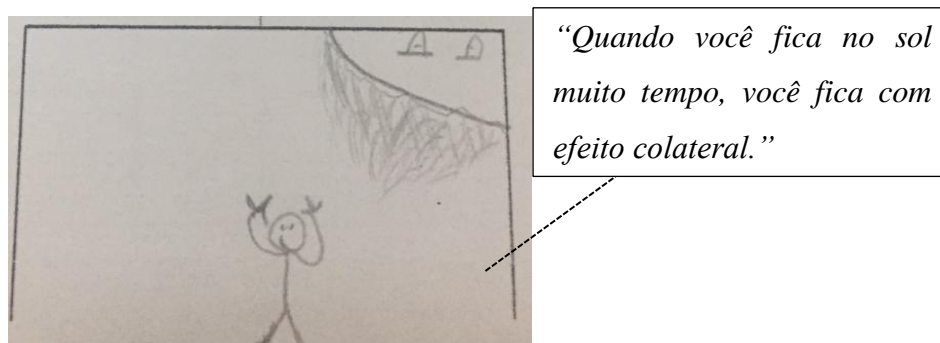
Fonte: Elaboração própria.

Figura 4 – Desenho da dupla L e R.A fazendo referência à palavra Alterno



Fonte: Elaboração própria.

Figura 5 – Desenho da dupla C e A fazendo referência à palavra Colateral.



Fonte: Elaboração própria.

A professora-pesquisadora estava a todo o momento instigando e deixando os alunos livres para escrever o que estivesse em sua imaginação, aguçando o pensamento e o conhecimento do aluno. Todo esse trabalho nos deu subsídios, utilizando o conhecimento prévio do aluno na construção do pensamento geométrico.

Buscando sintetizar toda essa produção de dados, apresentamos abaixo alguns exemplos de respostas que se relacionam com o significado apresentado no dicionário e algumas diferenciadas.

Quadro 11 - Respostas semelhantes e curiosidades da Atividade 1

<b>Palavra</b>	<b>Dicionário <i>online</i></b>	<b>Resposta semelhante ao dicionário</b>	<b>Respostas diferenciadas</b>
Correspondente	“corresponde; adequado, congruente; pessoa que escreve correspondências para periódicos; que os representa em determinada localidade.”	“Corresponder – é uma coisa que corresponde à outra”.	“Pistas – correspondente te leva para o lugar correto”.
Alternar	“alternar; fazer variar sucessivamente; dispor em ordem alternada; revezar.”	“Alternativa – lembra escolher entre duas ou mais coisas”.	“Alterna a memória do celular – quando o celular fica pesado tem que alternar a memória”.
Colateral	“que está ao lado; paralelo; que é parente, mas não em linha reta.”	“Uma coisa ao contrário”.	“Casa comum, muro – é colateral o muro por dentro”.

Fonte: Elaboração própria.

As respostas para a palavra correspondente, no geral, se aproximaram bastante do apresentado no dicionário Aurélio *online*, mas dentre todas as respostas, uma chamou atenção. As alunas deram como resposta: “Pistas – correspondente te leva para o lugar correto”. Esta resposta causou algumas reflexões: qual relação essa resposta tem com o significado da palavra? Por que elas remeteram a esse significado? Talvez por pensarem nas ligações que uma pista tem com outra, que as levam a algum lugar, que elas chamam de lugar correto. Talvez por pensarem em caminhos diversos que sempre te levam a um destino. Tal curiosidade acerca da resposta destas alunas causou não somente uma reflexão, mas também instigou a curiosidade.

Para a palavra alternar, obteve-se também respostas muito próximas ao dicionário. Vale ressaltar que não objetiva-se neste momento a potencialização do dicionário, mas o estabelecimento de uma comparação. O objetivo primordial é o de potencializar a fala do aluno, valorizando seu repertório linguístico. A que mais se aproximou do significado foi o dado pelas alunas L e R.A, que remeteram à alternativa, no sentido de escolha.



Uma curiosidade que merece destaque foi a resposta dos discentes C e A, quando remeteram o significado da palavra “alterna a memória do celular - quando o celular fica pesado tem que alternar a memória”. Acredita-se que tenham feito essa relação por estarem acostumados a usar esse tipo de ferramenta no celular, o cartão de memória. Eles buscaram uma referência interessante, trazendo significados que estão no seu dia-a-dia para fazer um paralelo com a palavra em questão.

Para a palavra colateral, a maioria dos estudantes deu respostas muito parecidas. Obteve-se uma única resposta bem próxima do real significado da palavra, que foi dos alunos W e L.C. Os mesmos deram o significado sem saber explicar o porquê, deste modo acreditou-se que os mesmos talvez tenham se lembrado de alguma situação em que utilizaram a palavra e fizeram a leitura da situação para trazer a definição da mesma. Mas uma resposta interessante foi das alunas V e L, que disseram ser “Casa comum, muro – é colateral o muro por dentro”. Tal resposta levantou um questionamento: Que relação elas fizeram da palavra colateral com muro comum entre casas? Talvez tenham fracionado a palavra e tentado fazer referências. Instigou muito a curiosidade da pesquisadora, pois pensar em colateral sendo um muro comum, dividindo casas ou terrenos, sendo a parte de dentro do muro (como afirmaram as estudantes), é muito curioso.

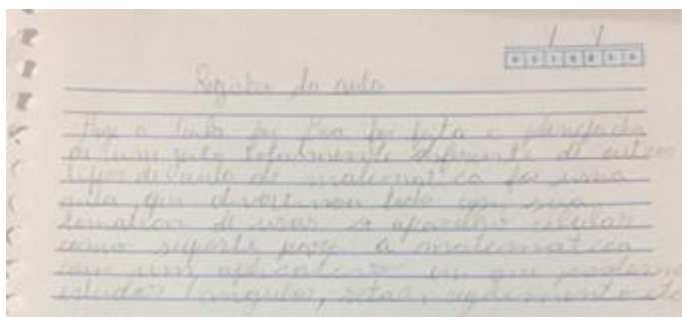
Esse tipo de atividade e dinâmica pode levar o discente a pensar e a buscar por palavras, relações, definições próximas a palavra que estão fazendo a leitura, ou seja, eles podem até possuir um vocabulário restrito, mas têm uma criatividade grande, conseguem buscar por situações vividas para relacionar com o que estão querendo definir. Com isso, é possível explorar o pensamento dos educandos, instigando-os, aguçando sua curiosidade, para que construam conceitos e sejam autores de seu próprio conhecimento.

Dessa forma, Powell e Bairral (2006, p. 27) apontam que “ao proporcionar aos estudantes oportunidades para trabalharem com conceitos e termos matemáticos, a escrita ajuda-os também a tornarem-se mais confiantes na matemática e a engajarem-se no material aprendido mais profundamente”.

As atividades seguintes foram pensadas utilizando esse primeiro momento de reflexão e escrita com os alunos. Nesse mesmo dia realizou-se a segunda atividade. Instalou-se o aplicativo GeoGebra para que este pudesse ser manipulado livremente, assim como as suas ferramentas. Os alunos fizeram algumas construções aleatórias (reta, segmento, etc.) para se ambientarem com o aplicativo.

Ao final da atividade foi solicitado que os alunos comentassem sobre a aula. Os registros trouxeram contribuições importantes para a coleta de dados e para o aprendizado dos estudantes, pois proporcionou a pesquisadora analisar o interesse dos alunos, avaliar a atividade e o seu desenvolvimento, além de produzir uma aprendizagem significativa através do momento de reflexão e de suas escritas. A seguir apresentamos alguns registros que nos chamaram a atenção.

Figura 6 – Registro feito pelo aluno K.

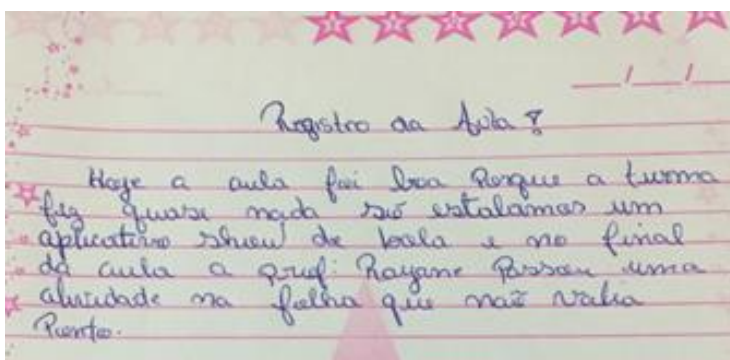


“Hoje a aula foi boa foi feita e planejada de um jeito totalmente diferente de outros tipos de aula de matemática foi uma aula que diversificou todo com sua temática de usar o aparelho celular como suporte para a matemática com um aplicativo em que podemos estudar (ângulos, retas, segmento, etc)”.

Fonte: Elaboração própria

O aluno K menciona que “a aula foi feita e planejada de um jeito totalmente diferente de outros tipos de aula de matemática, foi uma aula que diversificou toda com sua temática de usar o aparelho celular como suporte para a matemática”. Uma opinião vinda de um aluno de 8º ano do ensino fundamental, totalmente alinhada à nossa proposta de pesquisa. Essa fala nos chamou muita atenção, pois demonstra que o aluno sente a necessidade de uma aula dinâmica, interativa e prática.

Figura 7 – Registro feito pelo aluno V.C.



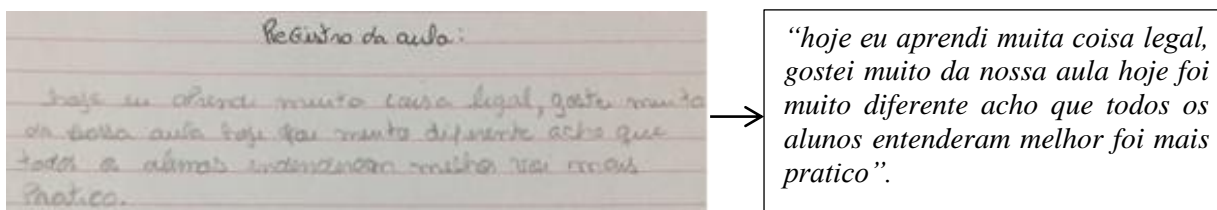
“Hoje a aula foi boa porque a turma fez quase nada só estalamos um aplicativo show de bola e no final da aula a prof: Rayane passou uma atividade na folha que não valia ponto”.

Fonte: Elaboração própria.

A fala da aluna V.C despertou uma preocupação, pois mencionou que a turma não fez quase nada, atribuindo o momento de reflexão e escrita como algo sem importância, fazendo referência a uma aula vazia. Mas ao mesmo tempo a aluna menciona o aplicativo como algo “show de bola”, dando importância ao uso do aplicativo na aula. Para alunos que não estão acostumados com esse tipo de dinâmica essa interpretação de estranhamento não pode ser vista como um impedimento, uma avaliação negativa da aula, e sim com a falta de costume em desenvolver atividades que não envolvam aula expositiva.

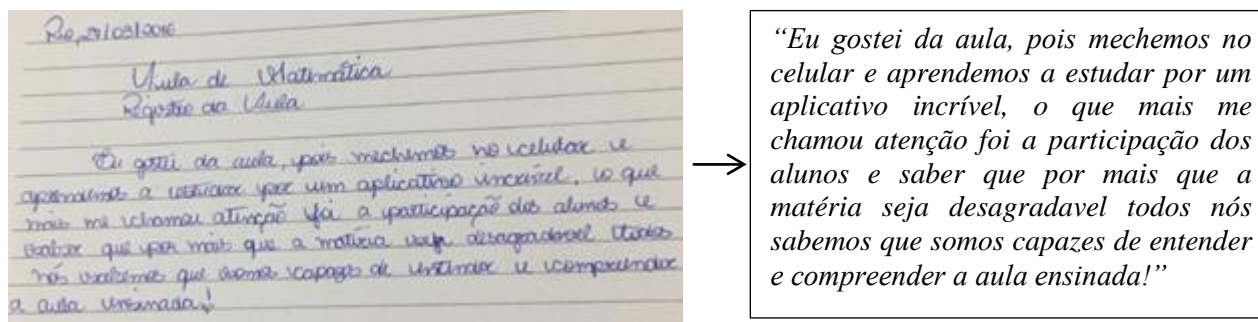
Os discentes são acostumados com aulas expositivas o tempo todo, então quando não escrevemos no quadro branco e propomos atividades lúdicas, é comum causar esse tipo de reação. Qualquer inovação traz um estranhamento, um desafio. Não teremos 100% de aprovação em nenhuma proposta de atividade, é comum que alguns alunos se sintam desconfortáveis com dinâmicas que fujam do seu habitual. Mas o professor deve olhar para esse tipo de comportamento de forma positiva, e refletir sobre sua postura em sala de aula, a fim de desmistificar esse tipo de pensamento por parte do estudante.

Figura 8 – Registro feito pelo aluno A.



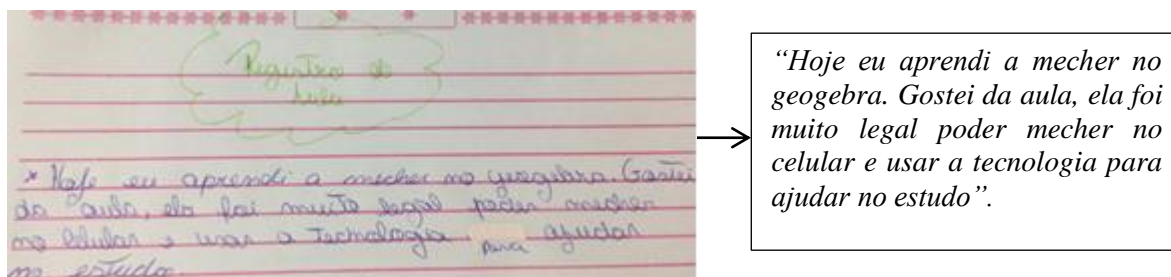
Fonte: Elaboração própria.

Figura 9 – Registro feito pelo aluno A.B



Fonte: Elaboração própria.

Figura 10 – Registro feito pelo aluno R.A.



Fonte: Elaboração própria.

Essas três alunas fizeram registros bem interessantes e que vão ao encontro a proposta da referente pesquisa, por exemplo, quando a aluna R.A menciona que “usar a tecnologia para ajudar no estudo” ou quando a aluna A.B diz que “o que mais me chamou a atenção foi a participação dos alunos” ou ainda quando a aluna A aponta que “todos os alunos entenderam melhor, foi mais prático”. As falas dos alunos trazem a reflexão em relação às aulas tradicionais e faz reafirmar a pesquisa, trazendo a importância do uso de recursos nas aulas de geometria e principalmente o uso de materiais tecnológicos para um aprendizado mais significativo. Mesmo diante do convite à reflexão proposto na atividade preliminar 1, que no primeiro momento causou estranheza, os alunos desenvolveram e se mostraram satisfeitos com suas próprias definições/construções.

Nesses registros foram identificadas falas muito pertinentes ao referente estudo. Uma escrita livre, sem interferências, que corrobora com o presente questionamento em relação às aulas tradicionais, mostrando a importância do uso da tecnologia para um melhor aprendizado. De acordo com Marques e Bairral (2014, p. 24), “o desenvolvimento de um senso crítico pode promover uma utilização adequada dos recursos tecnológicos como ferramentas incitadoras na arte de ensinar e de aprender”. Dessa forma, é possível utilizar os recursos tecnológicos a nosso favor, com objetivo de explorar a reflexão crítica dos alunos e construção de seus próprios conceitos.

#### **4.2 Atividade 1: Relações entre os ângulos**

Nessa atividade foi proposta a construção de retas concorrentes para uma análise das relações dos possíveis ângulos formados por elas: opostos pelo vértice e suplementares. Antes da realização dessa tarefa, no momento de compartilhamento do *software*, os alunos puderam manipular livremente o GeoGebra, conhecendo suas ferramentas. Além disso, no mesmo dia

da aplicação da atividade foi entregue aos alunos uma folha de ícones (apêndice H), adaptado de Assis (2015). Essa folha contém todos os ícones presentes na barra de ferramentas do aplicativo GeoGebra. No decorrer da atividade houve um debate e a descoberta por parte dos alunos de cada um desses ícones, os quais os mesmos foram escrevendo na folha. O objetivo era que os alunos conhecesse cada ferramenta para que na hora da execução das atividades se sentissem mais familiarizados com o *software*. Esse processo durou 50 minutos de aula. Os alunos gostaram das ferramentas do GeoGebra e se sentiram mais instigados a construir possíveis figuras.

Dessa forma, em um momento inicial, durante a preparação para as implementações, que ocorreu no momento do compartilhamento do GeoGebra com os discentes, eles tiveram um momento de ambientação com o *software*, em que puderam manipular livremente, já conhecendo as ferramentas e utilizando a folha de ícones. Vale ressaltar que foi usado o quadro branco para esclarecimento de dúvidas, mas apenas para esclarecer dúvidas e não na interferência do pensamento e reflexão do aluno.

Em relação ao desenvolvimento da atividade, foi entregue uma folha (Apêndice D) com tarefas a serem executadas e refletidas no GeoGebra, com duração de 50 minutos. A folha continha os procedimentos e as instruções necessárias para o desenvolvimento das tarefas, o aluno foi orientado a segui-las.

Os estudantes sentiram muita dificuldade na realização da atividade, pois estão acostumados a serem totalmente guiados, inclusive a perguntarem o que tem que fazer sem ao menos ler o que está sendo pedido. Observou-se um pouco de dificuldade para guiar a atividade. Aos poucos os alunos foram desenvolvendo, sempre questionando se estava correto e o que tinha que fazer, contudo sendo orientados para que lessem o que estava sendo pedido e se lembrassem das aulas anteriores, para não interferir no momento de reflexão e construção do pensamento do aluno.

A fim de entender como se desenvolveu a atividade, vejamos como os estudantes R e K verificaram a relação entre os ângulos opostos pelo vértice e ângulos suplementares. A seguir seguem registros feitos pelos alunos nas tarefas propostas.

Tarefa 3: Que relação existe entre o par de ângulos?

Estudantes K e R: A e Y são iguais. / B e S são iguais. / A e Y são diferentes de B e S.

Tarefa 4: Identifique os ângulos suplementares na construção.

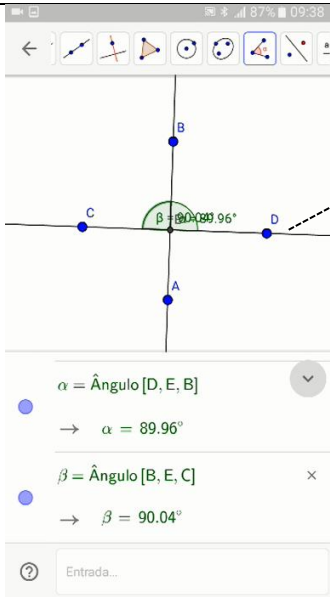
Estudantes K e R: A e S são suplementares. / B e Y são suplementares.

Observação feita por K e R: Vi que os quatro ângulos sendo somados dão 360°.

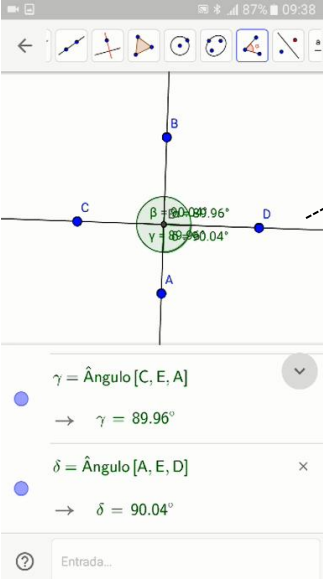
Os estudantes sentiram dificuldade com a nomenclatura usada para definir os ângulos ( $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$  e  $\delta$ ), pois associaram às letras do alfabeto: para  $\gamma$  escreveram Y, para  $\beta$  escreveram B, para  $\alpha$  escreveram A e para  $\delta$  escreveram S. Por não estarem habituados a utilizar esse tipo de nomenclatura, associaram ao alfabeto já conhecido. Contudo esse fato não atrapalhou o desenvolvimento do pensamento, pois os mesmos identificaram ângulos iguais e ângulos suplementares. Além disso, ainda trouxeram uma contribuição muito importante, identificando que ao somar todos os ângulos o resultado encontrado seria  $360^\circ$ .

As respostas apresentadas pelos estudantes, de fato, estão de acordo com o procedimento realizado no GeoGebra. A seguir apresentamos uma parte da gravação em vídeo da construção feita por eles, que retrata a observação dos estudantes descrita no diálogo anterior.

Quadro 12 – Construções realizadas pelos estudantes na atividade 1;

Descrição	Tempo do Vídeo	Imagem
Alunos <b>K</b> e <b>R</b> construindo o primeiro par de ângulos nas retas concorrentes.	09:38	 <p>The screenshot shows a GeoGebra interface with two intersecting lines. The intersection point is labeled 'E'. Points A, B, C, and D are marked on the lines. A green arc indicates an angle measurement of 89.96 degrees. Below the diagram, the software displays two angle measurements: <math>\alpha = \text{Ângulo [D, E, B]} \rightarrow \alpha = 89.96^\circ</math> and <math>\beta = \text{Ângulo [B, E, C]} \rightarrow \beta = 90.04^\circ</math>. A dashed line points from a text box to the angle measurement area.</p> <div data-bbox="1163 1014 1410 1196" style="border: 1px dashed black; padding: 5px;">       Medida dos ângulos: <math>89,96^\circ</math> e <math>90,04^\circ</math> </div>

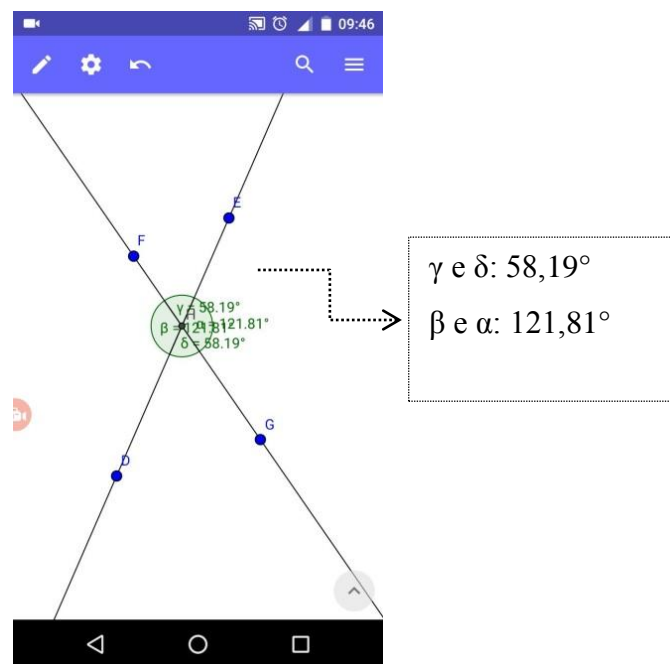
Quadro 12 – Construções realizadas pelos estudantes na atividade 1;

Descrição	Tempo do Vídeo	Imagem
Alunos <b>K</b> e <b>R</b> construindo o segundo par de ângulos nas retas concorrentes.	09: 38	 <p>Medida dos ângulos: <math>89,96^\circ</math> e <math>90,04^\circ</math></p>

Fonte: Elaboração própria.

Os mesmos estudantes também fizeram um *print* de tela do *smartphone* após a realização da tarefa (Figura11).

Figura 11: Construção realizada pelos estudantes na atividade 1.



Fonte: Elaboração própria.

Destacamos que o *print* extraído do *smartphone* da dupla, não é o mesmo dos trechos do vídeo. Isso ocorre pelo fato de os estudantes manipularem a figura, movendo-a, a fim de obter informações mais conclusivas para responder as tarefas propostas. Dessa forma, a descrição do diálogo anterior e a realização da construção no GeoGebra, demonstra a capacidade de proporcionar uma visão não estática da geometria a partir da utilização do *software*, o que pode ser identificado como uma contribuição.

Outra dupla, C e A, chamou atenção por utilizar uma nomenclatura própria para se referir a ângulos suplementares. A seguir temos os registros feitos por essa dupla.

Tarefa 3: Que relação existe entre o par de ângulos?

Estudantes C e A: Os ângulos opostos são iguais.

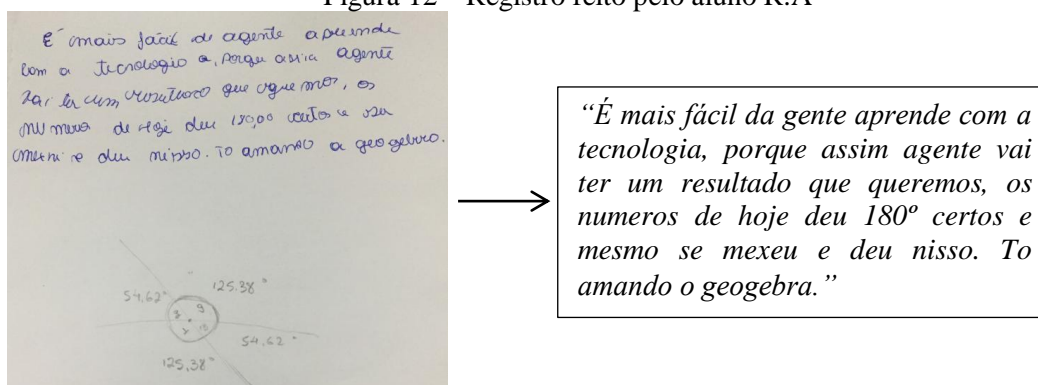
Tarefa 4: Identifique os ângulos suplementares na construção.

Estudantes C e A: Os vizinhos sendo somados dão  $180^\circ$ .

A dupla faz uso da nomenclatura própria da geometria e uma nomenclatura própria de seu cotidiano. Em um momento, a dupla responde a tarefa 4 utilizando a nomenclatura vizinho para se referir a ângulos suplementares. E outro momento, a mesma dupla responde a tarefa 3 utilizando uma nomenclatura própria da Geometria, usando os termos ângulos opostos. Percebeu-se que os alunos buscam por palavras do seu cotidiano para ajudar no entendimento e na construção de seu pensamento geométrico. Essa nomenclatura (vizinho) foi debatida com os alunos ao final dessa atividade, pois julgou-se sua utilização interessante e criativa. Isso demonstra que os estudantes criam, manipulam, fazem verificações, refletem e constroem os seus próprios pensamentos, os seus próprios conhecimentos.

Ao final desta atividade, e em todas as atividades propostas, com o objetivo de verificar como eles conseguiram relacionar o que construíram e observaram de forma escrita, foi-lhes pedido um registro da aula (individual), relatando suas descobertas e curiosidades. A seguir apresentamos o registro feito pela aluna R.A.

Figura 12 – Registro feito pelo aluno R.A



Fonte: Elaboração própria.



O registro apresentado pela discente aponta uma compreensão em relação ao que foi aprendido nesta atividade 1. A estudante ainda menciona a importância do uso da tecnologia para as aulas de matemática. Conforme sinalizam Bairral, Assis e Silva (2015), a utilização da tecnologia *touchscreen*, por meio de dispositivos móveis, em ambientes de aprendizagem, possibilita uma aprendizagem expressiva.

Quadro 13 – Resultados obtidos após a implementação da Atividade 1.

<b>Implementações com GeoGebra para Smartphones – Síntese preliminar da análise</b>		
<b>Atividade</b>	<b>Desafio</b>	<b>Contribuições</b>
Atividade preliminar 1	A dificuldade dos estudantes em relação ao modelo de atividade, que utilizava reflexão e escrita.	- O uso do conhecimento prévio dos alunos como fonte de construção e desenvolvimento do pensamento geométrico; - Debate ao final da atividade, como forma de instigar a reflexão.
Atividade 1	- O uso da nomenclatura; alfabeto grego, para nomear os ângulos; - Dificuldades no manuseio do <i>software</i> .	- Construção e visualização de figura não estáticas; - Investigação de propriedades a partir das construções; - A escrita e o diálogo sobre as ideias dos alunos como momentos de reflexão.

Fonte: Elaboração própria.

A síntese da análise realizada até aqui, apresentada no Quadro 11, aponta contribuições e desafios das atividades implementadas como forma de apresentar algumas conclusões e identificar novos desdobramentos.

### **4.3 Atividade 2: Quando duas retas paralelas se cortam por uma transversal**

Na seção anterior foram apresentadas às relações entre os ângulos opostos pelo vértice e suplementares. Nesta seção serão ilustrados ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal, fazendo uma análise das repostas dos discentes mediante folha de atividades (apêndice E), *print* de tela e o registro das falas dos próprios sujeitos da pesquisa.

Para essa atividade 2 (apêndice E) os alunos construiriam retas paralelas cortadas por uma transversal utilizando todos os conhecimentos aprendidos até aqui. O objetivo era que os discentes realizassem as construções seguindo as instruções e os procedimentos presentes na folha de atividade, e fizessem uso dos conceitos que eles mesmos construíram das atividades anteriores para responder as tarefas.

É importante destacar que os alunos, nesse momento das implementações, estavam mais familiarizados, mais a vontade em utilizar o *software*. Foi possível observar que a

atividade transcorreu de forma mais proveitosa e sem intercorrências, assim como os discentes se sentiram mais confiantes em realizar e responder as tarefas.

Para realização dessa atividade 2 foi entregue uma folha (apêndice E) com tarefas a serem construídas e refletidas no GeoGebra *App*, com duração de 100 min. Essa atividade demandou um pouco mais de tempo devido a complexidade das construções e reflexões ao longo das tarefas. É importante destacar que, em um momento inicial, perdeu-se 20 minutos reinstalando o aplicativo nos dispositivos dos grupos, pois os mesmos haviam excluído por falta de memória no celular.

Após a realização da última atividade (atividade 1), foi possível perceber que os alunos sentiram muitas dificuldades para a sua realização. Então, colaborou-se com o esclarecimento acerca das instruções para que os discentes pudessem seguir sozinhos na realização dos procedimentos com o objetivo de não fazer muitas interferências e deixar que construíssem e refletissem interagindo com seu(s) colega(s), para que eles chegassem a suas próprias conclusões, fazendo as relações a sua maneira. Dessa forma, a atividade se desenvolveu com mais facilidade e os alunos perderam o medo em errar, fazendo relações e formulando hipóteses a partir de suas construções e troca com o(s) colega(s) do grupo.

Uma dificuldade que logo ficou evidente foi vista na construção dos ângulos, pois pela visão da figura os alunos não conseguiam localizar o ângulo seguindo 3 pontos. Nesse caso, foi preciso fazer interferências indo ao quadro explicar como construir o ângulo utilizando 3 pontos, bem como a localização de cada ângulo.

Para Vygotsky (2001), o sujeito é interativo, pois adquire conhecimentos a partir de relações intra e interpessoais e de troca com o meio, a partir de um processo chamado mediação. Dessa forma, o aluno tem uma relação com si mesmo, se testando, se desafiando o tempo todo em busca de resultados, além da troca com o outro colega de turma, buscando defender suas ideias e assim organizar seus pensamentos, construindo seu conhecimento próprio. Além disso, a interferência do docente não atrapalha na construção do pensamento do aluno, pelo contrário, ajuda no processo de desenvolvimento e amadurecimento. Na referente pesquisa, a relação intra e interpessoal estiveram presentes em todas as etapas das implementações, pois os docentes trocavam ideias entre si, já que sentavam em duplas ou trios, e construíram seus próprios conhecimentos.

A fim de entender melhor como ocorreu o desenvolvimento desta atividade, trouxemos o registro de um trio H, L e J que realizaram as construções no GeoGebra e fizeram relações importantes.

Figura 13: Registros do trio H, L e J da atividade 2.

**Atividade 2: Duas retas paralelas e uma transversal**

1.5) É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Explique  
Estudantes H, L e J: “sim os ângulos são iguais”.

2) Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Registrem vossas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.

Estudantes H, L e J: “por mais que movamos as retas paralelas e a transversal os angulos continuam iguais só o numero dele se altera”.

**Procedimentos:**

1) Construam duas retas paralelas.

1.1) Construam mais um ponto sobre a segunda reta construida.

1.2) Construam uma reta transversal as paralelas.

1.3) Construam, pelo menos, dois pares de ângulos a partir das interseções entre a reta transversal com as paralelas (um par para cada interseção).

1.4) Movam livremente a reta transversal e em seguida as paralelas.

1.5) É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Explique. *sim os angulos são iguais*

2) Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Registrem vossas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.

3) Individualmente, façam um pequeno texto relatando de que forma deu-se a atividade e todas as descobertas.

**Instruções:**

1) Utilizem a ferramenta **Reta**  
(clique em 2 pontos para construí-la), em seguida selecione a ferramenta **Reta Paralela** clique na reta construida e em um ponto fora dela.

1.1) Utilizem a ferramenta **Ponto**

1.2) Utilizem a ferramenta **Reta**  
(clique em 2 pontos para construí-la)

1.3) Primeiro marquem a interseção entre as retas utilizando a ferramenta **Interseção de dois objetos** em seguida meçam os ângulos utilizando a ferramenta **Ângulo**  
(clicando em 3 pontos no sentido horário)

1.4) Utilizem a ferramenta **Mover**

*2 - por mais que movamos as retas paralelas e a transversal os angulos continuam iguais só o numero dele se altera. 3-*

Fonte: Elaboração própria.

Dáí observa-se a importância das atividades escritas também em matemática, pois quando as incorporamos na aula, aplicamos de maneira diversificada um importante princípio pedagógico: o aprendizado é otimizado quando alunos refletem criticamente sobre suas experiências matemáticas, reagindo a situações matemáticas e questões que são pessoais e de seu próprio arbítrio (POWELL; BAIRRAL, 2006).

As alunas formularam hipóteses, fizeram conjecturas, testaram propriedades encontradas em atividades anteriores, refletiram e construíram suas próprias conclusões, seu próprio conhecimento. E, quando essa pluralidade de ideias ocorre também mediante escritos (juntamente com o *software*) elas podem ser revisitadas e revisadas, se for o caso, em outros momentos de reflexão e de aprendizado. A seguir, temos mais um registro de uma dupla, W e L.C explorando os conceitos e propriedades dos ângulos formados por retas paralelas e uma transversal, e mostrando aprender sobre ângulos opostos pelo vértice, ângulos suplementares.

Figura 14: Registros da dupla W e L.C da atividade 2

**1.5) É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Explique**

**Estudantes W e L.C:** “Sim. Praticamente eles possuem o mesmo ângulo”.

**2) Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Registrem vossas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.**

**Estudantes W e L.C:** “que os opostos são iguais e que todo o numero vizinho a soma da 180°”.

**Atividade 2: Duas retas paralelas e uma transversal**

**Procedimentos:**

- 1) Construam duas retas paralelas.
  - 1.1) Construam mais um ponto sobre a segunda reta construída.
  - 1.2) Construam uma reta transversal as paralelas.
  - 1.3) Construam, pelo menos, dois pares de ângulos a partir das interseções entre a reta transversal com as paralelas (um par para cada interseção).
  - 1.4) Movam livremente a reta transversal e em seguida as paralelas.
  - 1.5) É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Explique.
- 2) Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Registrem vossas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.
- 3) Individualmente, façam um pequeno texto relatando de que forma deu-se a atividade e todas as descobertas.

**Instruções:**

- 1) Utilizem a ferramenta **Reta** (clique em 2 pontos para construí-la), em seguida selecione a ferramenta **Reta Paralela** e clique na reta construída e em um ponto fora dela.
- 1.1) Utilizem a ferramenta **Ponto**.
- 1.2) Utilizem a ferramenta **Reta** (clique em 2 pontos para construí-la).
- 1.3) Primeiro marquem a interseção entre as retas utilizando a ferramenta **Interseção de dois objetos**, em seguida meçam os ângulos utilizando a ferramenta **Ângulo** (clique em 3 pontos no sentido horário).
- 1.4) Utilizem a ferramenta **Mover**.

1) Si: Sim. Praticamente eles possuem o mesmo ângulo

2) Que os opostos são iguais e que todo o numero vizinho a soma da 180

Fonte: Elaboração própria.

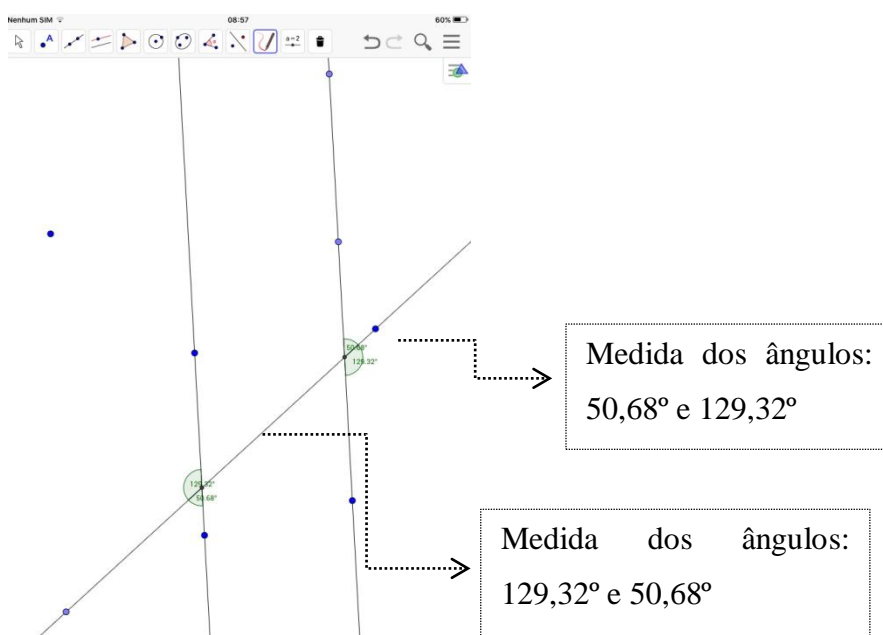
A dupla W e L.C ao responderem sobre relações entre os ângulos, dizem que os ângulos são praticamente iguais, não assumem que de fato eles são iguais. Isso demonstra uma insegurança em responder a tarefa, pois logo na pergunta seguinte os mesmos respondem que os ângulos opostos são iguais. Ou seja, em um primeiro momento a dupla está em dúvida sobre seus pensamentos, mas ao manipularem o constructo novamente, conseguem visualizar (sem perceber) a propriedade.

Nesse sentido, segundo Santos e Silva (2013), vemos que “os softwares educativos apresentam inúmeras capacidades funcionais, que poderão ser reconhecidas e aproveitadas por professores e alunos para obter resultados eficientes no processo de ensino e aprendizagem” (p. 9). Na análise em questão é possível observar que ao manipularem o *software*, os discentes formulam e reformulam suas respostas, ou seja, em um primeiro momento ele está em dúvida sobre sua conjectura e no momento seguinte ele testa, manipula e confirma seu resultado, mostrando assim a importância do *App* na construção do conhecimento.

É importante destacar que não estamos interessados em resultados eficientes, até porque isso é muito relativo, e sim em construção do pensamento matemático e desenvolvimento da aprendizagem do discente independente de respostas certas ou erradas.

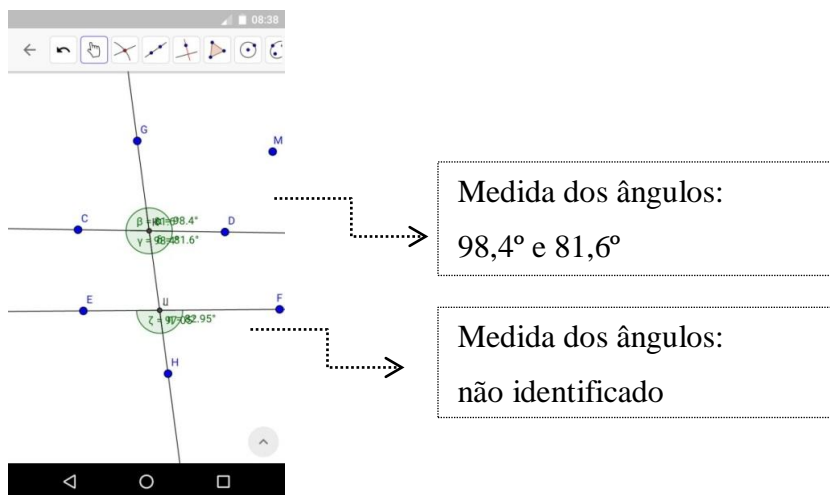
Os mesmos discentes fizeram *print* de tela do smartphone após a realização da tarefa (Figura 21 e 22) e enviaram para o grupo de *whatsapp* que criamos ao início das implementações. A seguir apresentamos essa construção, transcrevendo as medidas dos ângulos para uma melhor visualização.

Figura 15: Construção realizada pelo trio H, L e J na atividade 2



Fonte: Elaboração própria.

Figura 16: Construção realizada pela dupla W e L.C na atividade 2.

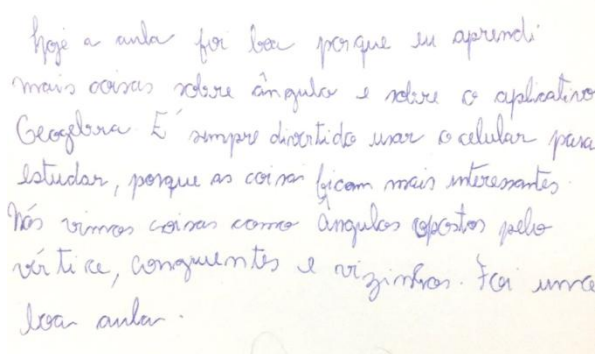


Fonte: Elaboração própria.

O *print* de tela feito pela dupla W e L.C tem um par de ângulos não identificado ( $\hat{E}\hat{U}\hat{H}$  e  $\hat{H}\hat{U}\hat{F}$ ) e sem correspondência com os outros ângulos. Supomos que os discentes os mediram de forma errada, fazendo uma confusão ao usar a ferramenta de encontrar a medida do ângulo. “O pensamento dos alunos inicia-se com a linguagem natural e depois vai progredindo ao integrar termos próprios da linguagem matemática e que convergem numa complexa teia de ideias formando deste modo um conceito matemático” (NUNES, 2011, p. 37).

Ao final da atividade, mais uma vez, pedimos que os alunos (individualmente) fizessem um registro da aula, mencionando o que aprendeu, o que construiu, enfim como foi o desenvolvimento da aula. A seguir apresentamos alguns registros.

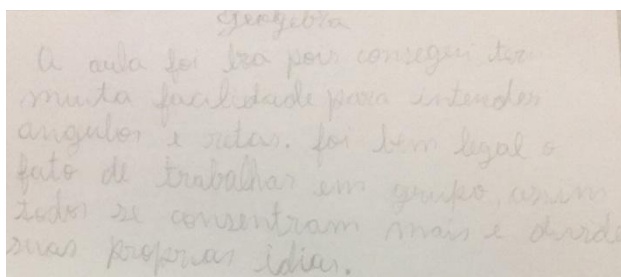
Figura 17: Registro feito pela aluna C



Hoje a aula foi boa porque eu aprendi mais coisas sobre ângulos e sobre o aplicativo GeoGebra. É sempre divertido usar o celular para estudar, porque as coisas ficam mais interessantes. Nós vimos coisas como ângulos opostos pelo vértice, congruentes e vizinhos. Foi uma boa aula.

“Hoje a aula foi boa porque eu aprendi mais coisas sobre ângulo e sobre o aplicativo GeoGebra. É sempre divertido usar o celular para estudar, porque as coisas ficam mais interessantes. Nós vimos coisas como ângulos opostos pelo vértice, congruentes e vizinhos. Foi uma boa aula”.

Figura 18: Registro feito pela aluna A.B.



GeoGebra  
A aula foi boa pois consegui ter muita facilidade para entender ângulos e retas. foi bem legal o fato de trabalhar em grupo, assim todos se concentram mais e dividem suas próprias ideias.

“A aula foi boa pois consegui ter muita facilidade para intender ângulos e retas. foi bem legal o fato de trabalhar em grupo, assim todos se concentram mais e dividem suas próprias ideias”.

Fonte: Elaboração própria.

Os registros acima mostram a satisfação dos estudantes em utilizar a tecnologia nas aulas de matemática. Os discentes dizem “aprender com mais facilidade” utilizando o software GeoGebra. Aliada com as ideias de Scheffer, “os ambientes de aprendizagem constituem um fato de motivação dos estudantes, sendo uma forma de considerar a utilização de recursos tecnológicos diferenciados e computadores” (SCHEFFER, 2012, p. 30).

É importante destacar, com esses registros, a evolução dos discentes em relação ao interesse pelas atividades utilizando o GeoGebra *App*. Em atividades anteriores, tivemos

alunos que não as levaram a sério, não dando importância para atividade, mostrando certo desinteresse e descaso. Por exemplo, na atividade preliminar a aluna V.C afirmou que “hoje a aula foi boa, porque a turma fez quase nada só estalamos um aplicativo show de bola e no final da aula a prof.: Rayane passou uma atividade na folha que não valia ponto”. Já na atividade 2 tivemos o relato da aluna A.B afirmando que “a aula foi boa, pois consegui ter muita facilidade para entender ângulos e retas. Foi bem legal o fato de trabalhar em grupo, assim todos se concentram mais e dividem suas próprias ideias”.

Com esses exemplos de relatos, observa-se o contraste de ideias quando alguns discentes afirmam que gostam e outros que parecem não gostar desse tipo de atividade. Ressaltamos que práticas inovadoras nem sempre agradarão a todos, mas o professor estando ciente da importância do seu propósito pedagógico e mostra-lo ao aluno, aos poucos, esse estranhamento pode ir minimizando, inclusive, para os familiares.

#### **4.4 Atividade 3: Construindo e conjecturando em outros contextos**

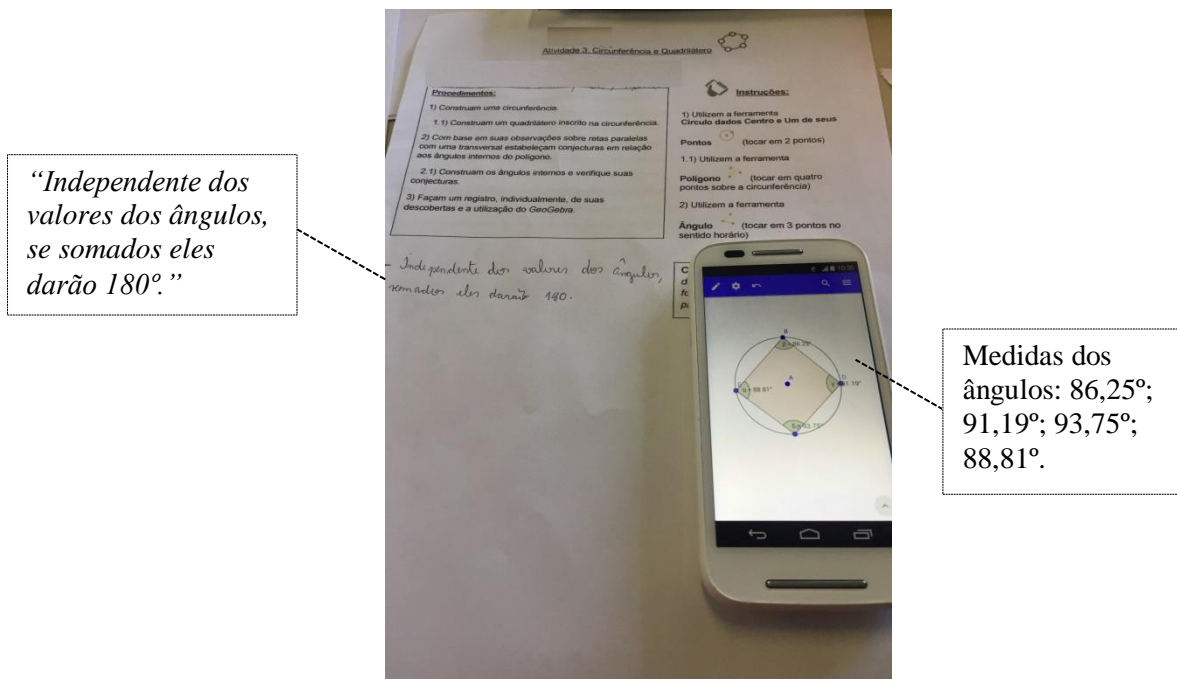
Na análise ilustrada na seção anterior vimos que retas paralelas cortadas por uma transversal apresentam ângulos congruentes, suplementares, opostos e etc. Agora, mostraremos que esses ângulos e suas relações podem ser aplicados em outros contextos, ou seja, construir quadriláteros inscritos em uma circunferência e encontrar relações entre seus ângulos. Portanto, na atividade 3 (apêndice F) os discentes construíram um quadrilátero inscrito em uma circunferência e foram convidados a reflexão, baseados em suas observações sobre retas paralelas com uma transversal, sobre os ângulos internos do polígono.

Os alunos sentiram muita dificuldade na construção do quadrilátero inscrito na circunferência, pois estavam clicando fora ou dentro da circunferência e não sobre a mesma. Por isso, os grupos solicitaram a presença da professora. A partir dessa interferência, os estudantes conseguiram desenvolver a atividade, fazendo conjecturas sobre os ângulos internos e encontrando relações importantes entre eles, como: ângulos suplementares, ângulos congruentes (em que chamaram de correspondentes). Nesse sentido, “o professor deve ser o mediador entre o aluno e sua aprendizagem, já o aluno deve ser ativo e participante na construção de seu conhecimento e não apenas um mero receptor de informações” (SILVA; SANTOS, 2013, p.3).

Uma dupla, em especial, C e Y conseguiu visualizar as retas paralelas cortadas por uma transversal, fizeram o deslocamento dos ângulos e observaram relações importantes:

ângulos suplementares (em que chamam de vizinhos), ângulos opostos. Essa dupla teve um olhar muito específico para esta atividade. A seguir apresentamos as tarefas desenvolvidas por essa dupla na atividade 3, Figura (25).

Figura 19: Registro e construção da dupla C e Y da atividade 3.



Fonte: Elaboração própria.


Apesar dos estudantes sentirem muita dificuldade em realizar esta atividade, tivemos construções e conjecturas muito interessantes. O grupo L, R e K, constatou que a soma dos ângulos internos do quadrilátero dava  $360^\circ$ . Essa conjectura foi muito importante, pois a docente foi questionada pelo grupo tal ocorrência e ainda se tal fato ocorreria sempre. Na mesma hora, a professora retornou a pergunta a eles, dizendo: O que vocês dizem sobre isso? Será que para qualquer quadrilátero a soma dos ângulos internos, sempre dará  $360^\circ$ ?

Os alunos ficaram duvidosos e logo foi pedido que eles verificassem, fazendo outros tipos de quadriláteros medindo seus ângulos internos e verificando tal propriedade. Os discentes fizeram as construções e puderam constatar que para todo quadrilátero a soma dos ângulos internos mede  $360^\circ$ . Ficaram satisfeitos e alegres com tal constatação e logo correram para contar aos colegas da turma.

A seguir, na Figura 26 e na Figura 27 segue um trecho da resposta à atividade e o *print* de tela do *smartphone* do grupo em questão.



Figura 20: Registro do grupo L, R e K da atividade 3.

Atividade 3: Circunferência e Quadrilátero 

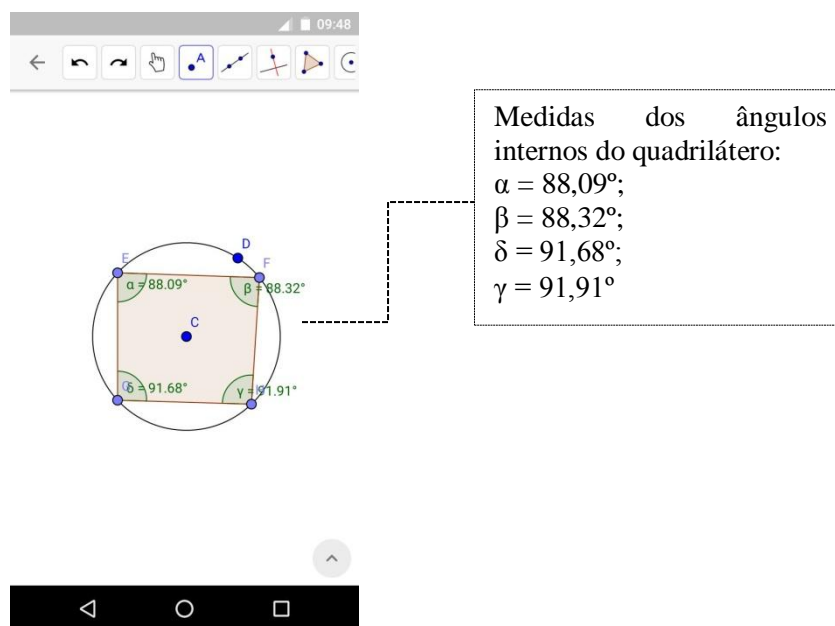
2) Com base em suas observações sobre retas paralelas com uma transversal estabeleçam conjecturas em relação aos ângulos internos do polígono.

2.1) Construam os ângulos internos e verifique suas conjecturas.

*2.1) os angulos sendo somados dão 360*

Fonte: Elaboração própria.

Figura 21: Construção realizada pelo trio L, R e K na atividade 3.



Fonte: Elaboração própria.

Ao final da atividade, a docente teve um “bate papo” com os discentes sobre a atividade realizada, suas conjecturas e relação com as outras atividades desenvolvidas. Foram retomados alguns conceitos, como: ângulos suplementares, ângulos opostos pelo vértice, ângulos correspondentes. Relembrou-se também ângulos alternos e ângulos colaterais, retomando a atividade preliminar sobre o significado dessas palavras trazendo-o para a

relação entre os ângulos. O objetivo dessa conversa foi retomar os conceitos desenvolvidos para que fosse possível finalizar com uma atividade avaliativa, que falaremos a seguir.

#### **4.5 Atividade Avaliativa: Aplicando retas paralelas cortadas por uma transversal**

Na seção anterior, em que abordamos retas paralelas com uma transversal aplicadas em outros contextos, tivemos o objetivo de retomar conceitos e propriedades construídos pelos próprios discentes para que pudéssemos finalizar o presente ciclo de atividades. E nesta seção, para fechar este ciclo, foram aplicadas uma atividade avaliativa (apêndice G) com o objetivo de retomar os conceitos desenvolvidos nas atividades anteriores e não com o objetivo de simplesmente avaliar o aluno. É importante deixar claro, que a referida avaliação se deu durante todo o processo de realização das atividades, e não somente em uma atividade avaliativa.

Essa atividade foi realizada no mesmo dia que a atividade 3, cada uma teve a duração de 50 min de aula. Os estudantes sentiram muita dificuldade no entendimento de cada questão, fazendo com que a professora interferisse para explicar cada questão. Sentiram-se mais a vontade para responder as questões 1 e 2, pois as questões estavam mais claras e mais parecidas com as desenvolvidas anteriormente. Já para as questões 3 e 4, devido a linguagem abordada em cada questão, não conseguiram desenvolver e muitos grupos deixaram as questões em branco.

Na questão 1 considerava-se duas figuras, uma com ângulos suplementares e outra com ângulos opostos pelo vértice, sendo um dos ângulos desconhecidos em ambas as figuras. Para a letra “a” desta questão 1, foi feita a seguinte pergunta aos discentes: O que podemos dizer sobre os pares de ângulos em cada figura acima? A maioria dos alunos, 7 duplas, lembrou-se das propriedades e responderam corretamente a esta questão. Segue abaixo (Figura 22) algumas respostas das duplas a esta questão.

Figura 22: Resposta da dupla L e H a questão 1-a na atividade avaliativa.

1) Considere as seguintes figuras:



“na primeira Figura os ângulos são vizinhos e se somados daram 180°. Na segunda Figura os ângulos são iguais.”

a) O que você pode dizer sobre os pares de ângulos em cada figura acima?

*na primeira figura os ângulos são vizinhos e sua somados daram 180° na segunda figura os ângulos são iguais*

Fonte: Elaboração própria.

Figura 23: Resposta da dupla W e L.V a questão 1-a na atividade avaliativa.

1) Considere as seguintes figuras:



“o primeiro ângulo é suplementar são vizinhos os dois somados dão 180°. Já o segundo ângulo é oposto os dois possuem o mesmo resultado.”

a) O que você pode dizer sobre os pares de ângulos em cada figura acima?

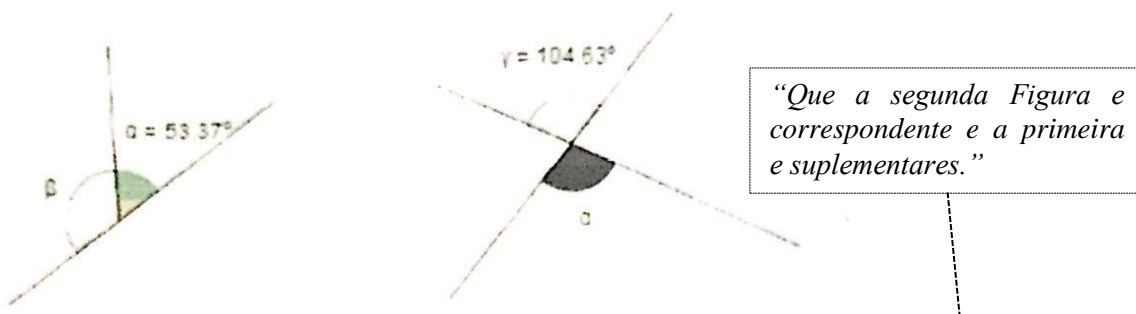
*o primeiro ângulo é suplementar são vizinhos os dois somados dão 180° já o segundo ângulo é oposto os dois possuem o mesmo resultado*

Fonte: Elaboração própria.

Outros grupos, 3 duplas, associaram a segunda figura a ângulos correspondentes, dizendo que os dois tem o mesmo valor. Não associando a figura a ângulos opostos pelo vértice. A seguir temos uma das respostas desses grupos, Figura 24.

Figura 24: Resposta da aluna B a questão 1-a na atividade avaliativa.

1) Considere as seguintes figuras:



a) O que você pode dizer sobre os pares de ângulos em cada figura acima?

Que a segunda figura e correspondente  
e a primeira e suplementares

Fonte: Elaboração própria.

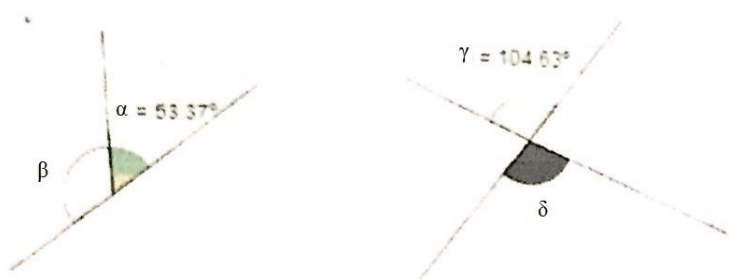
Dessa forma, foi possível perceber que os estudantes se envolveram bastante nas atividades com o uso do *GeoGebra App*, mas que alguns ainda ficavam confusos com alguns conceitos. Poderíamos aqui pensar em duas possibilidades para tal ocorrência: a primeira seria o não comparecimento do aluno em todas as atividades, fazendo com que atrapalhasse o desenvolvimento do pensamento geométrico proposto pelo *software* e pelas atividades; ou o próprio desinteresse dos discentes, já que não estão habituados a essa dinâmica de aula em que os mesmos são convidados a refletir e são criadores do seu próprio conhecimento. Dessa forma é importante destacar que, em um ambiente de geometria dinâmica, “o sujeito é um elemento ativo no processo de construção do seu conhecimento, pois conforme estabelece relações e se comunica, desenvolve-se cultural e socialmente, constituindo-se como individuo ativo” (MELLO; TEIXEIRA, 2012, p. 3).

Na questão 1-b, foi pedido que os discentes calculassem a medida dos ângulos desconhecidos das figuras. Nessa questão tivemos um erro de digitação, pois a letra grega  $\delta$  foi confundida com a letra grega  $\alpha$  e dessa maneira os alunos não calcularam tudo que foi pedido. Eles calcularam a medida do ângulo  $\beta$ , mas não calcularam a medida do ângulo  $\delta$  já

que na questão pedia a medida do ângulo  $\alpha$  que já estava na figura. Para melhor entender esse equívoco, segue na Figura 25 a resposta de um dos grupos.

Figura 25: Resposta da dupla W e L.V a questão 1-b na atividade avaliativa

1) Considere as seguintes figuras:



Medida do ângulo  
 $\beta = 126,63^\circ$

b) Calcule a medida dos ângulos  $\beta$  e  $\alpha$ .

$$\beta = 126,63$$

$$\begin{array}{r} 180,00 \\ - 53,37 \\ \hline 126,63 \end{array}$$

Fonte: Elaboração própria.

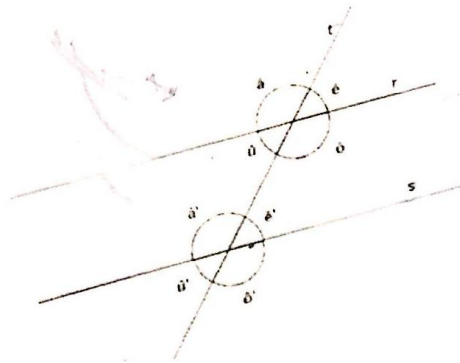
Observando a Figura 25, vemos que os alunos só calcularam o ângulo  $\beta$  já que o ângulo  $\alpha$  já havia sido calculado. Portanto, os estudantes responderam a questão 1-b de maneira satisfatória, observando que os ângulos são suplementares e com isso subtraindo  $180^\circ$  pelo ângulo dado para encontrar a medida procurada.

Foi solicitado, na questão 2, que os alunos destacassem os ângulos opostos pelo vértice, ângulos suplementares e ângulos correspondentes a partir da figura dada. Identificamos uma dificuldade ao utilizar a notação  $\hat{a}$  e  $\hat{a}'$  por exemplo, pois os discentes se confundiram na hora de relacionar os ângulos. Por não estarem habituados com este tipo de notação, a professora teve que interferir e sanar a dúvida de todos os alunos, pois a mesma foi questionada diversas vezes pelos grupos. Sanada a dúvida, a questão foi muito bem desenvolvida pelos estudantes que fizeram as relações corretamente.

Vale destacar que não foram trabalhados os conceitos de ângulos alternos e colaterais nesta questão, pois queríamos enfatizar esses três tipos de ângulos mais trabalhados durante as atividades com o GeoGebra App. A seguir temos algumas respostas de alguns grupos a essa questão (Figura 26, 27).

Figura 26: Resposta da dupla W e L.V a questão 2 na atividade avaliativa.

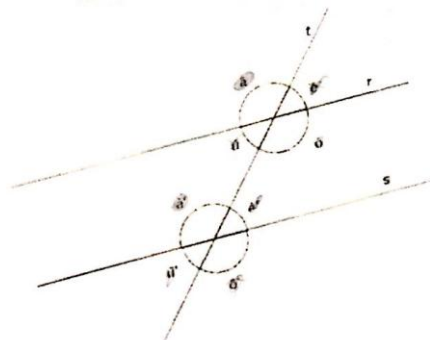
- 2) A partir da figura abaixo é possível destacar os seguintes *ângulos opostos pelo vértice*  $\hat{a}$  e  $\hat{o}$ ,  $\hat{u}$  e  $\hat{r}$ ,  $\hat{s}$  e  $\hat{v}$ , e os *suplementares*  $\hat{a}$  e  $\hat{e}$ ,  $\hat{u}$  e  $\hat{b}$ ,  $\hat{s}$  e  $\hat{v}$ , e  $\hat{a}$  e  $\hat{u}$  e  $\hat{e}$  e  $\hat{b}$ ,  $\hat{u}$  e  $\hat{v}$ ,  $\hat{s}$  e  $\hat{r}$ , ou seja, cuja soma é 180.  
Também podemos destacar os ângulos correspondentes  $\hat{e}$  e  $\hat{e}'$ ,  $\hat{a}$  e  $\hat{a}'$ ,  $\hat{u}$  e  $\hat{u}'$ .



Fonte: Elaboração própria

Figura 27: Resposta da dupla C e Y a questão 2 na atividade avaliativa.

- 2) A partir da figura abaixo é possível destacar os seguintes *ângulos opostos pelo vértice*  $\hat{a}$  e  $\hat{o}$ ,  $\hat{r}$  e  $\hat{v}$ ,  $\hat{u}$  e  $\hat{b}$ , e os *suplementares*  $\hat{a}$  e  $\hat{e}$ ,  $\hat{u}'$  e  $\hat{b}'$ ,  $\hat{r}$  e  $\hat{v}$ , e  $\hat{a}$  e  $\hat{u}$  e  $\hat{e}$  e  $\hat{b}$ ,  $\hat{u}$  e  $\hat{v}$ ,  $\hat{r}$  e  $\hat{v}$ , ou seja, cuja soma é 180.  
Também podemos destacar os ângulos correspondentes  $\hat{e}$  e  $\hat{e}'$ ,  $\hat{a}$  e  $\hat{a}'$ ,  $\hat{u}$  e  $\hat{u}'$ ,  $\hat{r}$  e  $\hat{r}'$ .



Fonte: Elaboração própria

Ao fim de toda atividade do dia, como mencionando anteriormente, os discentes produzem um registro da aula com o objetivo de refletirem sobre o que produziram e desenvolveram durante a realização das atividades. Nesse dia, especificamente, obtivemos registros interessantes e que nos fizeram refletir bastante. A aluna B, nos chamou atenção pelo fato de sentir a necessidade da aula expositiva, Figura 34.

Figura 28: Registro feito pela aluna B

*Hoje a professora explicou no quadro sobre os ângulos e finalmente eu aprendi que os ângulos que dão meia volta somam  $180^\circ$  e também aprendi sobre os ângulos vizinhos corresponde suplementares.*

*“Hoje a professora explicou no quadro sobre os ângulos e finalmente eu aprendi que os ângulos que dão meia volta somam  $180^\circ$  e também aprendi sobre os ângulos vizinhos corresponde suplementares”.*

Fonte: Elaboração própria.

A aluna diz que “hoje a professora explicou no quadro sobre ângulos e finalmente eu aprendi”, mostrando a necessidade pela aula expositiva. Os estudantes, por não estarem habituados com esse tipo de atividade, não acreditam em seu potencial de reflexão, desenvolvimento de raciocínio e construção de seus próprios conceitos. Pela fala da aluna, a mesma só conseguiu aprender quando a professora foi ao quadro para uma aula expositiva, uma aula tradicional.

Isso enfatiza a necessidade do uso de ferramentas educativas que auxiliem o professor para uma aula mais dinâmica e interativa. O aluno precisa se inserir em um ambiente diferenciado daquele no qual se aprende apenas quando o professor expõe conteúdos, e o docente necessita atuar como mediador nesse processo, instigando o aluno, fazendo-o refletir, pensar e assim construir seu próprio conhecimento. Segundo Mello e Teixeira (2012), diferente de uma aula convencional, na qual o professor transmite informações, num ambiente colaborativo é importante a valorização da identidade, as ações são tomadas em conjunto, não existe um detentor do saber, e sim, todos estão ali para aprender através da partilha de informações.

Outra aluna nos chamou atenção, a aluna C, pois ela se mostrou satisfeita com a realização das atividades, mas em contrapartida desejou que explorássemos mais o *software* e exigíssemos mais dos alunos. A seguir temos o registro dessa aluna, Figura 29.

Figura 29: Registro feito pela aluna C

Na aula de hoje nós finalizamos as atividades com o Geogebra, respondemos a duas folhas, uma em trio e a outra em dupla.

No Geogebra nós fizemos uma circunferência e um quadrilátero, e vimos os ângulos dentro deles, e assim, finalizamos as tarefas com o Geogebra. Foi uma maneira boa de encerrar as tarefas, mas eu esperava mais. Esperava que nós construíssemos algo mais engenhoso e complicado, mas pareceu que não foi isso, então deixei a desejar. Mesmo

assim, foram ótimas semanas usando o Geogebra. Foi estimulante usar o celular para fazer tarefas em sala de aula, porque mistura a nossa realidade com o aprendizado atual, então é uma forma de fazer com que os alunos fiquem mais interessados na aula.

Apesar de ter sido um pouco fácil, a folha que nós fizemos hoje nos fez "colocar a cabeça para funcionar", porque era algo que foi feito justamente para nos confundir.

Eu gostei. Foram ótimas aulas, e espero que aulas melhores estejam por vir.

"Na aula de hoje nós finalizamos as atividades com o Geogebra, respondemos as duas folhas, uma em trio e a outra em dupla."

"No Geogebra nós fizemos uma circunferência e um quadrilátero, e vimos os ângulos dentro deles, e assim, finalizamos as tarefas no Geogebra. Foi uma maneira boa de encerrar as tarefas, mas eu esperava mais. Esperava que iríamos construir algo mais engenhoso e complicado, mas parece que não foi isso, então deixou a desejar. Mesmo assim, foram ótimas semanas usando o Geogebra. Foi estimulante usar o celular para fazer tarefas em sala de aula, porque mistura a nossa realidade com o aprendizado atual, então é uma forma de fazer com que os alunos fiquem mais interessados na aula."

"Apesar de ter sido um pouco fácil, a folha que nós fizemos hoje nos fez "colocar a cabeça para funcionar", porque era algo que foi feito justamente para nos confundir. Eu gostei. Foram ótimas aulas, e espero que aulas melhores estejam por vir."

Fonte: Elaboração própria.

A estudante C fez colocações interessantes em seu registro, enfatizando a importância de um AGD em sala de aula. A mesma diz que "esperava construir algo mais engenhoso e difícil" e que a aula deixou a desejar, mostrando seu desapontamento por querer mais e mais aulas com essa dinâmica. Ou seja, ela queria ser desafiada ainda mais, sentiu-se a vontade com o software e cumpriu o propósito destas atividades, ser instigada a refletir e desenvolver seu raciocínio matemático com o objetivo de construir seu próprio conhecimento. A discente



ainda incentiva o uso da tecnologia nas aulas de matemática, dizendo que “é uma forma de fazer com que os alunos fiquem mais interessados na aula”.

Dessa forma, percebemos que durante o desenvolvimento destas atividades, especificamente nos registros de aula, os estudantes se apropriaram da escrita como fonte de reflexão e construção do pensamento matemático (POWELL; BAIRRAL, 2006).

## REFLEXÕES CONCLUSIVAS

A presente pesquisa foi conduzida visando identificar contribuições de uma prática pedagógica com o uso do GeoGebra App no aprendizado de estudantes de 8º ano sobre conceitos relacionados a retas paralelas cortadas por uma transversal. Relacionados a esse propósito foram explicitadas e analisadas ideias prévias dos alunos sobre o significado de expressões como “correspondente”, “alterno” e “colateral”; foram destacadas contribuições e limitações do uso do GeoGebra na construção do conhecimento; e, por fim, foram elaborados dois MCEO para professores.

A investigação ressalta que esse momento de interação (escrita ou oral) sobre ideias prévias dos alunos para conceitos a serem estudados é muito importante e deve ser valorizado pelo docente. Esse estudo enriquece a pesquisa de Henrique (2017) aprimorando atividades e oferecendo um leque de respostas dos alunos para os conceitos e sugere que outras possam ser inseridas, por exemplo, lateral. O GeoGebra não é inserido nas aulas como solucionador dos problemas, mais uma tecnologia que pode contribuir para o aprendizado e para a motivação discente. Portanto, o *software*, como formas variadas de registro escrito, de manifestação oral, de toques em tela e de construções variadas no AGD, devem compor o cenário de aulas de matemática nas escolas públicas.

Analisar cada atividade detalhadamente se fez necessário para alcançar os objetivos propostos. Dificuldades foram encontradas no decorrer da caminhada, o (re)planejamento faz parte da organização das implementações e se fez necessária para alcançar os objetivos com êxito. Nesta etapa do trabalho é preciso uma reflexão sobre todos os passos alcançados e até mesmo os que não obtiveram êxito, a fim de ajustar o que for preciso e seguir a caminhada. A seguir sintetizamos respostas aos três objetivos da pesquisa e sugerimos ideias para novos estudos.

### 5.1 Buscando por significados para conceitos e reflexões articuladas

No que tange às primeiras implementações é importante destacar a dificuldade enfrentada com as atividades nas quais o discente foi convidado a reflexão. O mesmo não se sentiu muito à vontade na busca pelos significados das palavras, pois não está habituado a fazer esse tipo de atividade. Mas, esse momento nos rendeu uma reflexão muito grande,

mostrando a importância do momento reflexivo-crítico do aluno no seu aprendizado, e na busca da construção do conhecimento. Com o uso da escrita os aprendizes se preocuparam em buscar significados criativos e interessantes. Conforme sinaliza Powell e Bairral (2006), “a escrita é um meio estável que permite a alunos e docentes examinarem colaborativamente o desenvolvimento do pensamento matemático” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 27).

Esse tipo de atividade e dinâmica pode levar o discente a pensar e a buscar por palavras, relações, definições próximas a palavra que estão fazendo a leitura, ou seja, eles podem até possuir um vocabulário restrito, mas têm uma criatividade grande, conseguem buscar por situações vividas para relacionar com o que estão querendo definir.

Com isso, podemos explorar o pensamento dos educandos, instigando-os, aguçando sua curiosidade para que construam conceitos e sejam autores de seu próprio conhecimento. Dessa forma, Powell e Bairral (2006, p. 27) apontam que “ao proporcionar aos estudantes oportunidades para trabalharem com conceitos e termos matemáticos, a escrita ajuda-os também a tornarem-se mais confiantes na matemática e a engajarem-se no material aprendido mais profundamente”.

Os discentes, ao final de cada atividade, desenvolveram registros da aula. Nesses registros foram identificadas falas muito pertinentes ao presente trabalho. Uma escrita livre, sem interferências, que corrobora o questionamento em relação às aulas tradicionais, mostrando a importância do uso da tecnologia para um melhor aprendizado. De acordo com Marques e Bairral (2014, p. 24), “o desenvolvimento de um senso crítico pode promover uma utilização adequada dos recursos tecnológicos como ferramentas incitadoras na arte de ensinar e de aprender”. Dessa forma, podemos utilizar os recursos tecnológicos a nosso favor, com objetivo de explorar a reflexão crítica dos alunos e construção de seus próprios conceitos. A exemplo disto trazemos, no quadro abaixo, respostas dos alunos após momentos de reflexão sobre as palavras em questão, correspondente, colateral e alterno.

Quadro 14 – Respostas semelhantes e diferenciadas

<b>Palavra</b>	<b>Resposta semelhantes</b>	<b>Respostas diferenciadas</b>
Correspondente	“Corresponder – é uma coisa que corresponde à outra”	“Pistas – correspondente te leva para o lugar correto”
Alterno	“Alternativa – lembra escolher entre duas ou mais coisas”	“Alterna a memória do celular – quando o celular fica pesado tem que alternar a memória”
Colateral	“Uma coisa ao contrário”	“Casa comum, muro – é colateral o muro por dentro”

Fonte: Elaboração própria.

Com isso constatamos que o estudante, após refletir e buscar por significados, consegue chegar a respostas semelhantes, curiosas e que vão ao encontro com nossa expectativa. Essa atividade inicial nos deu subsídios para prosseguirmos com as atividades subsequentes.

## 5.2 Aprendizado no GeoGebra com *smartphones*

Em relação as atividades utilizando o GeoGebra App vale destacar que os estudantes sentiram muita dificuldade na realização das atividades, pois estão acostumados a serem totalmente guiados, inclusive a perguntarem o que tem que fazer sem ao menos ler o que está sendo pedido. Porém, a partir da segunda atividade com o uso do GeoGebra os alunos já estavam mais familiarizados, mais a vontade em utilizar o *software*. Foi possível observar que a atividade transcorreu melhor e os discentes se sentiram mais confiantes em realizar e responder as tarefas.

Em alguns momentos das atividades foi necessário fazer interferências para sanar dificuldades que se mostravam recorrentes entre todos os grupos. Segundo Vygotsky (2001), o sujeito é passível de interação, pois constrói conhecimentos a partir de relações intra e interpessoais e de troca com o ambiente, a partir de um processo chamado mediação. Na presente pesquisa, a relação intra e interpessoal estiveram presentes em todas as etapas das implementações, pois os docentes trocavam ideias entre si, já que estavam em duplas ou trios, e construíram seus próprios conhecimentos.

Verificamos contribuições importantes quanto ao uso do GeoGebra utilizando os *smartphones* dos próprios discentes unido a folha de atividades que exigia formulação de hipóteses, testar conjecturas, testar propriedades, refletir e construir suas próprias conclusões. Daí a importância das atividades escritas também em matemática, pois quando as incorporamos na aula, aplicamos de maneira diversificada um importante princípio pedagógico: o aprendizado é otimizado quando alunos refletem criticamente sobre suas experiências matemáticas, reagindo a situações matemáticas e questões que são pessoais e de seu próprio arbítrio (POWELL; BAIRRAL, 2006).

Assim como a importância da tecnologia, pois segundo Santos e Silva (2013) vemos que “os softwares educativos apresentam inúmeras capacidades funcionais, que poderão ser reconhecidas e aproveitadas por professores e alunos para obter resultados eficientes no processo de ensino e aprendizagem” (p. 9).

Nas análises foi possível observar que ao manipularem o *software*, os discentes formulam e reformulam suas respostas, ou seja, em um primeiro momento ele está em dúvida sobre sua conjectura e no momento seguinte ele testa, manipula e confirma seu resultado, mostrando assim a importância do *App* na construção do conhecimento.

Ao final da análise, percebeu-se que as atividades poderiam ser reformuladas e repensadas. Trazendo, talvez, uma linguagem mais próxima do aluno, trabalhando mais tempo com a familiarização do *software*, trazendo mais tarefas e, assim, construções em busca de uma maior reflexão, colocando as palavras correspondentes, alternos e colaterais com maior evidência nas atividades utilizando *software* para retomar a atividade 1 de busca por significados. Contudo, essas atividades, inspiradas em Marcos (2017)<sup>20</sup>, foram muito importantes para uma primeira fase de implementações, pois pretende-se dar continuidade a esse projeto com um outro olhar. É importante destacar que as atividades, inspiradas em Marcos (2017), fazem parte de um caderno de atividades, Ambientes de Geometria Dinâmica, fruto de seu trabalho de pesquisa de mestrado profissional do PPGEducIMAT.

Nas atividades implementadas, percebeu-se também que os alunos ficaram muito entusiasmados com a dinâmica da aula e conseguiram estabelecer relações produzindo suas próprias conclusões. A exemplo disso, temos os registros dos próprios alunos em que demonstram o aprendizado na realização da atividade.

Tarefa 3: Que relação existe entre o par de ângulos?

Estudantes C e A: Os ângulos opostos são iguais.

Tarefa 4: Identifique os ângulos suplementares na construção.

Estudantes C e A: Os vizinhos sendo somados dão 180°.

Além disso, os alunos trouxeram registros próprios de cada atividade, trazendo uma reflexão da atividade executada. Isso trás elementos para uma avaliação da atividade, em que foi possível refletir e repensar atividades posteriores. Por exemplo, quando o aluno diz “Hoje a aula foi boa, porque aprendi mais coisas sobre ângulo e sobre o aplicativo GeoGebra. É sempre divertido usar o celular para estudar, porque as coisas ficam mais interessantes. Nós vimos coisas como ângulos opostos pelo vértice, congruentes e vizinhos. Foi uma boa aula”. Dessa forma, foi possível perceber que essa dinâmica de aula proporciona, além do aprendizado do conhecimento, a satisfação do aluno em estar em um ambiente que se sente mais familiarizado e a vontade em manipular, conjecturar e refletir.

---

<sup>20</sup> Disponível em < <http://www.gepeticem.ufrj.br/portal/publicacoes/teses-e-dissertacoes/>>. Acesso em 23 jun. 2017.

### 5.3 Desdobramentos e Contribuições da Pesquisa

Na execução da análise das atividades observou-se que houve limitações e contribuições. Como contribuições, destaca-se a valorização da escrita dos discentes, o resgate de significados de sua vivência para as palavras propostas nas atividades, tirando-os de seu conforto e convidando-os a reflexão, dando uma rica contribuição para nossa pesquisa; o desenvolvimento dos alunos ao longo das atividades, buscando respostas na manipulação do constructo e fazendo conjecturas; a felicidade e o entusiasmo dos estudantes em realizar uma atividade utilizando seu próprio *smartphone*, mostrando a eles que é possível utilizar as TIC na aprendizagem e na construção de seu próprio conhecimento. Enfim, muitas foram as contribuições alcançadas na análise. Encontrou-se também muitos elementos que reafirmam contribuições que um AGD traz para o ensino e a aprendizagem de matemática.

Como limitações vale destacar a quantidade de *smartphones* para a realização das atividades. Muitos alunos não tinham ou não podiam trazer o seu para a escola, sendo assim foi preciso organizar os alunos em duplas ou trios e eles de modo a que estes trabalhassem cooperativamente uns com os outros. Os estudantes desinstalavam o *software* ao término de cada aula por falta de memória no celular.

Outra dificuldade observada foi na execução da atividade preliminar, de buscar significados e refletir sobre as palavras, uma tarefa incomum nas salas de aula. Também tiveram limitações em relacionar os conceitos aprendidos em outros contextos, como por exemplo, na relação entre ângulos em um quadrilátero inscrito em uma circunferência, na atividade 3. Todas essas dificuldades encontradas nos trouxeram contribuições importantes na (re)elaboração das atividades subsequentes e elementos comprovando que nos dias atuais as aulas ditas mais tradicionais devem ser repensadas, refletidas e discutidas para as salas de aula, as tecnologias estão presentes e precisam ser usadas a nosso favor.

No transcorrer desse trabalho o objetivo foi direcionar o olhar sobre as contribuições e desafios que o GeoGebra App pode trazer para a construção do conhecimento geométrico e do pensamento matemático, mas esse se configurou em apenas um olhar, dos muitos que poderíamos ter procurado dar mais visibilidade, o que serve, então, como convite a novas pesquisas. Como sugestão para pesquisas futuras tem-se a necessidade de dar uma ênfase maior as nomenclaturas em relação as atividades utilizando o software, retomando, com mais evidência, a fase preliminar das atividades em que os estudantes buscaram por significados das palavras do tema em questão.

## 5.4 Sobre o produto educacional gerado

Vale destacar outra contribuição importante para a pesquisa, a elaboração de dois Materiais Curriculares Educativos Online (Apêndice I) voltado para professores com dicas para implementação e como sugestão de material complementar. Espera-se também contemplar alunos que queriam aguçar ainda mais seu raciocínio matemático, servindo como material de apoio e de reflexão, com as devidas adaptações a sua realidade.

Para cada MCEO, este estudo trouxe uma atividade desenvolvida no GeoGebra com o objetivo de explorar o ensino de geometria com o uso de um AGD, o GeoGebra para *smartphone*. A opção pelo aplicativo está relacionada às possibilidades que o mesmo apresenta a visualização e manipulação de figuras não estáticas, além da observação de um conjunto de elementos (ângulos, posições de retas, etc.).

A possibilidade de uso do GeoGebra *App* também proporciona uma facilidade quanto a utilização, pois o discente faz uso de seu próprio *smartphone*. Estes MCEO têm como objetivo apresentar virtualmente a construção de retas concorrentes para a manipulação e visualização de possíveis relações entre os ângulos formados por ela, fazendo com que o aluno construa e teste suas próprias conjecturas.

Em relação ao MCEO 1, intitulado “relações entre ângulos”, este estudo trouxe uma atividade com construções de retas concorrentes para uma reflexão sobre os ângulos formados por elas, em que o professor poderá utilizar em suas aulas com o 8º ano, inicializando o conteúdo a fim de estimular o discente a fazer conjecturas, formular hipóteses e construir suas próprias conclusões.

No MCEO 2, denominado “quando duas retas se cortam por uma transversal”, propomos uma atividade de construção de retas paralelas cortadas por uma transversal para estabelecer relações entre os ângulos (opostos pelo vértice, correspondentes, suplementares e etc.). Professor poderá utilizá-lo subsequente ao MCEO 1, em que o aluno já estará mais familiarizado com esse tipo de dinâmica e poderá manipular e visualizar as figuras construídas de forma não estática, facilitando assim a construção de suas ideias e conhecimentos.

Esses materiais são o fruto de presente trabalho de pesquisa e estão disponíveis no portal do GEPETICEM<sup>21</sup> para acesso livre:

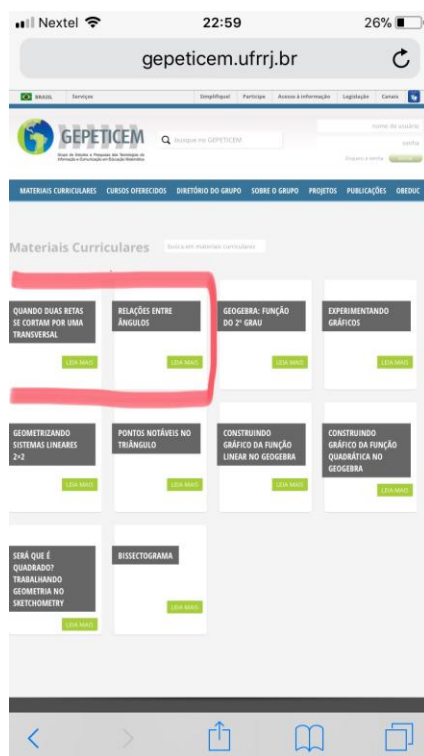
- <http://www.gepeticem.ufrj.br/portal/materiais-curriculares/relacoes-entre-angulos/>

---

<sup>21</sup> Disponível em < <http://www.gepeticem.ufrj.br/portal/categoria/materiais-curriculares/>>. Acesso em 24 jun. 2017.

- <http://www.gepeticem.ufrjr.br/portal/materiais-curriculares/quando-duas-retas-se-cortam-por-uma-transversal/>

Figura 30: Os MCEO no portal do GEPETICEM



Fonte: Elaboração própria.

Destacamos também outros possíveis produtos pensados durante a realização da pesquisa, são eles: Elaboração de um caderno de atividades, com todo o conteúdo de geometria do 8º ano do ensino fundamental, com o uso do GeoGebra App (*smartphone*) como sugestão para professores da Educação Básica; elaboração e oferecimento de um curso de capacitação ou um mini curso para professores do município do rio com a temática inovação tecnológica e possibilidades do uso do *smartphone* nas aulas; elaboração e proposição de instrumentos avaliativos com atividades utilizando o GeoGebra fazendo uso do *smartphone* dos próprios discentes.

Essas propostas, com o objetivo de aprimorar o material da SME<sup>22</sup>, estão sendo analisadas para construção do produto final. Também pretende-se utilizar respostas dos próprios alunos (nas atividades preliminares), além da geração de instrumentos, por exemplo, mapa conceitual.

<sup>22</sup> Secretaria Municipal de Educação



Faz-se necessário concluir este texto destacando a imensa satisfação em vislumbrar possibilidades variáveis para implementação desta proposta e poder, mesmo que em longo prazo, testemunhar sua colaboração para o desenvolvimento da educação matemática.

## REFERÊNCIAS

ABARA, C. A. A. P.; ALENCAR, S. V. A Gênese Instrumental na Interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 27, n. 46, p. 349-365, 2013.

ALLEVATO, N. S. G. O modelo de Romberg e o percurso metodológico de uma pesquisa qualitativa em educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro/SP, ano 21, n. 29, p. 175– 197. 2008.

AMADO, N.; SANCHEZ, J.; PINTO, J. A utilização do GeoGebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 29, n. 52, p. 637-657, 2015.

ASSIS, A. R. **Alunos do Ensino Médio trabalhando no GeoGebra e no Construtor Geométrico: mãos e rotações em *touchscreen***. 2015. 160 f. Dissertação (Mestrado em Educação – PPGEduc) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica. 2015.

ASSIS, A. R. de; SILVA, BÁRBARA, C. C. C. da; BAIRALL, M. A. Um levantamento de dispositivos *touchscreen* voltados ao ensino de matemática. In: **Anais... VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática**, ULBRA/Canoas, 2013.

BAIRRAL, M. Do clique ao *touchscreen*: Novas formas de interação e de aprendizado matemático. In: **Reunião anual da anped**, Goiânia, n 36 de setembro a 2 de outubro de 2013.

\_\_\_\_\_. Licenciandos em matemática analisando o comportamento de pontos notáveis de um triângulo em um ambiente virtual com GeoGebra. In: **Reunião anual da anped**, Florianópolis, n 37. 2015

\_\_\_\_\_. **Tecnologias da Informação e Comunicação na formação e educação matemática**, Seropédica: EDUR, 2012. 112p. Série InovaComTic (V.2).

\_\_\_\_\_. Uma matemática na ponta dos dedos com dispositivos *touchscreen*. **RBECT**, v. 8, n. 4, p. 39-74, 2015.

BAIRRAL, M., ASSIS, A. R., & SILVA, B. C. da. **Mãos em ação em dispositivos *touchscreen* na educação matemática**. Seropédica: Edur, 2015.

BÁRBARA, C. C. C. da. Uso de *smartphones* em atividades que auxiliem a construção de demonstração em geometria. In: **Anais... XIX EBRAPEM**, Universidade Fedra de Juiz de Fora/MG, 2015.

BORBA, M. C; DA SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G.. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**, Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, M. C.; CHIARI, A. **Tecnologias digitais e educação matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

COSTA A. P. da; SANTOS, M. C. dos. Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do GeoGebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 5, n. 2, p. 03-17, 2016.

GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. In: **Anais... VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, p.1-13, Belo Horizonte, 1996.

\_\_\_\_\_. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Curso de Pós-Graduação em Informática na Educação – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

HENRIQUE, M. P. **GeoGebra no clique e na palma das mãos: contribuição de uma dinâmica de conceitos geométricos com alunos do Ensino Fundamental**. 2017. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – PPGEducIMAT) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica. 2017.

\_\_\_\_\_. Um toque ou um arrastar direto na tela do *Smartphone*: reflexões e possibilidades para aprender sobre retas paralelas cortadas por uma transversal por meio do GeoGebra. In: **Anais... XXEBRAPEM**, Curitiba/PR, 2016.

HENRIQUE, M. P.; MARQUES, V. Smartphones em sala de aula: buscando possibilidades para ensinar e aprender Matemática. In: **Anais... XII ENEM: Encontro Nacional de Educação Matemática**, São Paulo, 2016.

JUNIOR, G. E. da S.; SEABRA, R. D. Contribuições do software livre GeoGebra no Ensino Fundamental: Uma experiência de uso. **Novas Ideias em Informática Educativa**, Porto Alegre/RS, p. 792-797, 2015.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência. O futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

LOPES, M. M. Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria Usando o *Software GeoGebra*. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 27, n. 46, p. 631-644, 2013.

LUVISON, C. C. Gêneros textuais na leitura e escrita de resolução de problemas em matemática. In: UFLA, 1., 2000, Lavras. **Anais... Lavras: Ufla**, 2000. p. 1-17. Disponível em: <http://www.eventos.ufla.br/iiiselem/index.php/component/phocadownload/category/3-ii-selem?download=90:generos-textuais-na-leitura-e-escrita-de-resolucao-de-problemas-em-matematica>. Acesso em: 28 maio de 2017.

MARQUES, W.; BAIRRAL, M. **Na calculadora é ponto ou vírgula?** Analisando interações discentes sob as lentes de Vygotsky e Bakhtin. Seropédica, RJ: EDUR, 2014.

MARTINS, J. C. Vygotsky e o Papel das Interações Sociais na Sala de Aula: Reconhecer e Desvendar o Mundo. In: C R E MARIO COVAS, 1., 2010, São Paulo. **Anais... São Paulo: Puc/sp**, 2010. p. 111 - 122. Disponível em: [http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias\\_28\\_p111-122\\_c.pdf](http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_28_p111-122_c.pdf). Acesso em: 28 maio de 2017.

MEIER, M.; GRAVINA, M. A. Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental. In: **Anais... 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra**, p. CCL-CCLXIV, 2012.

MEIER, M.; SILVA, R. S. O uso da geometria dinâmica em modelagens geométricas: possibilidade de construir conceitos no ensino fundamental. In: **Anais... Revista Paraense de Educação Matemática**, p. 136-156, Campo Mourão, 2015.

MELLO, E. de L.F.; TEIXEIRA, Adriano, C. **A interação social descrita por Vigotski e a sua possível ligação com a aprendizagem colaborativa através das tecnologias de rede**. In: IX ANPED SUL, Caxias do Sul. **Anais eletrônicos...** Caxias do Sul: UCS, 2012. Disponível em: <http://www.portalanpedsul.com.br/2012/home.php?link=apresentacao>. Acesso em: 28/07/2017.

MENDES, S. C. da C.; FAINGUELERNT, E. K.; RODRIGUES, C. K.; GeoGebra e a família dos números metálicos. In: **Anais... 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra**, p. 160-171, 2012.

MESQUITA, C. G. R. de. A escrita matemática: espaço para aprendizagens que fabricam significados e produzem sentidos. In: ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** . Pelotas: Ufpel, 2001. p. 200 - 2014.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas, SP: Papirus, 1997. 6ª edição, 2004.

MURARI, C. Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 25, n. 41, p. 187-211, 2011.

NUNES, D. L. A. **O significado matemático na geometria do 7º ano com recurso ao GeoGebra: Uma perspectiva semiótica**. 2011. 190 f. Dissertação (Mestrado em Didática e Inovação no Ensino de Ciências). Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve, Faro. 2011.

PADILHA, T. A. F; DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. Construção de fractais usando o *software* GeoGebra. **Gepem**, 62, 155 – 162, 2013.

POWELL, A.; BAIRRAL, M.. **A escrita e o pensamento matemático**. São Paulo: Papirus Editora, 2006. 111 p.

SCHEFFER, N. F. A Argumentação em Matemática na Interação com Tecnologias. **Revista Ciência e Natura**, v. 34, n. 1, Santa Maria, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/viewFile/9352/5503>. Acesso em: 28/07/2017.

SILVA, A. Q.; SANTOS, T. S. dos. O uso do software GeoGebra no ensino de geometria plana. In: **Anais... VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática**, ULBRA/Canoas, 2013.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. Trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa. In: **Anais... I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**, p. 1066-1079, Curitiba, 2009.

SILVA, N. G.; KRINDGES, A. Geometria dinâmica GeoGebra – Uma nova maneira de ensinar. In: **Anais... 1ª Conferência Latina Americana de GeoGebra**, p. CCCXLVII-CCCLX, 2012.

SMOLKA, A. L. B., GOES, M. C. R. (Orgs.). **A linguagem e o outro no espaço escolar. Vygotsky e a construção do conhecimento**. Campinas: Papirus, 1993.

SPNILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. **Pesquisa-intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo: princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada**. Pesquisa-intervenção na infância e juventude / Lucia Rabello de Castro, Vera Lopes Besset (organizadoras). Rio de Janeiro: Trarepa/FAPERJ, 2008. p. 295-321.

TENÓRIO, A.; OLIVEIRA, M. E. F. de; TENÓRIO, T. A influência do GeoGebra na resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau. In: **Anais... JIEEM: Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v.7, p. 98-126, 2015.

TENÓRIO, A.; SOUZA, S M. R.; TENÓRIO, T. O uso do software educativo GeoGebra no estudo de Geometria Analítica. In: **Anais... Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, p. 103-121, 2015.

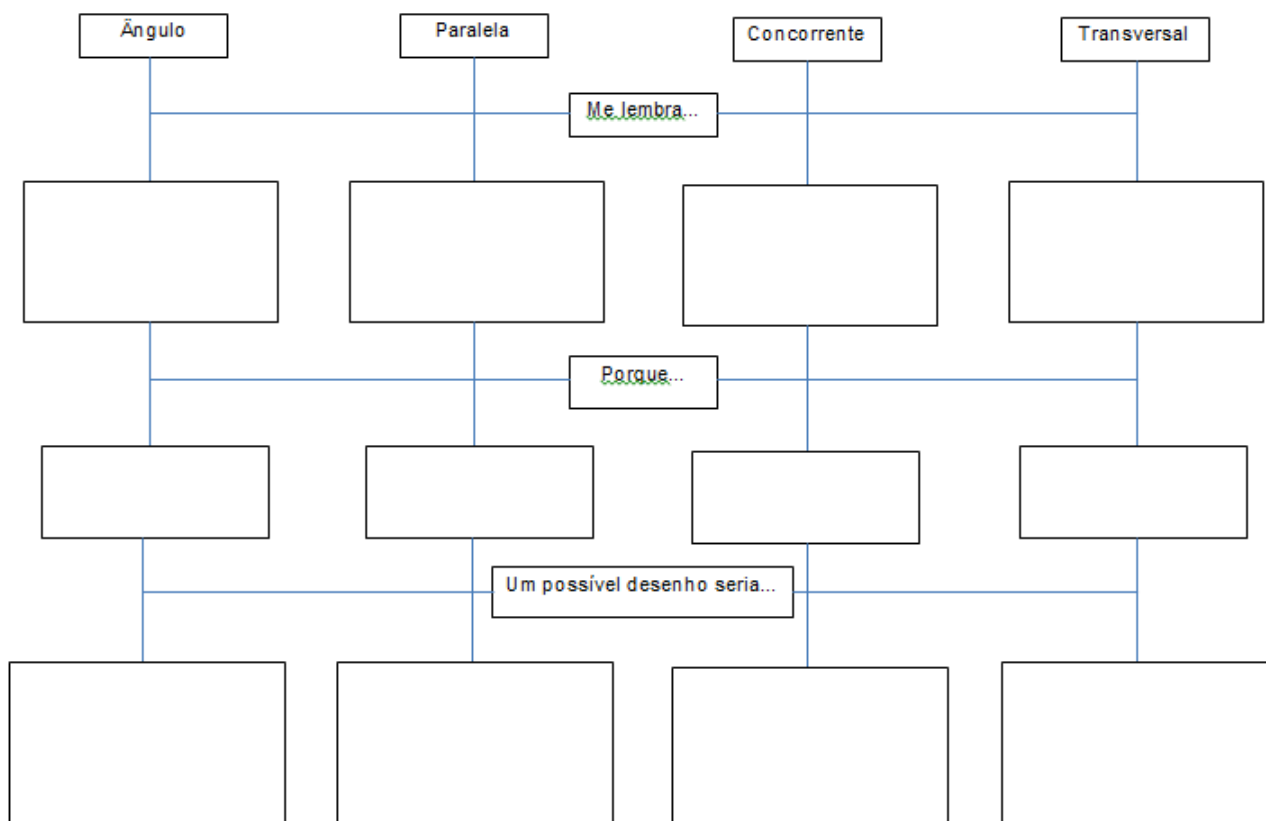
VILELA, D. S.; MENDES, J. R. A linguagem como eixo da pesquisa em educação matemática: contribuições da filosofia e dos estudos do discurso. **Zetetiké: FE/Unicamp**, Campinas, v. 19, n. 36, p.10-25, jul. 2011. Mensal.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

\_\_\_\_\_. **A Formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2003a.

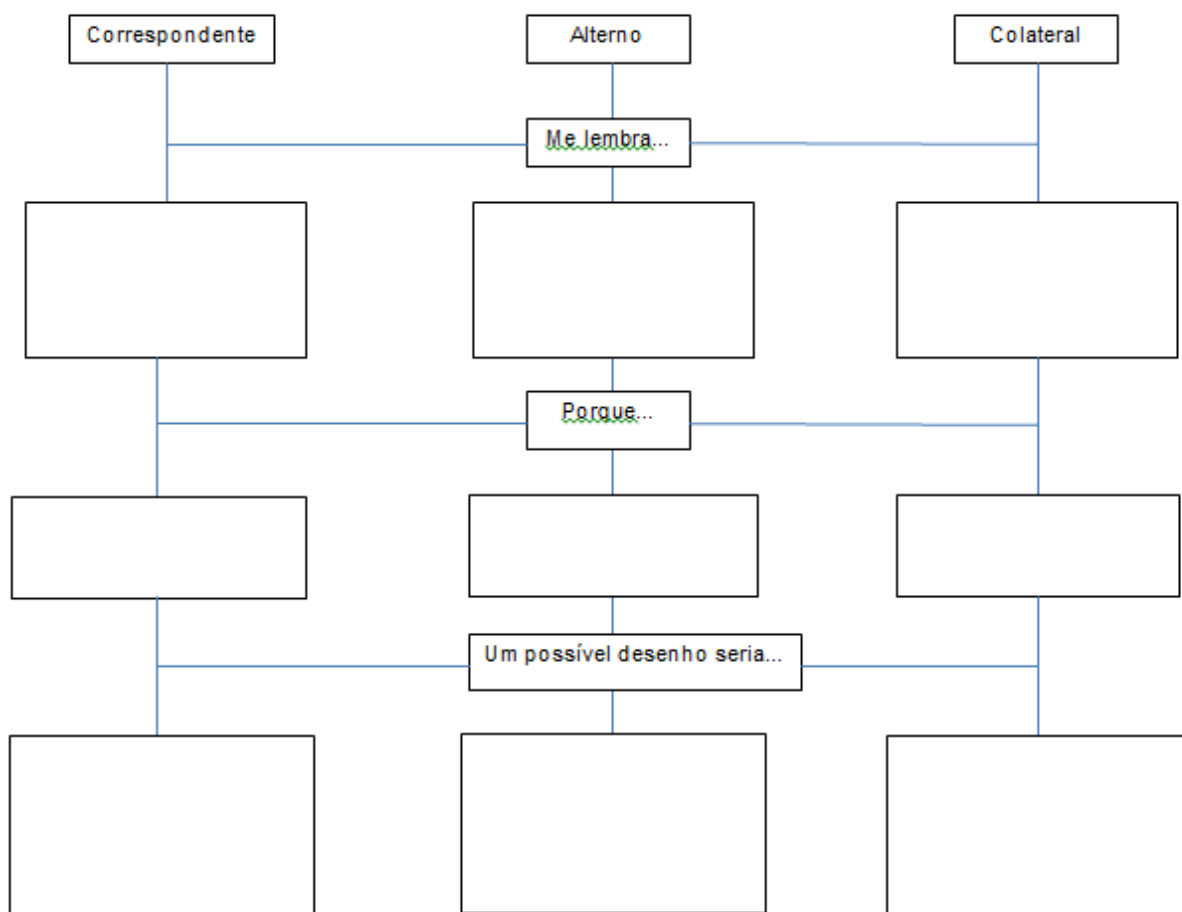
# APÊNCIDE A – ATIVIDADE PRELIMINAR 1 (PARTE 1)

Atividade Preliminar 1: Recordar, explicar e desenhar



## APÊNDICE B – ATIVIDADE PRELIMINAR 1 (PARTE 2)

Atividade Preliminar 1: Recordar, explicar e desenhar



## APÊNDICE C – ATIVIDADE PRELIMINAR 2

Atividade Preliminar 2: Recordar, explicar e desenhar



1) O que você entende por retas concorrentes?

---

---

Desenhe aqui.

2) O que você entende por retas paralelas?

---

---

Desenhe aqui.

3) O que você entende por retas transversais?

---

---

Desenhe aqui.



4) O que você entende por ângulos correspondentes?

---

---

Desenhe aqui.



5) O que você entende por ângulos alternos?

---

---

Desenhe aqui.



6) O que você entende por ângulos colaterais?

---

---

Desenhe aqui.



## APÊNDICE D – ATIVIDADE 1

### Atividade 1: Relações entre os ângulos



#### Procedimentos:

- 1) Construam duas retas concorrentes.
  - 1.1) Meçam os ângulos opostos pelo vértice.
  - 1.2) Movam livremente as retas.
- 2) O que vocês observaram?
- 3) Que relação existe entre o par de ângulos?
- 4) Identifique os ângulos suplementares na construção?
- 5) Construam (individualmente) um pequeno texto relatando o que vocês verificaram a partir da manipulação no GeoGebra. Se julgar necessário, façam desenhos para exemplificar.



#### Instruções:

- 1) Utilizem a ferramenta



Reta

- 1.1) Marque a Interseção com a ferramenta **Interseção de dois**



objetos

em seguida, utilizem a ferramenta **Ângulo** (tocar em três pontos no sentido horário)



- 1.2) Utilizem a ferramenta



Mover

**Suplementares:** *Em geometria podemos dizer que dois ângulos são suplementares quando sua soma resulta em  $180^\circ$*

## APÊNDICE E – ATIVIDADE 2








### Atividade 2: Duas retas paralelas e uma transversal



#### Instruções:

**Procedimentos:**

- 1) Construam duas retas paralelas.
  - 1.1) Construam mais um ponto sobre a segunda reta construída.
  - 1.2) Construam uma reta transversal as paralelas.
  - 1.3) Construam, pelo menos, dois pares de ângulos a partir das interseções entre a reta transversal com as paralelas (um par para cada interseção).
  - 1.4) Movam livremente a reta transversal e em seguida as paralelas.
  - 1.5) É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Explique.
- 2) Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Registrem vossas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.
- 3) Individualmente, façam um pequeno texto relatando de que forma deu-se a atividade e todas as descobertas.

- 1) Utilizem a ferramenta **Reta**  
 (clique em 2 pontos para construí-la), em seguida selecione a ferramenta **Reta Paralela**  clique na reta construída e em um ponto fora dela.
- 1.1) Utilizem a ferramenta **Ponto**  
 A
- 1.2) Utilizem a ferramenta **Reta**  
 (clique em 2 pontos para construí-la)
- 1.3) Primeiro marquem a interseção entre as retas utilizando a ferramenta **Interseção de dois objetos**  em seguida meçam os ângulos utilizando a ferramenta **Ângulo**  (clique em 3 pontos no sentido horário)
- 1.4) Utilizem a ferramenta **Mover** 

## APÊNDICE F – ATIVIDADE 3

### Atividade 3: Circunferência e Quadrilátero




#### Procedimentos:

- 1) Construam uma circunferência.
  - 1.1) Construam um quadrilátero inscrito na circunferência.
- 2) Com base em suas observações sobre retas paralelas com uma transversal estabeleçam conjecturas em relação aos ângulos internos do polígono.
  - 2.1) Construam os ângulos internos e verifique suas conjecturas.
- 3) Façam um registro, individualmente, de suas descobertas e a utilização do GeoGebra.



#### Instruções:


- 1) Utilizem a ferramenta **Círculo dados Centro e Um de seus**

**Pontos**  (tocar em 2 pontos)

- 1.1) Utilizem a ferramenta

**Polígono**  (tocar em quatro pontos sobre a circunferência)

- 2) Utilizem a ferramenta

**Ângulo**  (tocar em 3 pontos no sentido horário)

*Conjectura: Uma conjectura é uma dedução (suposição) que ainda não foi provada verdadeira, e que se pretende provar.*

## APÊNDICE G – ATIVIDADE AVALIATIVA

Atividade avaliativa: aplicando o que aprendemos



1) Considere as seguintes figuras:



a) O que você pode dizer sobre os pares de ângulos em cada figura acima?

---

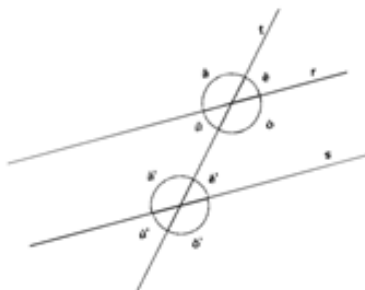


---

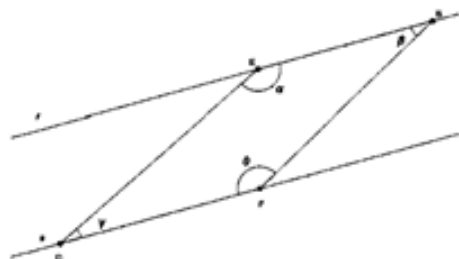
b) Calcule a medida dos ângulos  $\beta$  e  $\alpha$ .

2) A partir da figura abaixo é possível destacar os seguintes ângulos opostos pelo vértice  $\hat{a}$  e  $\hat{b}$ , \_\_\_ e \_\_\_, \_\_\_ e \_\_\_, \_\_\_ e \_\_\_, e os suplementares  $\hat{a}$  e  $\hat{c}$ , \_\_\_ e \_\_\_, \_\_\_ e \_\_\_, \_\_\_ e \_\_\_, \_\_\_ e \_\_\_, \_\_\_ e \_\_\_, ou seja, cuja soma é \_\_\_\_\_.

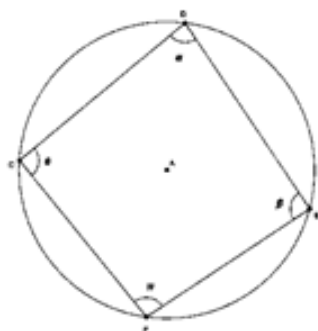
Também podemos destacar os ângulos correspondentes  $\hat{a}$  e  $\hat{a}'$ , \_\_\_ e \_\_\_, \_\_\_ e \_\_\_, \_\_\_ e \_\_\_.



- 3) Na figura abaixo as retas  $r$  e  $s$  são paralelas. Que relação é possível estabelecer a partir dos ângulos internos do quadrilátero se os lados  $ED$  e  $BF$  também são paralelos? Justifique.



- 4) A figura abaixo destaca uma circunferência de centro  $A$  com um quadrilátero  $BCDE$  inscrito. A partir de uma das descobertas realizadas no GeoGebra, é possível destacar que: (justifique)



- a)  $\alpha$  e  $\beta$  são suplementares
- b)  $\alpha$  e  $\pi$  são iguais
- c)  $\alpha$  e  $\pi$  somam  $180^\circ$
- d)  $\theta$  e  $\beta$  são concorrentes.


# APÊNDICE H – FOLHA DE ÍCONES



Conhecendo as ferramentas do GeoGebra










Barra de Ferramentas:












 → Manipulação


	
	
	







 → Linhas Retas


	
	
	
	
	
	
	









 → Pontos


	
	
	
	
	
	
	
	










 → Ângulos e medidas


	
	
	
	
	
	







 → Posições relativas


	
	
	
	
	
	
	
	






 → Formas Circulares

 → Exibição

	
	
	
	
AA	
	
	

 → Poligonos



## APÊNDICE I – PRODUTO EDUCATIVO

### MCEO 1

**Projeto:** Materiais curriculares educativos online (MCEO) para a matemática na Educação Básica

Coordenação: Prof. Marcelo Almeida Bairral

Autor: Rayanne Coelho Borges Correia Duarte

### Apresentação

A atividade foi desenvolvida no GeoGebra, visando a construção de retas concorrentes e relações entre os ângulos formados por elas. A opção pelo aplicativo está relacionada às possibilidades que o mesmo apresenta, a visualização e manipulação de figuras não estáticas, além da observação de um conjunto de elementos (ângulos, posições de retas, etc.). A possibilidade de uso do GeoGebra *App* também proporciona uma facilidade quanto a utilização, pois o discente faz uso de seu próprio *smartphone*. Este MCEO tem como objetivo apresentar virtualmente a construção de retas concorrentes para a manipulação e visualização de possíveis relações entre os ângulos formados por ela, fazendo com que o aluno construa e teste suas próprias conjecturas.

### Referência

DUARTE, RAYANNE COELHO BORGES CORREIA. **Utilização do GeoGebra, de *smartphone* e de reflexões escritas na construção de conceitos relacionados a retas paralelas cortadas por uma transversal.** 2018. 126p. Dissertação (Mestre em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2018.

Caso você utilize essa MCEO entre em contato conosco <gepeticem@ufrrj.br> ou coloque suas contribuições no link comentários.

**Tarefa:** Relações entre ângulos

- Tempo: 100 min
- Série: 8º ano do Ensino Fundamental
- Recomendações: Averiguar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conceitos a serem explorados; apresentar e instalar o *software* GeoGebra no *smartphone* dos discentes.

Temática	Objetivo (s)	Recursos
Relações entre ângulos	Verificar as relações existentes entre os ângulos formados entre duas retas concorrentes.	- <i>Smartphone</i> dos próprios alunos
<p>Observação:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Os alunos devem ser divididos em duplas e/ou trios, dependendo da quantidade de <i>smartphones</i> disponíveis.</li><li>- É importante dar um tempo para os alunos conhecerem e se ambientarem com o <i>software</i>. Vale ressaltar que isto não é uma regra, optamos por fazer a ambientação devido a complexidade das construções e por ser um aplicativo desconhecido pelos discentes.</li><li>- Caso queira aprender um pouco mais sobre o GeoGebra, acesse: &lt;<a href="https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR">https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR</a>&gt;</li></ul>		

A atividade de construção de retas concorrentes e análise dos possíveis ângulos formados por elas apresentaram as seguintes etapas:

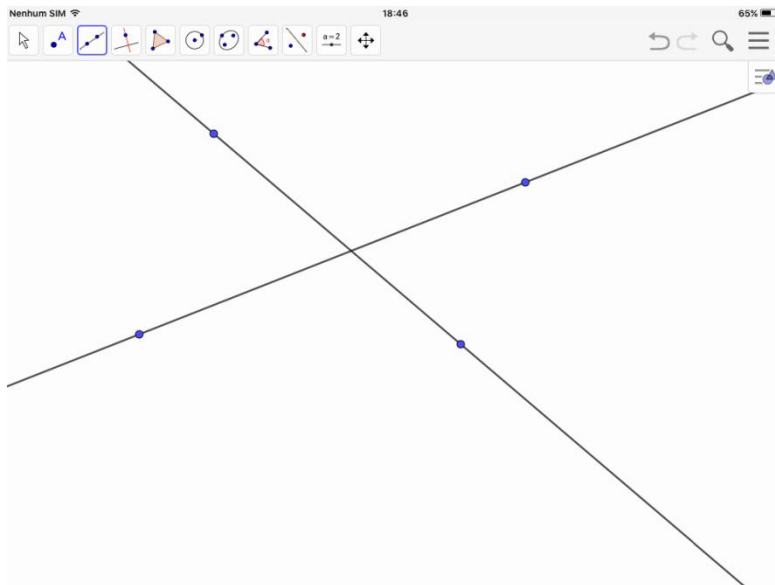
1ª Etapa – Em aulas anteriores, propomos atividades preliminares com o objetivo de averiguar o conhecimento prévio dos discentes em relação as palavras correspondente, alterno e colateral.

2ª Etapa – Apresentamos e instalamos o aplicativo no *smartphone* dos alunos. Fizemos o reconhecimento de cada ícone do *software*, fazendo algumas construções aleatórias como teste para familiariza-los com o aplicativo.

A atividade seguirá os seguintes procedimentos:


1) Construam duas retas concorrentes.

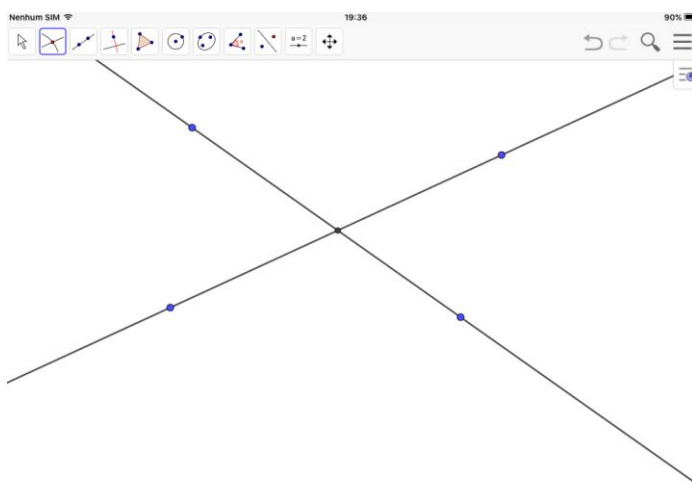
Dica: utilizem a ferramenta **Reta** 

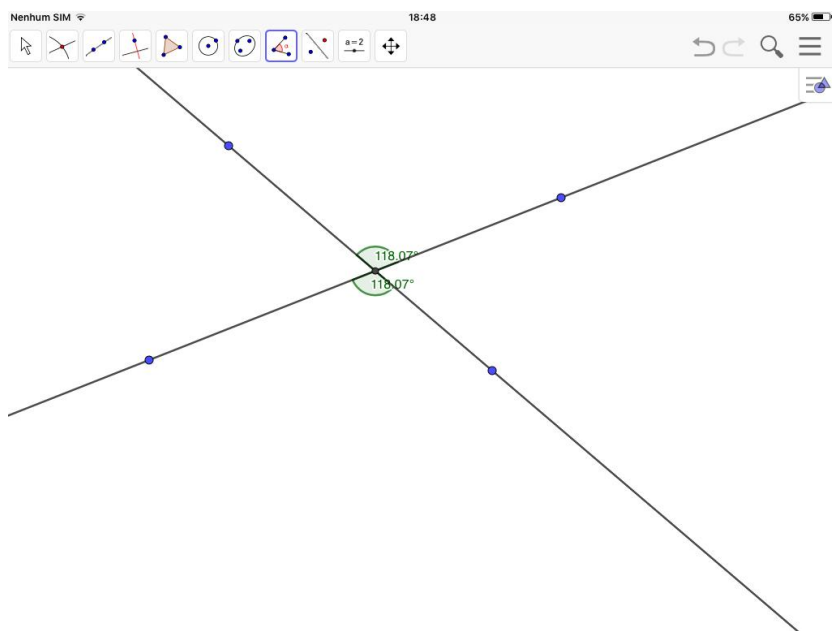


1.1) Meçam os ângulos opostos pelo vértice.

Instrução: Marque a Interseção com a ferramenta **Interseção de dois objetos** ,

em seguida, utilizem a ferramenta **Ângulo**  (tocar em três pontos no sentido horário).

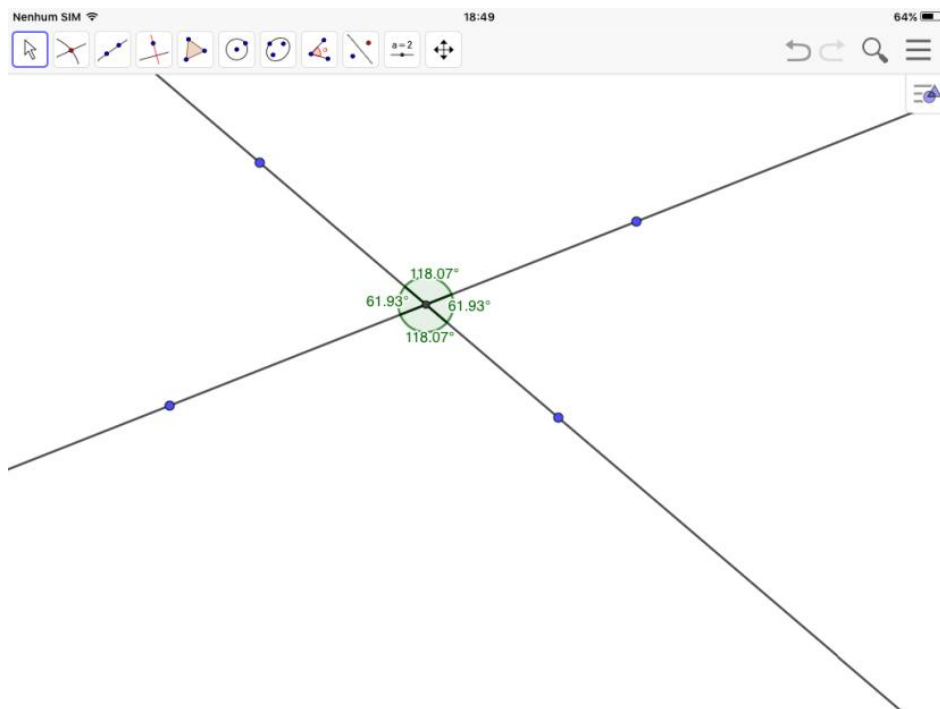


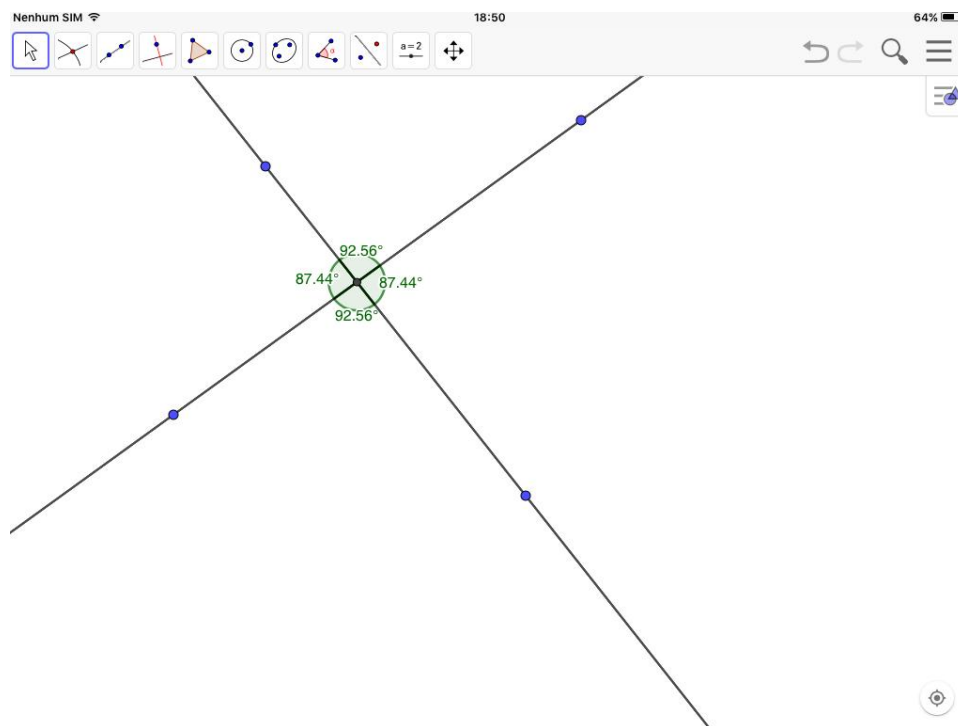


1.2) Movam livremente as retas.

Instrução: Utilizem a ferramenta

**Mover**





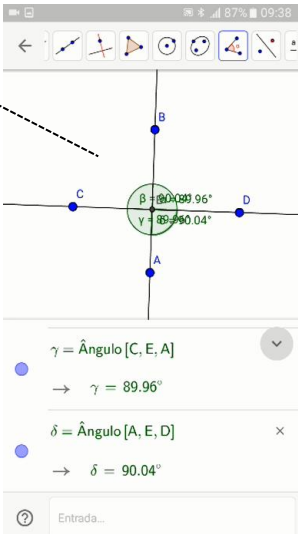
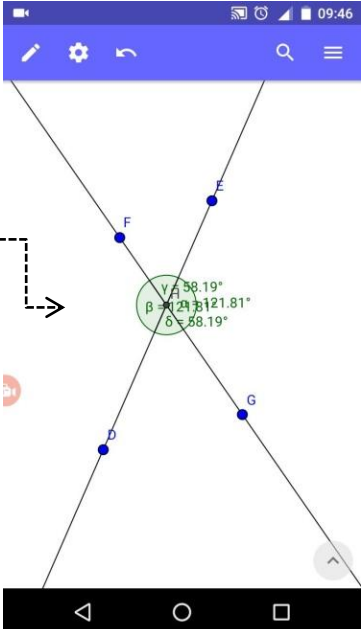
- 2) O que vocês observaram?
- 3) Que relação existe entre o par de ângulos?
- 4) Identifique os ângulos suplementares na construção.

**Suplementares:** *Em geometria podemos dizer que dois ângulos são suplementares quando sua soma resulta em  $180^\circ$ .*

- 5) Construam (individualmente) um pequeno texto relatando o que vocês verificaram a partir da manipulação no GeoGebra. Se julgar necessário, façam desenhos para exemplificar.

## Respostas

O quadro abaixo ilustra algumas construções realizadas pelos alunos durante o desenvolvimento desta atividade.

<p>Medida dos ângulos: <math>89.96^\circ</math> e <math>90.04^\circ</math></p>		<p>Construção realizada por uma dupla de alunos, construindo os pares de ângulos nas retas concorrentes.</p>
<p><math>\gamma</math> e <math>\delta</math>: <math>58.19^\circ</math> <math>\beta</math> e <math>\alpha</math>: <math>121.81^\circ</math></p>		<p>Print de tela de uma dupla de alunos realizada após a realização da tarefa.</p>

## **Narrativa**

Nessa atividade pedi aos alunos que construíssem retas concorrentes para analisarem possíveis relações entre os ângulos formados por elas: opostos pelo vértice e suplementares. Antes da realização dessa tarefa, no momento que fiz o compartilhamento do *software*, os alunos puderam manipular livremente o GeoGebra, conhecendo suas ferramentas. Além disso, no mesmo dia da aplicação da atividade, entreguei aos alunos uma folha de ícones, adaptado de Assis (2015). Essa folha contém todos os ícones presentes na barra de ferramentas do aplicativo GeoGebra. Fomos debatendo e descobrindo cada um desses ícones e escrevendo na folha. Meu objetivo era que os alunos conhecessem cada ferramenta para que na hora da execução das atividades se sentissem mais familiarizados com o *software*. Esse processo durou 50 minutos de aula. Os alunos gostaram das ferramentas do GeoGebra e se sentiram mais instigados a construir possíveis figuras.

Dessa forma, em um momento inicial, durante a preparação para o início das atividades, eles tiveram um momento de ambientação com o *software*, em que puderam manipular livremente, já conhecendo as ferramentas e utilizando a folha de ícones. Vale destacar que as atividades foram (re)elaboradas, inspiradas em Henrique (2017). Ressalto também que usei o quadro branco para esclarecimento de dúvidas, mas apenas para esclarecer dúvidas e não na interferência do pensamento e reflexão do aluno.

Em relação ao desenvolvimento da atividade, entreguei uma folha contendo as tarefas propostas neste MCEO a serem executadas e refletidas no GeoGebra, com duração de 50 minutos. A folha continha os procedimentos e as instruções necessárias para o desenvolvimento das tarefas, e o aluno foi orientado a segui-las. Os estudantes sentiram muita dificuldade na realização da atividade, pois estão acostumados a serem totalmente guiados, inclusive a perguntarem o que tem que fazer sem ao menos ler o que está sendo pedido. Foi um pouco difícil guiar a atividade, mas aos poucos os alunos foram desenvolvendo. Sempre me perguntando se estava correto e o que tinha que fazer, mas sempre pedia que eles lessem o que estava sendo pedido e se lembrassem das aulas anteriores, para não interferir no momento de reflexão e construção do pensamento do aluno.

Por fim, acredito que este tipo de atividade traz um olhar diferenciado para a geometria, pois nesta aula os alunos puderam construir, manipular e fazer conjecturas a respeito dos ângulos construídos. Portanto, os discentes experienciaram o processo de descobrimento de um resultado para depois construir seus próprios conceitos e definições.

## Referências

ASSIS, Alexandre R. **Alunos do Ensino Médio trabalhando no GeoGebra e no Construtor Geométrico: mãos e rotações em *touchscreen***. 2015. 160 f. Dissertação (Mestrado em Educação – PPGEduc) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica. 2015.

HENRIQUE, Marco Paulo. **GeoGebra no clique e na palma das mãos: contribuição de uma dinâmica de conceitos geométricos com alunos do Ensino Fundamental**. 2017. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – PPGEducIMAT) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica. 2017.



## MCEO 2

**Projeto:** Materiais curriculares educativos online (MCEO) para a matemática na  
Educação Básica

Coordenação: Prof. Marcelo Almeida Bairral

Autor: Rayanne Coelho Borges Correia Duarte

### Apresentação

A atividade foi desenvolvida no GeoGebra visando a construção de retas paralelas cortadas por um transversal. A opção pelo aplicativo está relacionada às possibilidades que o mesmo apresenta, a visualização e manipulação de figuras não estáticas, além da observação de um conjunto de elementos (ângulos, posições de retas, etc.). A possibilidade de uso do GeoGebra *App* também proporciona uma facilidade quanto a utilização, pois o discente faz uso de seu próprio *smartphone*. Este MCEO tem como objetivo apresentar virtualmente a construção de retas paralelas cortadas por uma transversal para a manipulação e visualização de possíveis relações entre os ângulos formados por ela, fazendo com que o aluno construa e teste suas próprias conjecturas.

### Referência

DUARTE, RAYANNE COELHO BORGES CORREIA. **Utilização do GeoGebra, de *smartphone* e de reflexões escritas na construção de conceitos relacionados a retas paralelas cortadas por uma transversal.** 2018. 126p. Dissertação (Mestre em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2018.

Caso você utilize essa MCEO entre em contato conosco <gepeticem@ufrrj.br> ou coloque suas contribuições no link comentários.

**Tarefa:** Quando duas retas se cortam por uma transversal

Tempo: 100 min

- Série: 8º ano do Ensino Fundamental
- Recomendações: Averiguar o conhecimento prévio dos estudantes sobre os conceitos a serem explorados; apresentar e instalar o *software* GeoGebra no *smartphone* dos discentes.

Temática	Objetivo (s)	Recursos
Quando duas retas se cortam por uma transversal	Identificar relações existentes entre duas retas paralelas cortadas por uma transversal.	- <i>Smartphone</i> dos próprios alunos
<p>Observação:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Os alunos devem ser divididos em duplas e/ou trios, dependendo da quantidade de <i>smartphones</i> disponíveis.</li><li>- É importante dar um tempo para os alunos conhecerem e se ambientarem com o <i>software</i>. Vale ressaltar que isto não é uma regra, optamos por fazer a ambientação devido a complexidade das construções e por ser um aplicativo desconhecido pelos discentes.</li><li>- Caso queira aprender um pouco mais sobre o GeoGebra, acesse: &lt;<a href="https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR">https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR</a>&gt;</li></ul>		

A atividade de construção de retas concorrentes e análise dos possíveis ângulos formados por elas apresentaram as seguintes etapas:

1ª Etapa – Em aulas anteriores, propomos atividades preliminares com o objetivo de averiguar o conhecimento prévio dos discentes em relação as palavras correspondente, alterno e colateral.


2ª Etapa – Apresentamos e instalamos o aplicativo no *smartphone* dos alunos. Fizemos o reconhecimento de cada ícone do *software*, fazendo algumas construções aleatórias como teste para familiariza-los com o aplicativo.

3ª Etapa – Anteriormente, desenvolvemos uma atividade buscando relações entre ângulos formados por duas retas concorrentes. Essa atividade também está disponível como MCEO.

A atividade seguirá os seguintes procedimentos:

- 1) Construam duas retas paralelas.

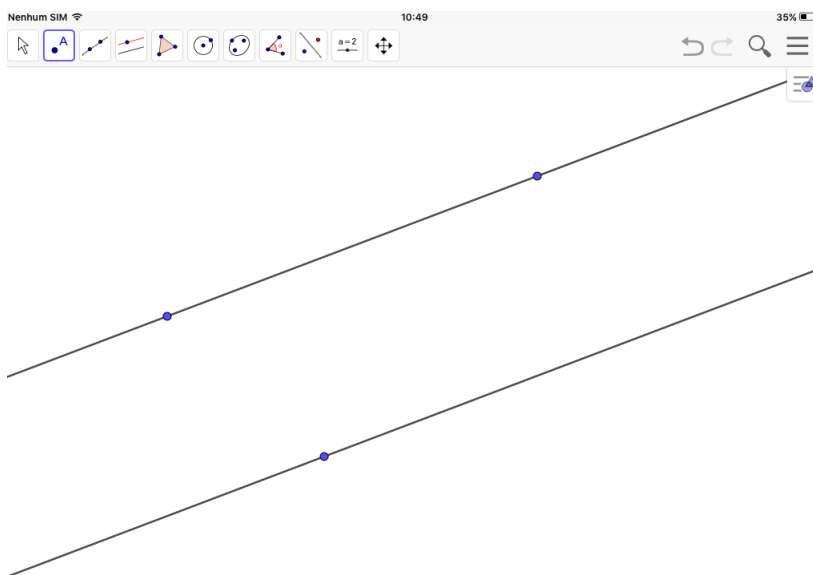
Instrução: Utilizem a ferramenta

**Reta**  (clique em 2 pontos para

construí-la), em seguida selecione a ferramenta **Reta Paralela**

 clique na reta

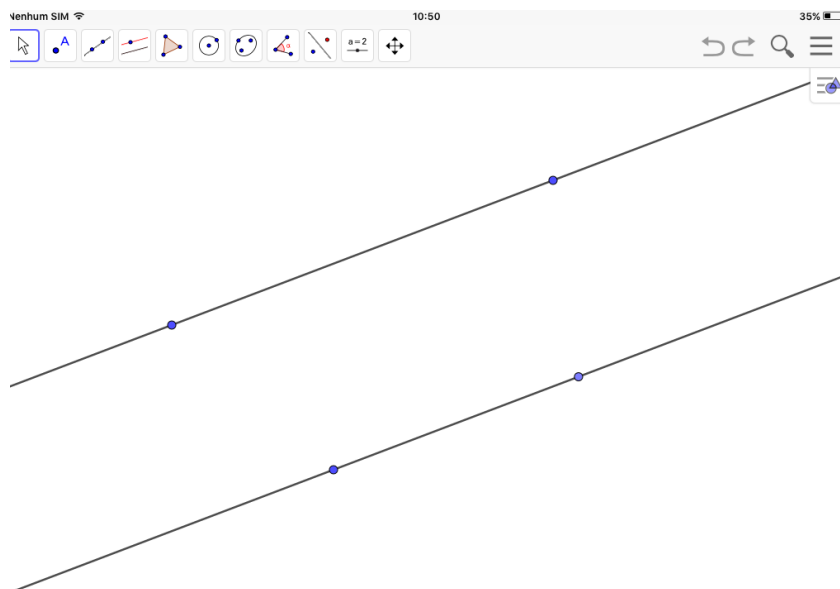
construída e em um ponto fora dela.




- 1.1) Construam mais um ponto sobre a segunda reta construída.

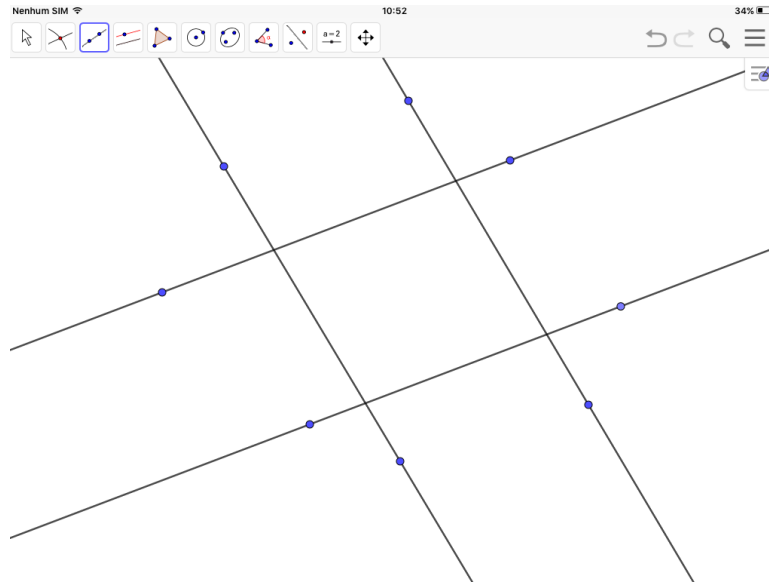
Instrução: Utilizem a ferramenta

**Ponto** 



1.2) Construam uma reta transversal as paralelas.

Instrução: Utilizem a ferramenta **Reta**  (clique em 2 pontos para construí-la)



1.3) Construam, pelo menos, dois pares de ângulos a partir das interseções entre a reta transversal com as paralelas (um par para cada interseção).

Instrução: Primeiro marquem a interseção entre as retas utilizando a ferramenta

**Interseção de dois objetos**

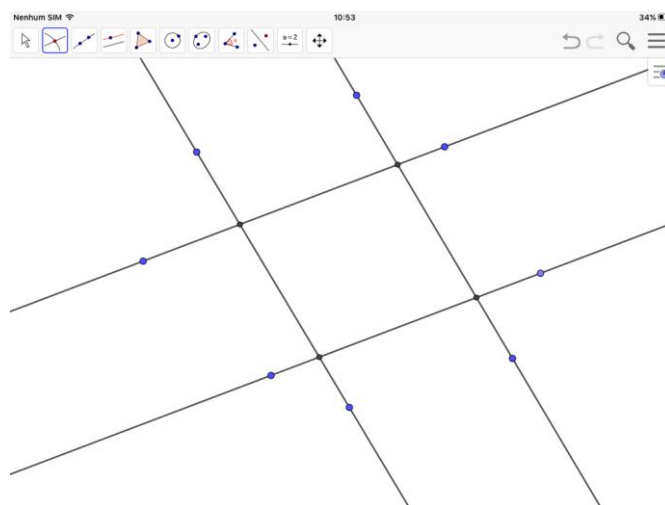


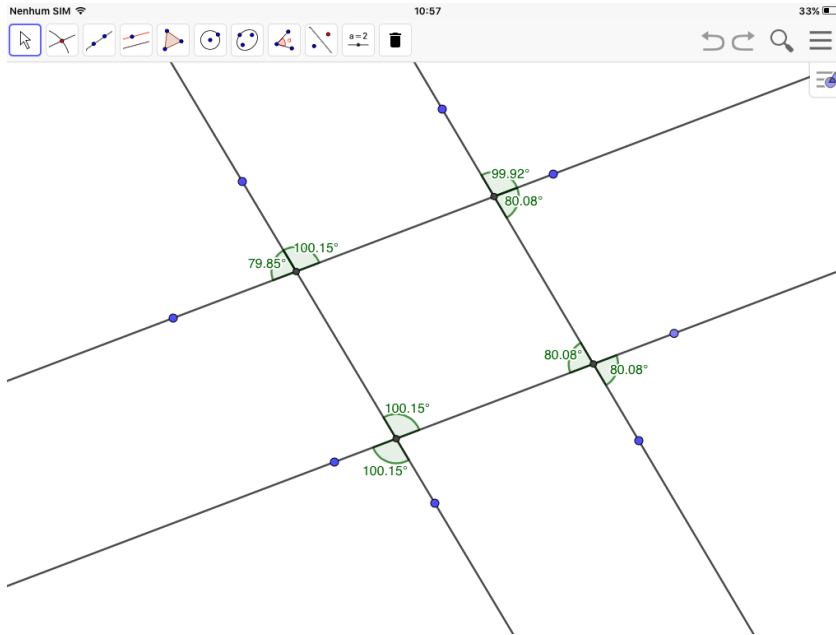
, em seguida meçam os ângulos utilizando a

ferramenta **Ângulo**




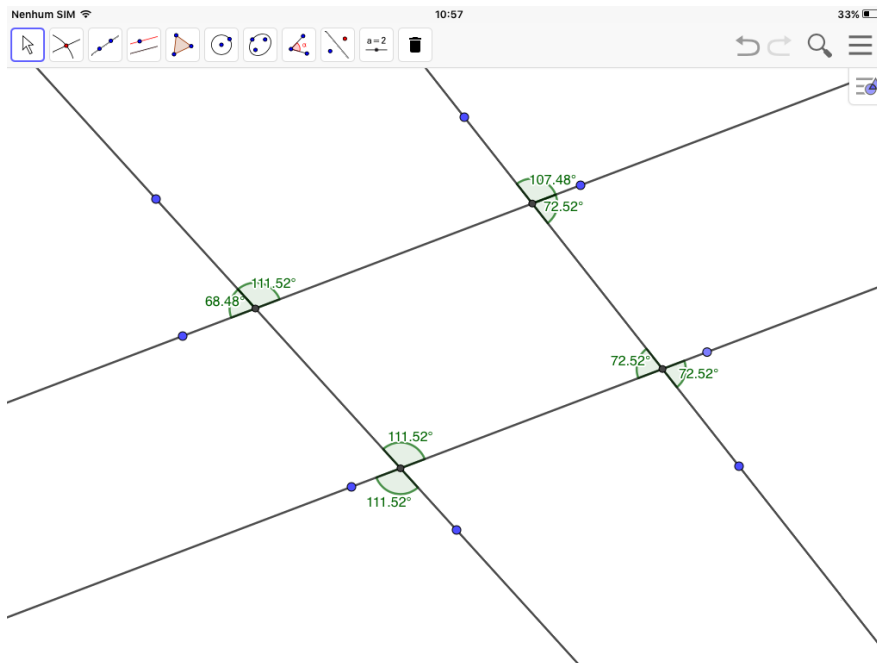
(clizando em 3 pontos no sentido horário).

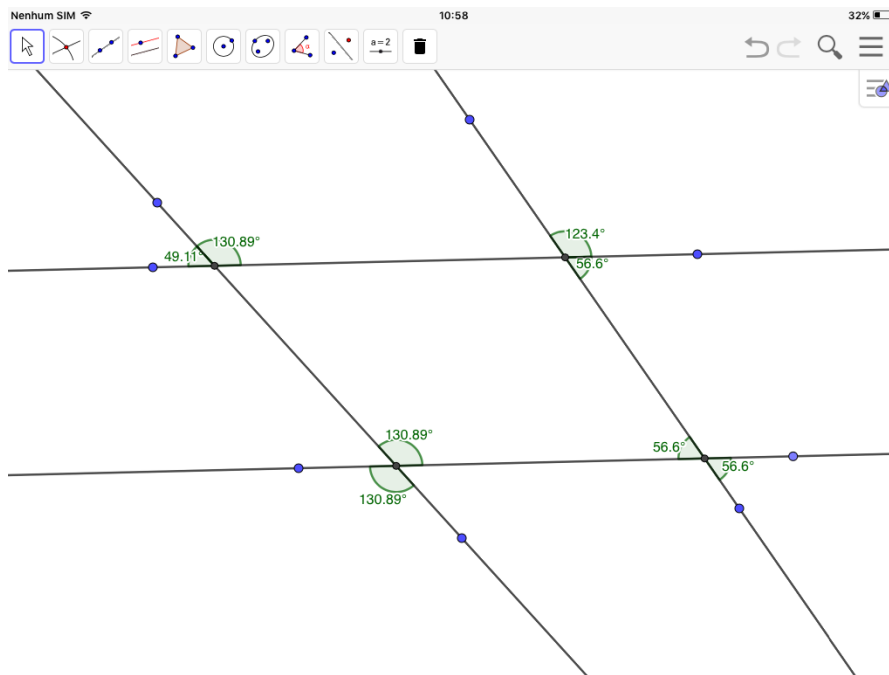




1.4) Movam livremente a reta transversal e em seguida as paralelas.

Instrução: Utilizem a ferramenta **Mover** 





- 1.5) É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Explique.
- 2) Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Registrem vossas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.
- 3) Individualmente, façam um pequeno texto relatando de que forma deu-se a atividade e todas as descobertas.

## Respostas

A seguir temos alguns registros e construções realizados pelos alunos durante o desenvolvimento desta atividade.

### Registro 1:

1.5) É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Explique

**Estudantes H, L e J:** “sim os ângulos são iguais”.

2) Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Registrem vossas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.

**Estudantes H, L e J:** “por mais que movamos as retas paralelas e a transversal os angulos continuam iguais só o numero dele se altera”.

**Atividade 2: Duas retas paralelas e uma transversal**

**Procedimentos:**

- 1) Construam duas retas paralelas.
  - 1.1) Construam mais um ponto sobre a segunda reta construída.
  - 1.2) Construam uma reta transversal as paralelas.
  - 1.3) Construam, pelo menos, dois pares de ângulos a partir das interseções entre a reta transversal com as paralelas (um par para cada interseção).
  - 1.4) Movam livremente a reta transversal e em seguida as paralelas.
  - 1.5) É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Explique. *sim os angulos são iguais*
- 2) Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Registrem vossas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.
- 3) Individualmente, façam um pequeno texto relatando de que forma deu-se a atividade e todas as descobertas.

**Instruções:**

- 1) Utilizem a ferramenta **Reta** (clique em 2 pontos para construí-la), em seguida selecione a ferramenta **Reta Paralela** (clique na reta construída e em um ponto fora dela).
- 1.1) Utilizem a ferramenta **Ponto**.
- 1.2) Utilizem a ferramenta **Reta** (clique em 2 pontos para construí-la).
- 1.3) Primeiro marquem a interseção entre as retas utilizando a ferramenta **Interseção de dois objetos** em seguida meçam os ângulos utilizando a ferramenta **Ângulo** (cliqueando em 3 pontos no sentido horário).
- 1.4) Utilizem a ferramenta **Mover**.

*2 - por mais que movamos as retas paralelas e a transversal os angulos continuam iguais só o numero dele se altera. 3-*

129.32°  
50.38°

50.38°  
129.32°

### Construção 1:

**Medida dos ângulos:**  
50.68° e 129.32°

**Medida dos ângulos:**  
129.32° e 50.68°

## Registro 2:

1.5) É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Explique

**Estudantes W e L.C:** “Sim. Praticamente eles possuem o mesmo ângulo”.

2) Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Registrem vossas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.

**Estudantes W e L.C:** “que os opostos são iguais e que todo o numero vizinho a soma da  $180^\circ$ ”.

Atividade 2: Duas retas paralelas e uma transversal

**Procedimentos:**

- 1) Construam duas retas paralelas.
  - 1.1) Construam mais um ponto sobre a segunda reta construída.
  - 1.2) Construam uma reta transversal as paralelas.
  - 1.3) Construam, pelo menos, dois pares de ângulos a partir das interseções entre a reta transversal com as paralelas (um par para cada interseção).
  - 1.4) Movam livremente a reta transversal e em seguida as paralelas.
- 1.5) É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Explique.
- 2) Investiguem outras relações entre os pares de ângulos que podem ser formados. Registrem vossas observações e se julgar necessário façam um desenho para melhor esclarecer as descobertas.
- 3) Individualmente, façam um pequeno texto relatando de que forma deu-se a atividade e todas as descobertas.

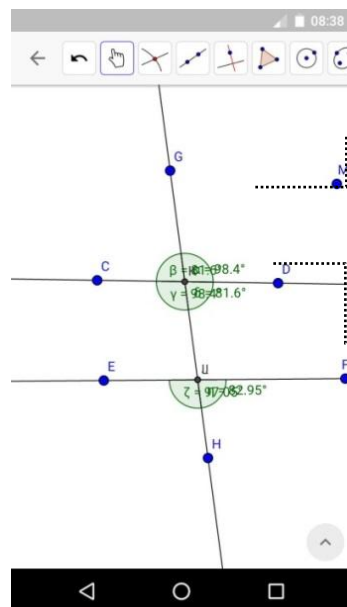
**Instruções:**

- 1) Utilizem a ferramenta Reta (clique em 2 pontos para construí-la), em seguida selecione a ferramenta Reta Paralela (clique na reta construída e em um ponto fora dela).
- 1.1) Utilizem a ferramenta Ponto
- 1.2) Utilizem a ferramenta Reta (clique em 2 pontos para construí-la)
- 1.3) Primeiro marquem a interseção entre as retas utilizando a ferramenta Interseção de dois objetos em seguida meçam os ângulos utilizando a ferramenta Ângulo (clique em 3 pontos no sentido horário)
- 1.4) Utilizem a ferramenta Mover

1. Si: Sim. Praticamente eles possuem o mesmo ângulo

2: que os opostos são iguais e que todo o numero vizinho a soma do 180

## Construção 2:



Medida dos ângulos:  $98.4^\circ$  e  $81.6^\circ$

Medida dos ângulos: não identificado



## **Narrativa**

Nessa atividade pedi que os alunos construíssem retas paralelas cortadas por uma transversal utilizando todos os conhecimentos aprendidos em nossas atividades anteriores. Meu objetivo era que os discentes realizassem as construções seguindo as instruções e os procedimentos presentes na folha de atividade, e fizessem uso dos conceitos que eles mesmos construíram das atividades anteriores para responder as tarefas. Vale destacar que as atividades foram (re)elaboradas, inspiradas em Henrique (2017).

Na hora da realização dessa atividade, entreguei uma folha contendo as tarefas propostas neste MCEO a serem executadas e refletidas no GeoGebra App, com duração de 100 minutos. Essa atividade demandou um pouco mais de tempo, devido a complexidade das construções e reflexões ao longo das tarefas. É importante destacar que, em um momento inicial, perdi 20 min reinstalando o aplicativo nos dispositivos dos grupos, pois os mesmos haviam excluído por falta de memória no celular.

Após a realização de atividades anteriores percebi que os alunos sentiram muitas dificuldades para a sua execução. Então, pensei em deixar mais claro as instruções para que os discentes pudessem seguir sozinhos na realização dos procedimentos. Com o objetivo de não fazer muitas interferências e deixar que construíssem e refletissem interagindo com seu(s) colega(s), para que eles chegassem a suas próprias conclusões, fazendo as relações a sua maneira. Dessa forma, a atividade se desenvolveu com mais facilidade e os alunos perderam o medo em errar, fazendo relações e formulando hipóteses a partir de suas construções e troca com o(s) colega(s) do grupo.

Uma dificuldade, que logo ficou evidente, foi na construção dos ângulos, pois pela visão da figura eles não conseguiam localizar o ângulo seguindo 3 pontos. Nesse caso, tive que fazer interferências indo ao quadro explicar como construir o ângulo utilizando 3 pontos, bem como a localização de cada ângulo. Para Vygotsky (2001), o sujeito é interativo, pois adquire conhecimentos a partir de relações intra e interpessoais e de troca com o meio, a partir de um processo chamado mediação. Dessa forma, o aluno tem uma relação com si mesmo, se testando, se desafiando o tempo todo em busca de resultados, além da troca com o outro colega de turma, buscando defender suas ideias e assim organizar seus pensamentos, construindo seu conhecimento próprio. Além disso, a minha interferência não atrapalhou na construção do pensamento do aluno, pelo contrário, ajudou no processo de desenvolvimento e amadurecimento. No momento da atividade a relação intra e interpessoal estiveram presentes,

pois os docentes trocaram ideias entre si, já que sentaram em duplas ou trios, e construíram seus próprios conhecimentos.

No decorrer da atividade percebemos a importância das atividades escritas, pois quando as incorporamos na aula, aplicamos de maneira diversificada um importante princípio pedagógico: o aprendizado é otimizado quando alunos refletem criticamente sobre suas experiências matemáticas, reagindo a situações matemáticas e questões que são pessoais e de seu próprio arbítrio (POWELL e BAIRRAL, 2006). As alunas formularam hipóteses, fizeram conjecturas, testaram propriedades encontradas em atividades anteriores, refletiram e construíram suas próprias conclusões, seu próprio conhecimento. E, quando essa pluralidade de ideias ocorre também mediante escritos (juntamente com o *software*) elas podem ser revisitadas e revisadas, se for o caso, em outros momentos de reflexão e de aprendizado.

Pude perceber também, a importância da tecnologia no processo de aprendizado, pois segundo Santos e Silva (2013) vemos que “os softwares educativos apresentam inúmeras capacidades funcionais, que poderão ser reconhecidas e aproveitadas por professores e alunos para obter resultados eficientes no processo de ensino e aprendizagem” (p. 9). Foi possível observar que ao manipularem o *software*, os discentes formulam e reformulam suas respostas, ou seja, em um primeiro momento ele está em dúvida sobre sua conjectura e no momento seguinte ele testa, manipula e confirma seu resultado, mostrando assim a importância do *App* na construção do conhecimento.

Por fim, vale ressaltar que práticas inovadoras nem sempre agradarão a todos, mas o professor estando ciente da importância do seu propósito pedagógico e mostra-lo ao aluno, aos poucos, esse estranhamento pode ir minimizando, inclusive, para os familiares.

## **Referências**

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático**. São Paulo: Papirus Editora, 2006. 111 p.

SILVA, Alessandra Q.; SANTOS, Tatiana S. dos. **O uso do software GeoGebra no ensino de geometria plana**. In: **Anais...** VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática, ULBRA/Canoas, 2013.

VYGOTSKY, Lev S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

HENRIQUE, Marco Paulo. **GeoGebra no clique e na palma das mãos: contribuição de uma dinâmica de conceitos geométricos com alunos do Ensino Fundamental**. 2017. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – PPGEducIMAT) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica. 2017.