

**UFRRJ**  
**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO/INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO,**  
**CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES**

**TESE**

**TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: LINGUAGENS HÍBRIDAS  
E INTERAÇÕES PARA PROMOVER APRENDIZAGENS DE  
ESTUDANTES NO ENSINO REMOTO**

**SORAYA BARCELLOS IZAR**

**2023**



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO  
INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS  
CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES

**TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: LINGUAGENS HÍBRIDAS E  
INTERAÇÕES PARA PROMOVER APRENDIZAGENS DE  
ESTUDANTES NO ENSINO REMOTO**

**SORAYA BARCELLOS IZAR**

*Sob a orientação do Professor Doutor  
**Marcelo Almeida Bairral***

Tese submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutora em Educação**, no Curso de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares, Área de Concentração em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

Seropédica/Nova Iguaçu – RJ  
Fevereiro de 2023

## FICHA CATALOGRÁFICA

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Biblioteca Central / Seção de Processamento Técnico

Ficha catalográfica elaborada  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

I98t Izar, Soraya Barcellos, 1963-  
Transformações geométricas: Linguagens híbridas e  
interações para promover aprendizagens de estudantes  
no ensino remoto / Soraya Barcellos Izar. -  
Seropédica; Nova Iguaçu, 2023.  
262 f.: il.

Orientador: Marcelo Almeida Bairral.  
Tese(Doutorado). -- Universidade Federal Rural do Rio  
de Janeiro, Programa de Pós-graduação em Educação,  
Contextos Contemporâneos e Demandas Populares, 2023.

1. Transformações Geométricas. 2. Intervenção  
pedagógica. 3. Linguagens Híbridas. 4. Visualização. 5.  
Ensino Fundamental. I. Bairral, Marcelo Almeida, 1965  
, orient. II Universidade Federal Rural do Rio de  
Janeiro. Programa de Pós-graduação em Educação,  
Contextos Contemporâneos e Demandas Populares III.  
Título.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

21/03/2023, 08:21

[https://sipac.ufrrj.br/sipac/protocolo/documento\\_documento\\_visualizacao.jsp?imprimir=true&idDoc=1249840](https://sipac.ufrrj.br/sipac/protocolo/documento_documento_visualizacao.jsp?imprimir=true&idDoc=1249840)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS  
CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES



**TERMO Nº 259 / 2023 - PPGEDUC (12.28.01.00.00.00.20)**

Nº do Protocolo: 23083.016086/2023-10

Seropédica-RJ, 17 de março de 2023.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO/INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS  
POPULARES

**SORAYA BARCELLOS IZAR**

Tese submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de **Doutora**, no Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares, Área de Concentração em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

TESE APROVADA EM 28/02/2023

Membros da banca:

MARCELO ALMEIDA BAIRRÁL. Dr. UFRRJ (Orientador/Presidente da Banca).

BRUNO MATOS VIEIRA. Dr. UFRRJ (Examinador Externo ao Programa).

DORA SORAIA KINDEL. Dra. UFRRJ (Examinadora Externa ao Programa).

AGNALDO DA CONCEICAO ESQUINCALHA. Dr. UFRJ (Examinador Externo à Instituição).

VINICIUS PAZUCH. Dr. UFABC (Examinador Externo à Instituição).

(Assinado digitalmente em 20/03/2023 18:28 )  
BRUNO MATOS VIEIRA  
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR  
DeptTPE (12.28.01.00.00.00.24)  
Matrícula: 1877266

(Assinado digitalmente em 17/03/2023 16:18 )  
DORA SORAIA KINDEL  
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR  
DeptES (12.28.01.00.00.86)  
Matrícula: 1420931

(Assinado digitalmente em 17/03/2023 20:56 )  
MARCELO ALMEIDA BAIRRÁL  
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR  
DeptTPE (12.28.01.00.00.00.24)  
Matrícula: 1098802

(Assinado digitalmente em 17/03/2023 15:38 )  
VINÍCIUS PAZUCH  
ASSINANTE EXTERNO  
CPF: 008.231.560-44

(Assinado digitalmente em 17/03/2023 18:40 )  
AGNALDO DA CONCEICAO ESQUINCALHA  
ASSINANTE EXTERNO  
CPF: 087.432.147-62

Visualize o documento original em <https://sipac.ufrrj.br/public/documentos/index.jsp> informando seu número: 259, ano: 2023, tipo: TERMO, data de emissão: 17/03/2023 e o código de verificação: 4e9397040c

## DEDICATÓRIA

A Ti, que sempre estás ao meu lado.

Ao meu amado filho, Pedro Henrique.

Aos meus queridos alunos.

Aos estudantes **A** e **V**.

À vida.

## **AGRADECIMENTOS**

À imensa rede invisível que sempre nos acompanha ao longo de toda a vida; família, alunos, professores, amigos, colegas de trabalho, parentes, enfim, a todos aqueles que, de alguma forma consciente ou não, participam do nosso interminável processo de evolução. (SOARES, 2005, p. iv)

Ao Professor Doutor Marcelo Almeida Bairral, meu caro orientador, pela orientação atenta e parceria neste trabalho.

Aos ilustres Professores Doutores Agnaldo Esquincalha, Vinícius Pazuch, Bruno Matos Vieira e Dora Soraia Kindel, por aceitarem compor a banca e colaborarem na construção desta pesquisa.

À querida Professora Doutora Rosana de Oliveira, pela amizade e pelo apoio constantes.

À querida Professora de Desenho Sandra Barata Gomes, chefe de Departamento de Desenho do Colégio Pedro II, de 2018 a 2021, pela amizade e pelo apoio constantes.

Aos professores do corpo docente do PPGEduc/UFRRJ, pelas ricas e inesquecíveis aulas.

Aos amigos e companheiros da turma do doutorado PPGEduc 2018, pela caminhada.

Aos integrantes do GEPETICEM, pelas significativas trocas de experiências.

À direção e aos alunos do 7.º ano do CAp-UERJ, parceiros de suma importância na realização da pesquisa de campo.

Ao CP-II, pelo apoio financeiro.

IZAR, Soraya Barcellos. **Transformações Geométricas: Linguagens Híbridas e Interações para Promover Aprendizagens de Estudantes no Ensino Remoto.** 2023. 262 f. Tese (Doutorado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares) – Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica/Nova Iguaçu, 2023.

## RESUMO

As transformações geométricas constituem um campo rico em conexões que possibilitam a contextualização com atividades cotidianas, artísticas e culturais e interações com outras áreas do conhecimento: Arte, Arquitetura, Biologia, Física, Química. Podem ser desenvolvidas em vários segmentos da educação básica e contribuem para apurar a observação, promover a visualização geométrica e estimular a análise crítica nos estudantes. O mapeamento realizado nesta pesquisa mostrou que há muitos estudos direcionados para as isometrias (translação, simetrias, rotação) e poucos que envolvem a transformação da proporcionalidade – a homotetia. A proposta foi desenvolver um conjunto de atividades que proporcionassem a visualização geométrica e a compreensão a partir da congruência entre figuras (com as isometrias), e depois da proporcionalidade entre dimensões, até a semelhança entre figuras (com as homotetias). Nesse contexto esta tese visa responder a seguinte questão: a fim de promover aprendizagens de estudantes do Ensino Fundamental, de que forma as transformações geométricas mediadas pelas linguagens híbridas e por *software* de geometria dinâmica contribuem para a visualização da congruência até a semelhança entre figuras geométricas em um cenário de ensino remoto? O aporte teórico ficou circunscrito às linguagens híbridas; à visualização; à mediação e intervenção pedagógicas. A pesquisa de intervenção aconteceu ao longo de 2020 e 2021, durante o distanciamento social imposto pela pandemia de COVID-19, com estudantes do 7.º ano (12-13 anos) do Ensino Fundamental do CAp-UERJ, onde a pesquisadora era professora regente. No decorrer do ensino remoto, os encontros síncronos foram realizados no ambiente de webconferência da Rede Brasileira para Educação e Pesquisa (RNP), e tarefas assíncronas foram disponibilizadas no AVA. Foram utilizados recursos multimídia e programas de geometria dinâmica (GeoGebra) disponibilizados no Ambiente Virtual de Aprendizagem do CAp – o AVACAp. O foco da análise esteve direcionado à mediação dos recursos híbridos e multimidiáticos e à interação como potencializadora da aprendizagem. A proposição mostrou-se profícua a respeito da compreensão, pelos alunos, a partir da congruência, e depois da proporcionalidade, até a semelhança de figuras geométricas. A pesquisa ressalta a importância de explorar as linguagens híbridas associadas a recursos dinâmicos e de potencializar a interação com os estudantes em ambientes virtuais de aprendizagem. A tese defendida é a de que a utilização de recursos variados em um ambiente multimídia, com atividades que valorizam linguagens híbridas, promove a compreensão de propriedades e características das transformações geométricas.

**Palavras-chave:** Transformações Geométricas. Pesquisa de Intervenção. Linguagens Híbridas. Visualização. Ensino Fundamental. Ambiente Virtual de Aprendizagem.

IZAR, Soraya Barcellos. **Geometric Transformations: Hybrid Languages and Interactions to Promote Student Learning in Remote Education.** 2023. 262p. Thesis (Doctorate in Education, Contemporary Contexts and Popular Demands). Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica/Nova Iguaçu, RJ, 2023.

## ABSTRACT

Geometric transformations constitute a rich field of connections that allow the contextualization with everyday, artistic, and cultural activities and interactions with other areas of knowledge: Art, Architecture, Biology, Physics, and Chemistry. They can be developed in various segments of basic education and contribute to refining observation, promoting geometric visualization, and stimulating critical analysis in students. The mapping carried out in this research has shown that there are many studies focused on isometries (translation, symmetry, rotation) and few that involve the transformation of proportionality - homothety. The intention was to develop a set of activities that would provide geometric visualization and understanding starting from congruence between figures (using isometries), proportionality between dimensions, and extending to the similarity between figures (using homotheties). In this context, this thesis aims to answer the following question: in order to promote learning in elementary school students, how do geometric transformations mediated by hybrid languages and dynamic geometry software contribute to the visualization from congruence to similarity between geometric figures in a remote teaching scenario? The theoretical framework was limited to hybrid languages, visualization, and pedagogical mediation and intervention. The intervention research took place throughout 2020 and 2021, during the social distancing imposed by the COVID-19 pandemic, with 7th-grade students (12-13 year-olds) at CAp-UERJ, where the researcher was the homeroom teacher. During remote teaching, synchronous meetings were held in the web conferencing environment of the Brazilian Education and Research Network (RNP), and asynchronous tasks were made available in the LMS. Multimedia resources and dynamic geometry software (GeoGebra) available in the CAp Virtual Learning Environment - AVACAp were used. The focus of the analysis was directed towards the mediation of hybrid and multimedia resources and interaction as an enhancer of learning. The proposition proved fruitful regarding students' understanding, starting from congruence, then moving to proportionality, and finally to the similarity of geometric figures. The research highlights the importance of exploring hybrid languages associated with dynamic resources and enhancing interaction with students in virtual learning environments. The thesis argues that the use of varied resources in a multimedia environment, with activities that value hybrid languages, promotes the understanding of properties and characteristics of geometric transformations.

**Keywords:** Geometric Transformations. Intervention Researc. Hybrid Languages. Visualization; Elementary school; Virtual Learning Environment.

IZAR, Soraya Barcellos. **Transformaciones geométricas: lenguajes híbridos e interacciones para promover el aprendizaje de los estudiantes en la educación remota**. 2023. 262p. Tesis (Doctorado en Educación, Contextos Contemporáneos y Demandas Populares). Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica/Nova Iguaçu, RJ, 2023.

## RESUMEN

Las transformaciones geométricas constituyen un rico campo en conexiones que posibilitan la contextualización con actividades cotidianas, artísticas y culturales e interacciones con otras áreas del conocimiento: Arte, Arquitectura, biología, Física, Química. Pueden ser desenvueltas en varios segmentos de la educación básica y contribuyen para apurar la observación, promover la visualización geométrica y estimular el análisis crítico en los estudiantes. El mapeo realizado en este trabajo mostró que hay muchos estudios direccionalados para las isometrías (translación, simetrías, rotación) y pocos que envuelven la transformación de la proporcionalidad – la homotecia. La propuesta fue desenvolver un conjunto de actividades que proporcionasen la visualización geométrica y la comprensión a partir de la congruencia entre figuras (con las isometrías), proporcionalidad entre dimensiones, hasta la semejanza entre figuras (con las homotecias). En este contexto esta tese visa responder a la siguiente cuestión: a fin de promover aprendizajes de estudiantes de la Enseñanza Fundamental, ¿de qué forma las transformaciones geométricas mediadas por los lenguajes híbridos y por softwares de geometría dinámica contribuyen para la visualización de la congruencia hasta la semejanza entre figuras geométricas en un escenario de enseñanza remota? El aporte teórico fue circunscripto a los lenguajes híbridos; a la visualización; a la mediación y a la intervención pedagógica. La pesquisa de intervención se desarrolló a lo largo de 2020 y 2021, durante el distanciamiento social impuesto por la pandemia del COVID-19, con estudiantes de 7º año (12-13 años) de Enseñanza Fundamental del Colegio de Aplicación de la Universidad Estadual de Rio de Janeiro (CAp-UERJ), donde la investigadora era profesora regente. En el discurrir de la enseñanza remota, los encuentros síncronos fueron realizados en el ambiente de web conferencia de la Red Brasilera para Educación y Pesquisa (RNP), y tareas asíncronas disponibles en la plataforma AVA. Fueron utilizados recursos multimedia y programas de geometría dinámica (GeoGebra) disponibles en el Ambiente Virtual de Aprendizaje CAp – o AVACAp. El foco de análisis estuvo direccionalizado a la mediación de los recursos híbridos y multimedia y a la interacción como impulso del aprendizaje. La proposición se mostró favorable al respecto de la compresión, por los alumnos, a partir de la congruencia, y después de la proporcionalidad, hasta la semejanza de figuras geométricas. La pesquisa resalta la importancia de explorar los lenguajes híbridos asociadas a recursos dinámicos y de potencializar la interacción con los estudiantes en ambientes virtuales de aprendizaje. La tese defendida es la de que la utilización de recursos variados en un ambiente multimedia con actividades que valorizan lenguajes híbridos promueve la comprensión de propiedades y características de las transformaciones geométricas.

**Palabras clave:** Transformaciones geométricas. Investigación de intervención. Lenguajes híbridos. Visualización. Escuela primaria. Entorno virtual de aprendizaje.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b>	Composições com Transformações Geométricas Isométricas	24
<b>Figura 2.</b>	BUSCAd 2.4.1	45
<b>Figura 3.</b>	Diagrama das Três Matrizes e suas modalidades	51
<b>Figura 4.</b>	Planilha dinâmica Simetria de Translação	77
<b>Figura 5.</b>	Planilha dinâmica de Translação	79
<b>Figura 6.</b>	Planilha dinâmica Cópia de Translação	79
<b>Figura 7.</b>	1. <sup>a</sup> Postagem – Transformações Isométricas – Translação	80
<b>Figura 8.</b>	Curta de animação – <i>O caminho</i>	81
<b>Figura 9.</b>	Captura de tela – Vídeo <i>Isto é Matemática: O Estranho Mundo de Escher</i>	82
<b>Figura 10.</b>	Decorações geométricas de Alhambra – Granada	82
<b>Figura 11.</b>	Estudos das obras de M. C. Escher	83
<b>Figura 12.</b>	2. <sup>a</sup> Postagem – Transformações Isométricas – Translação	83
<b>Figura 13.</b>	Mosaicos dos assoalhos de madeira	84
<b>Figura 14.</b>	Faixas decorativas geométricas	84
<b>Figura 15.</b>	Arte protogeométrica	85
<b>Figura 16.</b>	Planilha dinâmica Rotação	85
<b>Figura 17.</b>	3. <sup>a</sup> Postagem – Transformações Isométricas – Rotação	86
<b>Figura 18.</b>	Tarefa assíncrona – Pavimentar I	86
<b>Figura 19.</b>	Detalhe da planilha dinâmica - Pavimentar I	87
<b>Figura 20.</b>	4. <sup>a</sup> Postagem – Revisando a translação e a rotação	87
<b>Figura 21.</b>	5. <sup>a</sup> Postagem – Transformações Isométricas – Simetria Axial	88
<b>Figura 22.</b>	Planilhas do GeoGebra utilizadas no 6. <sup>º</sup> Encontro Síncrono – Simetria Central	90
<b>Figura 23.</b>	6. <sup>a</sup> Postagem – Transformações Isométricas – Simetria Central	90
<b>Figura 24.</b>	7. <sup>a</sup> Postagem – Construindo as Transformações Isométricas com material de Desenho1	91
<b>Figura 25.</b>	8. <sup>a</sup> Postagem – Construindo as Transformações Isométricas com material de Desenho 2	92
<b>Figura 26.</b>	9. <sup>a</sup> Postagem – Construindo as Transformações Isométricas com material de Desenho 3	93
<b>Figura 27.</b>	10. <sup>a</sup> Postagem – As proporções matemáticas e o Homem Vitruviano	94
<b>Figura 28.</b>	Imagens da relação entre os segmentos do pentagrama e do retângulo áureo	95
<b>Figura 29.</b>	O Homem Vitruviano e as proporções do corpo humano	96
<b>Figura 30.</b>	Sobre o Homem Vitruviano	96
<b>Figura 31.</b>	Atividade assíncrona “São Proporcionais?”	97

<b>Figura 32.</b>	10. <sup>a</sup> Postagem – Proporcional e Semelhante	98
<b>Figura 33.</b>	11. <sup>a</sup> Postagem – Ampliação e redução de figuras em malhas quadriculadas	99
<b>Figura 34.</b>	Atividade assíncrona – Construção de figuras semelhantes em malha quadriculada	99
<b>Figura 35.</b>	História de Clarice: ampliação da foto na fotocopiadora	100
<b>Figura 36.</b>	Simulação da redução e da ampliação de uma imagem no GeoGebra	101
<b>Figura 37.</b>	Pantógrafos no dia a dia	101
<b>Figura 38.</b>	Pantógrafo de Scheiner	102
<b>Figura 39.</b>	Planilha dinâmica do GeoGebra – Pantógrafo	102
<b>Figura 40.</b>	12. <sup>a</sup> Postagem – Figuras Semelhantes	103
<b>Figura 41.</b>	Atividade assíncrona – Como o pantógrafo funciona	103
<b>Figura 42.</b>	Pirâmide Asteca	104
<b>Figura 43.</b>	Planilha dinâmica Pantógrafo Virtual	105
<b>Figura 44.</b>	Pentágonos Homotéticos	106
<b>Figura 45.</b>	13. <sup>a</sup> Postagem – Homotetia	106
<b>Figura 46.</b>	Atividade assíncrona – Observando triângulos no GeoGebra	107
<b>Figura 47.</b>	Como na Xerox – GeoGebra	108
<b>Figura 48.</b>	Homotetia Direta e Homotetia Inversa	109
<b>Figura 49.</b>	14. <sup>a</sup> Postagem – Observando a Homotetia	109
<b>Figura 50.</b>	14. <sup>a</sup> Postagem – Planilha dinâmica – GeoGebra Homotetia	110
<b>Figura 51.</b>	Um GeoGebra de Natal	110
<b>Figura 52.</b>	Atividade no GeoGebra <i>Classroom</i> : OVNI	111
<b>Figura 53.</b>	Atividade- <u>b</u> no Geogebra <i>Classroom</i>	112
<b>Figura 54.</b>	15. <sup>a</sup> Postagem – Homotetia no Geogebra <i>Classroom</i>	112
<b>Figura 55.</b>	Revisão de Transformações Isométricas	113
<b>Figura 56.</b>	Planilha do GeoGebra – Homotetia	114
<b>Figura 57.</b>	Vídeo <i>Como fazer cinema na caixa/Câmara escura</i> (2012)	115
<b>Figura 58.</b>	16. <sup>a</sup> Postagem – Revisão e Homotetia Inversa	115
<b>Figura 59.</b>	Composição de Simetrias Transformações Geométricas – Atividade da 1. <sup>a</sup> aula presencial	116
<b>Figura 60.</b>	17. <sup>a</sup> Postagem – Composição de Transformações Geométricas	117
<b>Figura 61.</b>	Atividade assíncrona da 17. <sup>a</sup> Postagem	117
<b>Figura 62.</b>	Planilha dinâmica de Simetria de Translação	123
<b>Figura 63.</b>	Planilhas dinâmicas apresentadas no 1. <sup>º</sup> Encontro Síncrono	126

<b>Figura 64.</b>	Início do curta de animação <i>O caminho</i>	128
<b>Figura 65.</b>	Hogwarts X Relatividade	130
<b>Figura 66.</b>	Destaque de um vetor na obra de Escher	131
<b>Figura 67.</b>	Distâncias dos vértices correspondentes na translação	131
<b>Figura 68.</b>	Obras de Escher	132
<b>Figura 69.</b>	Exemplo de extrusão do AutoCad	133
<b>Figura 70.</b>	Exemplificando a translação de um quadrado	134
<b>Figura 71.</b>	Exemplificando a translação de um triângulo	135
<b>Figura 72.</b>	Levantamento das respostas da 2. <sup>a</sup> questão do <i>Forms<sub>1</sub></i>	137
<b>Figura 73.</b>	Levantamento das respostas da 3. <sup>a</sup> questão do <i>Forms<sub>1</sub></i>	138
<b>Figura 74.</b>	Levantamento das respostas da 4. <sup>a</sup> questão do <i>Forms<sub>1</sub></i>	138
<b>Figura 75.</b>	Levantamento das respostas da 6. <sup>a</sup> questão do <i>Forms<sub>1</sub></i>	139
<b>Figura 76.</b>	Levantamento das respostas da 7. <sup>a</sup> questão do <i>Forms<sub>1</sub></i>	139
<b>Figura 77.</b>	Levantamento das respostas da 9. <sup>a</sup> questão do <i>Forms<sub>1</sub></i>	140
<b>Figura 78.</b>	Levantamento das respostas da 10. <sup>a</sup> questão do <i>Forms<sub>1</sub></i>	140
<b>Figura 79.</b>	Imagens de assoalhos com mosaicos geométricos	141
<b>Figura 80.</b>	Exemplificando a rotação no GeoGebra	142
<b>Figura 81.</b>	Exemplificando outra translação	144
<b>Figura 82.</b>	Identificando a translação	145
<b>Figura 83.</b>	Observando a rotação na planilha dinâmica	146
<b>Figura 84.</b>	A rotação identificada pelos estudantes em objetos do cotidiano	149
<b>Figura 85.</b>	Análise da Transformação Geométrica da logomarca do McDonald's	150
<b>Figura 86.</b>	Questão 1 da atividade assíncrona – Google <i>Forms</i> de Simetria Axial	151
<b>Figura 87.</b>	Questão 2 da atividade assíncrona – Google <i>Forms</i> de Simetria Axial	151
<b>Figura 88.</b>	Questão 3 da atividade assíncrona – Google <i>Forms</i> de Simetria Axial	152
<b>Figura 89.</b>	Questão 4 da atividade assíncrona – Google <i>Forms</i> de Simetria Axial	152
<b>Figura 90.</b>	Questão 5 da atividade assíncrona – Google <i>Forms</i> de Simetria Axial	153
<b>Figura 91.</b>	Levantamento Participantes X Pontuação – <i>Forms<sub>3</sub></i> – Transformações Geométricas	153
<b>Figura 92.</b>	Questão 4 da atividade assíncrona – <i>Forms</i> de Transformações Isométricas	154
<b>Figura 93.</b>	Questão 5 da atividade assíncrona – <i>Forms</i> de Transformações Isométricas	155
<b>Figura 94.</b>	Ícones das Transformações Isométricas	156
<b>Figura 95.</b>	Questão 6 da atividade assíncrona – <i>Forms</i> de Transformações Isométricas	156

<b>Figura 96.</b>	Questão 7 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	157
<b>Figura 97.</b>	Questão 8 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	157
<b>Figura 98.</b>	Questão 9 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	158
<b>Figura 99.</b>	Questão 10 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	158
<b>Figura 100.</b>	Questão 11 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	159
<b>Figura 101.</b>	Questão 12 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	160
<b>Figura 102.</b>	Questão 13 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	160
<b>Figura 103.</b>	Questão 14 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	161
<b>Figura 104.</b>	Questão 15 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	162
<b>Figura 105.</b>	Questão 16 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	162
<b>Figura 106.</b>	Questão 17 da atividade assíncrona – <i>Forms de Transformações Isométricas</i>	163
<b>Figura 107.</b>	Fórum “São Proporcionais?”	164
<b>Figura 108.</b>	Manipulando apenas a altura da imagem da Mônica Toy	167
<b>Figura 109.</b>	Manipulando apenas a largura da imagem da Mônica Toy	167
<b>Figura 110.</b>	Manipulando as duas dimensões da imagem da Mônica Toy	168
<b>Figura 111.</b>	Reduzindo a imagem da Mônica Toy	169
<b>Figura 112.</b>	Construção de figura semelhante em malha quadriculada	170
<b>Figura 113.</b>	Clarice e a cópia ampliada	171
<b>Figura 114.</b>	Clarice pede ajuda para tirar a cópia	172
<b>Figura 115.</b>	Reducindo e ampliando como na fotocopiadora	173
<b>Figura 116.</b>	Pantógrafo de Homotetia	174
<b>Figura 117.</b>	Atividade assíncrona “Observando triângulos no GeoGebra”	176
<b>Figura 118.</b>	Atividade OVNI2	181
<b>Figura 119.</b>	Atividade-b GeoGebra <i>Classroom</i>	182

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1.</b>	Resultados encontrados na CTDC segundo as palavras-chave	31
<b>Quadro 2.</b>	Trabalhos com títulos relacionados à área matemática na busca A	32
<b>Quadro 3.</b>	Fragmento do Quadro 1 – Busca B	34
<b>Quadro 4.</b>	Fragmento do Quadro 1 – Busca C	35
<b>Quadro 5.</b>	Títulos/Quantidade de trabalhos	36
<b>Quadro 6.</b>	Resumos dos trabalhos encontrados na busca C	37
<b>Quadro 7.</b>	Busca por artigos e trabalhos acadêmicos no Google <i>Scholar</i>	40
<b>Quadro 8.</b>	Artigos direcionados para o desenvolvimento das TG na educação básica	42
<b>Quadro 9.</b>	Trabalhos publicados nos Anais do GRAPHICA sobre TG	45
<b>Quadro 10.</b>	Artigos da RBEG sobre TG	47
<b>Quadro 11.</b>	Matrizes da linguagem e do pensamento	50
<b>Quadro 12.</b>	Como os pesquisadores definem o conceito de visualização	56
<b>Quadro 13.</b>	Resumo das principais operações mentais envolvidas na visualização em Geometria	57
<b>Quadro 14.</b>	Classificação das imagens visuais de Presmeg	58
<b>Quadro 15.</b>	Planejamento das atividades da intervenção em aula do 7.º ano – Transformações Geométricas Isométricas	67
<b>Quadro 16.</b>	Planejamento das tarefas da intervenção em aula do 7.º ano – Transformações Geométricas não isométricas	68
<b>Quadro 17.</b>	Contato Capiano – Propostas de interação para o 7.º ano	71
<b>Quadro 18.</b>	Acesso ao AVACAp do 7.º ano durante o período do Contato Capiano	74
<b>Quadro 19.</b>	Observações sobre a planilha dinâmica do GeoGebra Simetria de Translação - 7.º ano	78
<b>Quadro 20.</b>	Momentos pedagógicos analisados na pesquisa de campo	122
<b>Quadro 21.</b>	Sobre o vídeo de animação <i>O caminho</i> , de Thiago Mallet	136
<b>Quadro 22.</b>	N.º de questões acertadas X N.º de Estudantes	154
<b>Quadro 23.</b>	Respostas dos estudantes A e V às questões do fórum “São Proporcionais”	170
<b>Quadro 24.</b>	Respostas do fórum sobre o exercício “Observando triângulos no GeoGebra” – Turma 71/2021	177

## LISTA DE APÊNDICES

<b>Apêndice A:</b>	Tarefas da Intervenção em Aula – Transformações Isométricas – 7.º ano – 12 anos	203
<b>Apêndice B:</b>	Tarefas da Intervenção em Aula – Homotetia – 7.º ano – 12 anos	207
<b>Apêndice C:</b>	<i>Forms</i> 2021 – Sobre o vídeo de animação <i>O caminho</i> , de Thiago Mallet	212
<b>Apêndice D:</b>	<i>Forms</i> 2021 – Sobre o encontro síncrono de 06/10/21 – Simetria Axial	214
<b>Apêndice E:</b>	<i>Forms</i> 2021 – Transformações Geométricas	218

## LISTA DE ANEXOS

<b>Anexo A:</b>	Parecer do Comitê de Ética da UFRRJ, Processo 23083.0010807/2017-30	227
<b>Anexo B:</b>	Nota dos Pró-Reitores da UERJ sobre a Mediação Tecnológica	228
<b>Anexo C:</b>	Relatório sobre os Resultados Preliminares da Pesquisa de Inclusão Digital CAp-UERJ	231
<b>Anexo D:</b>	Deliberação n.º 14/2020 - CSEPE	234
<b>Anexo E:</b>	Circular Reitoria n.º 004/2020	251
<b>Anexo F:</b>	AEDA 13/2020	253
<b>Anexo G:</b>	AEDA 35/Reitoria/2020 – Regulamenta o Decreto 47.176 de 21 de julho de 2020 no âmbito da UERJ	258

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AVACAp	Ambiente Virtual de Aprendizagem do CAp-UERJ
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CAp-UERJ	Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira da Universidade do Estado do Rio de Janeiro
CEFET-RJ	Centro Federal de Educação Tecnológica do Rio de Janeiro
CIAIQ	Congresso Ibero-American em Investigação Qualitativa
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CP-II	Colégio Pedro II
CSEPE	Conselho Superior de Ensino, Pesquisa e Extensão
DMD	Departamento de Matemática e Desenho
DOAJ	<i>Directory of Open Access Journals</i>
EBA-UFRJ	Escola de Belas Artes da Universidade Federal do Rio de Janeiro
EBRAPEM	Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
ERIC	<i>Education Resources Information Center</i>
FAETEC	Fundação de Apoio à Escola Técnica
FGV	Faculdade Getúlio Vargas
GEPETICEM	Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática
LEDEN	Laboratório de Ensino de Desenho Leonardo da Vinci
MOODLE	<i>Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment</i>
OMS	Organização Mundial da Saúde
PAE	Período Acadêmico Emergencial
PCN	Planos Curriculares Nacionais
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PPGEduc	Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares
PUC-RJ	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
PUC-SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
RBEG	Revista Brasileira de Expressão Gráfica
RNP	Rede Nacional de Ensino e Pesquisa
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SciELO	<i>Scientific Electronic Library Online</i>
SENAI	Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial
SIEM	Seminário de Investigação em Educação Matemática
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
UERJ	Universidade Estadual do Estado do Rio de Janeiro
UFABC	Universidade Federal do ABC
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFRRJ	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas

## SUMÁRIO

<b>1 INICIANDO AS TRANSFORMAÇÕES</b>	20
<b>2 TRANFORMANDO O QUE SE TEM</b>	23
<b>3 EM BUSCA DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS</b>	29
<b>3.1 As Transformações Geométricas nos Repositórios Nacionais</b>	29
<b>A - O Mapeamento Preliminar</b>	29
<b>B - As Transformações Geométricas em Outros Repositórios</b>	40
<b>3.2 As Transformações Geométricas nos Repositórios Internacionais</b>	42
<b>3.3 As Transformações Geométricas no GRAPHICA e na RBEG</b>	45
<b>4 RESPALDANDO O CAMINHO DAS TRANSFORMAÇÕES</b>	49
<b>4.1 As Matrizes da Linguagem e do Pensamento</b>	49
<b>4.2 As Linguagens Híbridas Mediando o Processo de Ensino</b>	52
<b>4.3 Transformações Geométricas</b>	54
<b>4.4 Visualização e Geometria Dinâmica</b>	55
<b>4.5 Mediação e Interação Pedagógicas</b>	60
<b>4.6 Visualização em Sala de Aula: Estudos do Grupo de Pesquisa</b>	62
<b>5 AS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO ENSINO REMOTO</b>	66
<b>5.1 As Atividades do Trabalho de Campo – O Contato Capiano</b>	70
<b>5.2 O Trabalho de Campo – Ensino Remoto A</b>	75
<b>5.3 As Atividades do Trabalho de Campo – Ensino Remoto B</b>	76
<b>C - As Transformações Geométricas Isométricas</b>	76
<b>D - A Transformação Geométrica Não Isométrica: A Homotetia</b>	93
<b>6 ANALISANDO AS TRANSFORMAÇÕES</b>	119
<b>6.1 Sobre a Pesquisa</b>	119
<b>6.2 Os Colaboradores</b>	120
<b>6.3 O Bloco das Atividades das Transformações Geométricas Isométricas</b>	124
<b>E - A Translação em <i>O caminho</i> e em outros recursos</b>	124
<b>F - Observando a Rotação, a Reflexão e o Meio-Giro</b>	140
<b>6.4 O Bloco da Homotetia – A Transformação da Proporcionalidade</b>	163
<b>G - Sobre Proporcionalidade e Semelhança</b>	164

<b>H - Observando a Homotetia</b>	166
<b>CONSIDERANDO SOBRE AS TRANSFORMAÇÕES</b>	171
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	188
<b>APÊNDICES</b>	203
<b>Apêndice A</b>	203
<b>Apêndice B</b>	207
<b>Apêndice C</b>	212
<b>Apêndice D</b>	214
<b>Apêndice E</b>	218
<b>ANEXOS</b>	227
<b>Anexo A</b>	227
<b>Anexo B</b>	228
<b>Anexo C</b>	231
<b>Anexo D</b>	234
<b>Anexo E</b>	251
<b>Anexo F</b>	253
<b>Anexo G</b>	258

## CAPÍTULO I - INICIANDO AS TRANSFORMAÇÕES

Meu interesse pelo Desenho e pela área gráfica iniciou-se quando eu contemplava composições geométricas. Elas captavam o meu olhar. Sou uma pessoa que gosta de imagens e gráficos, cadernos sem pauta, lápis 6B, lapiseiras, lápis de cor, caneta hidrocor, caneta nanquim. Alguém que se fascina pelos atuais recursos digitais, mas que não despreza os recursos analógicos.

As imagens, os gráficos e os desenhos viabilizavam meu entendimento do texto e a comunicação com ele. No Ensino Fundamental, entendia mais rapidamente conteúdos desenhados ou esquemas realizados pelo professor no quadro de giz e preferia estudar fazendo resumos esquemáticos no caderno sem pauta. Segundo Presmeg (1986), há estudantes que preferem recorrer a métodos visuais para resolução de questões matemáticas. Creio que pertenço a esse grupo de estudantes.

No curso preparatório para ingressar no segundo grau técnico fui apresentada ao desenho geométrico. Nessa disciplina comecei a fazer construções em papel sem pauta, papel quadriculado e malhas milimetradas, utilizando os instrumentos de desenho – régua, par de esquadros, transferidor, compasso. Ao ingressar no curso de Eletrotécnica do Centro Federal de Educação Tecnológica do Rio de Janeiro (CEFET-RJ), a disciplina Desenho Técnico despertou minha atenção para as possibilidades de representação de objetos ou de uma ideia em uma folha de papel.

Percebi que o Desenho deveria fazer parte de minha vida profissional. Foi então que perguntei ao professor de Desenho Técnico do segundo ano a graduação que havia cursado. O professor Lupércio, que havia concluído Desenho Industrial, sugeriu a licenciatura em Desenho. Por um curto período trabalhei como técnica em Eletrotécnica e, algum tempo depois, ingressei por concurso vestibular no curso de Licenciatura em Educação Artística, habilitação Desenho, da Escola de Belas Artes da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Fiquei tão fascinada com as possibilidades do desenho que me inscrevi e concluí vários cursos<sup>1</sup> de desenho no Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (SENAI), realizados com objetivo de me qualificar para as futuras aulas que ministraria.

---

<sup>1</sup> Desenho de Edificações, Desenho de Instalações Elétricas, Desenho de Instalações Hidráulicas e Esgoto, Desenho de Estruturas Metálicas.

Comecei minha trajetória como professora de Desenho trabalhando em escolas de Ensino Fundamental da rede particular do município do Rio de Janeiro um pouco antes de me formar. Ao concluir a graduação, participei do concurso público para professor das escolas técnicas do estado do Rio de Janeiro (atual Fundação de Apoio à Escola Técnica – FAEDEC) e comecei a lecionar na Escola Técnica Estadual Visconde de Mauá. Pensando em melhorar a prática em sala de aula, cursei a especialização *lato sensu* em Didática e Metodologia do Ensino Superior na Universidade Estácio de Sá. Decorrido algum tempo, procurei uma qualificação na área gráfica e ingressei na especialização *lato sensu* em Técnicas de Representação Gráficas da Escola de Belas Artes (EBA) da UFRJ, cujo propósito era trabalhar com variados recursos ligados à representação gráfica, incluindo a geometria dinâmica. Ao término da segunda especialização, ficou mais significativo que deveria associar a minha prática pedagógica a recursos visuais que viabilizassem o entendimento dos conceitos de geometria elencados como os mais difíceis pelos estudantes das turmas de Ensino Fundamental e das turmas de Ensino Médio em que lecionava. Em 2001, participei como professora da FAEDEC do *Partnership<sup>2</sup> in Global Learnig - 1<sup>st</sup> PGL Workshop on Distance Learning Development*, onde emergiu a ideia de promover a visualização de conceitos de geometria através do trabalho com o desenho geométrico associado a recursos dinâmicos variados reunidos em uma plataforma digital.

Em 2006, após aprovação no concurso público de provas e títulos, ingressei no Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira da Universidade Estadual do Rio de Janeiro (CAp-UERJ). No CAp-UERJ, a disciplina Desenho integra o Departamento de Matemática e Desenho (DMD), fato que me aproximou dos colegas matemáticos. Segundo professores mais antigos do Departamento, o ingresso da disciplina Desenho no currículo do Instituto foi uma solicitação do próprio Departamento. Na ocasião, o colegiado entendeu que o estudo das construções geométricas contribuiria para a evolução do pensamento geométrico. No CAp-UERJ, fui convidada a participar do Grupo de Pesquisa Linguagem e Educação: Ensino e Ciência (LEDEN), o que possibilitou a pesquisa com imagens, vídeos e recursos dinâmicos associados à prática docente. Em 2008, também por concurso público de provas e títulos, ingressei no Colégio Pedro II. Nessa época, no Colégio Pedro II, a disciplina Desenho integrava o Departamento de Desenho e Artes Visuais, que foi desmembrado anos depois. A proximidade com a disciplina Artes Visuais conferia ao Desenho um olhar também direcionado aos aspectos estéticos da composição gráfica.

---

<sup>2</sup> Uma parceria entre a Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), a Fundação Getúlio Vargas (FGV), a Universidade de Campinas (UNICAMP), a University of Florida e a University de Monterrey.

Essa breve descrição de minha trajetória visa esclarecer o interesse pelo Desenho Geométrico, pela Tecnologia Gráfica e afins, assim como a crescente expectativa de dinamizar o ensino dos conteúdos da disciplina para estimular a visualização geométrica com os estudantes da educação básica. Os recursos pedagógicos dinâmicos e interativos foram se inserindo gradualmente na minha prática pedagógica, entretanto a ideia de elaborar um *site* estruturado no conceito de linguagens híbridas com recursos dinâmicos, como vídeos e animações, ainda está em curso.

## CAPÍTULO II - TRANSFORMANDO O QUE SE TEM

O presente estudo *Transformações Geométricas: Linguagens Híbridas e Interações para Promover Aprendizagens de Estudantes no Ensino Remoto* insere-se na linha de pesquisa Estudos Contemporâneos e Práticas Educativas do curso de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). A pesquisa faz parte do projeto intitulado *Participar, descobrir e interagir em ambientes virtuais: Potencializando novas formas de aprendizagem matemática*, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), aprovado no Comitê de Ética na Pesquisa da UFRRJ com o Parecer 916/17 (Anexo A).

No decorrer de qualquer curso, é comum existirem alguns contratemplos, e eles normalmente são equacionados ao longo da caminhada. Entretanto, um acontecimento histórico marcou uma das etapas de nossa pesquisa. Em 2020, um coronavírus, o SARS-CoV-2 – sigla em inglês para Coronavírus 2 da Síndrome Respiratória Aguda Grave – alastrou-se rapidamente pelo mundo. O indivíduo acometido pela doença respiratória causada pelo vírus, a COVID-19, podia ter uma série de sintomas leves ou seu quadro podia se agravar rapidamente, ao ponto de necessitar de ventilação mecânica e internação hospitalar. Em 11 de março de 2020, devido ao elevado grau de transmissibilidade e letalidade, a Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou a COVID-19 qualificada como pandemia. O distanciamento social imposto pela pandemia da doença mudou a conduta das relações sociais, econômicas e políticas.

No município e no estado do Rio de Janeiro as escolas interromperam as atividades presenciais, após os decretos municipal e estadual<sup>3</sup> que instauraram o *lockdown*. A partir dessa realidade, a comunidade escolar adotou o ensino remoto para continuidade do ano letivo de 2020. Para Saldanha (2020, p. 130), “[...] o ensino remoto se constitui em uma solução emergencial, não planejada, provisória, rápida e viável para lidar com a suspensão das atividades pedagógicas presenciais no espaço escolar, lançando mão de recursos como Internet e mídias digitais”. Alves (2020, p. 352, grifo do original) define ensino remoto como “[...] práticas pedagógicas mediadas por plataformas digitais, como aplicativos com os conteúdos,

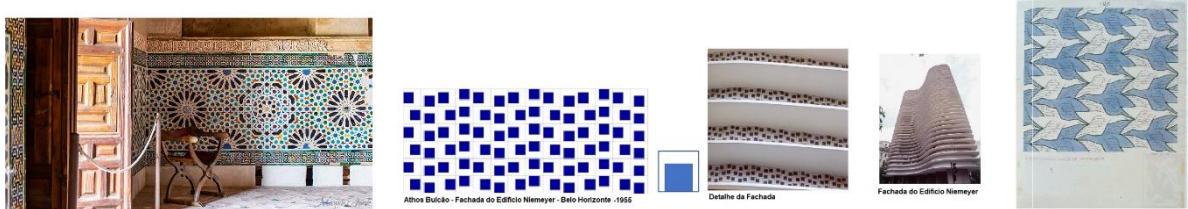
---

<sup>3</sup> Decreto Estadual n.º 46.966, de 11 de março de 2020 (RIO DE JANEIRO, 2020b) e Decreto Municipal Rio n.º 47.246, de 12 de março de 2020 (RIO DE JANEIRO, 2020a).

tarefas, notificações e/ou plataformas síncronas e assíncronas como o *Teams* (*Microsoft*), *Google Class*, *Google Meet*, *Zoom*".

Planejada para começar em março de 2020, a etapa da pesquisa de campo precisou ser adiada devido à pandemia, pois o CAp-UERJ e todas as escolas do estado do Rio de Janeiro já haviam suspendido as atividades presenciais – foi no contexto do ensino remoto que a pesquisa de campo precisou ser realizada.

O tema escolhido para o desenvolvimento da pesquisa foi a Geometria das Transformações, também conhecida por Transformações Geométricas (TG), pois apresenta conteúdos repletos de interações com outras áreas do conhecimento (Arte, Arquitetura, Biologia, Física, Química) e que podem ser desenvolvidos em vários segmentos da educação básica. As isometrias criativamente dispostas no plano nos remetem às composições artísticas das paredes do castelo de Alhambra, aos trabalhos de Escher<sup>4</sup> e aos de Athos Bulcão (Figura 1). Para além da área artística, podemos perceber a presença das isometrias em instrumentos ópticos como o caleidoscópio e a câmera escura, onde as imagens projetadas nos convidam a desvendar a proporcionalidade das transformações homotéticas.



**Figura 1.** Composições com Transformações Geométricas Isométricas

Fonte: elaborado pela autora

Com as TG é possível desenvolver conceitos geométricos e algébricos distintos: isometrias, semelhanças, fractais, matrizes. Bastos (2007) destaca a importância do trabalho com as TG por sua relevância na história da Matemática recente<sup>5</sup> e por constituírem um campo rico de conexões, o que as torna um recurso profícuo para demonstrações e resoluções de problemas e para promover o raciocínio sobre o plano e o espaço. Essas conexões geram possibilidades de contextualização com atividades cotidianas, artísticas e culturais, o que contribui para aguçar a observação, promover a visualização geométrica e estimular a análise

<sup>4</sup> Escher (1898-1972), considerado um artista matemático e geométrico, ficou conhecido por suas xilogravuras e litogravuras extraordinárias, repletas de perspectivas e ilusão de ótica.

<sup>5</sup> Bastos (2007) ressalta o Programa Erlanger de Felix Klein, que influenciou o desenvolvimento da Matemática no século XX.

crítica nos estudantes da educação básica. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 1998, p. 51) já orientavam a interação com outras áreas do conhecimento e ressaltavam que o conteúdo pode ser utilizado “[...] como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes”.

Pesquisas recentes indicam que as Transformações Geométricas Isométricas têm sido tema de estudos em programas de mestrados acadêmicos da área, ao contrário das homotetias, pelas quais o interesse é mais restrito. Delmondi e Pazuch (2020) destacam que a prática do professor é um tema de pesquisa frequentemente abordado na Educação Matemática, o que pode sinalizar eventuais brechas nos cursos de licenciatura em relação a conteúdos matemáticos diversos. As TG inserem-se nesse grupo de conteúdo. A lacuna existente na formação inicial e continuada de professores sobre esse tópico impacta a aprendizagem dos estudantes na educação básica.

Segundo Pinheiro (1986, p. 10), as transformações geométricas são uma “[...] bijeção  $f$  do plano em si mesmo, ou seja, uma transformação do plano  $\alpha$ : todo o ponto do plano é imagem por  $f$ , de um e apenas um ponto do plano”. Para Bastos (2007, p. 26), “[...] uma transformação geométrica é uma correspondência biunívoca do conjunto de pontos do plano (ou de todos os pontos do espaço) sobre si próprio”. Traduzindo a definição de TG para um contexto mais visual, é possível dizer que ocorre quando uma figura (original) gera outra figura (transformada) com características idênticas ou semelhantes à primeira, mas posicionadas no plano ou no espaço em relação a um ponto ou uma reta ou segundo um vetor. É com esse olhar semiótico que recorremos às linguagens híbridas (SANTAEILLA, 2019) e à interação e à mediação pedagógicas (VIGOTSKY, 2007) para desenvolver nossa investigação.

Nesse contexto, nossa pesquisa visa trabalhar com as TG para desenvolver a visualização geométrica a partir da congruência entre figuras (com as isometrias), passando pela proporcionalidade entre dimensões, até a semelhança entre figuras (com as homotetias) com estudantes do 7.º ano do Ensino Fundamental do CAp-UERJ, onde sou professora regente. Para isso foram utilizados recursos multimídia e programas de geometria dinâmica (GeoGebra) disponibilizados no Ambiente Virtual de Aprendizagem do CAp (AVACAp).

Embora exista interesse pelo tema, o mapeamento preliminar identificou pesquisas com a temática das transformações isométricas e algumas direcionadas às transformações não isométricas. Todavia, um trabalho que integre as isometrias e a homotetia para desenvolver a visualização a partir da congruência até a semelhança entre figuras – mediado pela linguagem

híbrida, com recursos de geometria dinâmica e disponibilizado em um ambiente virtual de aprendizagem – é original.

A visualização geométrica não é uma habilidade inata dos seres humanos, ela precisa ser desenvolvida ao longo do processo educativo. Veloso (1998), Costa (2000), Bairral (2009) e Kaleff (2016) destacam a importância de trabalhar a visualização geométrica desde os primeiros anos de ensino básico. Saber olhar, identificar e correlacionar características e informações são práticas que devem ser incentivadas constantemente, a fim de capacitar o aprendiz a entender e solucionar questões que frequentemente surgem no dia a dia. Kaleff (2016) ressalta, ainda, que a visualização é uma importante habilidade e precisa ocupar seu lugar no ensino da Matemática, uma vez que,

[...] no processo de aprendizagem do ser humano desde tenra idade, as crianças pequenas percebem o espaço a sua volta por meio do conjunto de seus sentidos, isto é, o conhecimento dos objetos resulta de um contato direto com os mesmos por meio da visão, do olfato, do paladar, do tato e da audição. (KALEFF, 2016, p. 24)

Conteúdos relativos à geometria e à visualização geométrica nem sempre são desenvolvidos a contento no Ensino Fundamental, o que acarreta deficiências relativas à área gráfica (informação e representação). Em cursos ministrados, Kaleff (2016) verificou as dificuldades perceptivas de estudantes adultos relacionadas ao modo de decodificar informações gráficas, especialmente quando usadas para inserir conceitos geométricos e sólidos geométricos em suporte físico ou virtual. A experiência da pesquisadora indica-nos que a visualização é uma habilidade necessária para o indivíduo em várias situações práticas no decorrer da sua existência.

A parceria com as linguagens híbridas (SANTAEALLA, 2019) foi o caminho escolhido. Para Santaella (2011), a interatividade promovida pela hipermídia é benéfica à aprendizagem. A hipermídia é uma linguagem híbrida que se configura pela junção do hipertexto com grafismos e elementos audiovisuais diversos, característica que se adequa à mediação no processo de ensino e de aprendizagem. Para Peirce (CP5.212), “[...] os elementos de todo conceito entram no pensamento lógico pelos portões da percepção e dele saem pelos portões da ação deliberada [...]”. As conexões promovidas pelas linguagens híbridas com a interação pedagógica podem contribuir fortemente para a visualização das características geométricas dos objetos estudados.

Desenvolver, com estudantes do Ensino Fundamental, o conteúdo TG integrado às linguagens híbridas, de forma a promover a visualização das características geométricas de

figuras congruentes e semelhantes, pode apresentar resultados promissores. Tal integração pode gerar contribuições para desenvolvimento de estratégias analíticas de proposições que tenham a imagem como um de seus elementos principais e direcionar a novas formas de ensinar e aprender.

Nosso problema de pesquisa está circunscrito aos temas: transformações geométricas; visualização mediada pelas linguagens híbridas, incluindo programas de geometria dinâmica; e mediação e interação pedagógicas. Nesse contexto, este estudo visa responder a seguinte questão: a fim de promover aprendizagens de estudantes do Ensino Fundamental, de que forma as transformações geométricas mediadas pelas linguagens híbridas e por *software* de geometria dinâmica contribuem para a visualização da congruência até a semelhança entre figuras geométricas em um cenário de ensino remoto?

O objetivo geral desta tese é analisar de que forma as transformações geométricas mediadas pelas linguagens híbridas e por *software* de geometria dinâmica contribuem para a visualização, pelos estudantes do 7.<sup>º</sup> ano do Ensino Fundamental do CAp-UERJ, da congruência até a semelhança entre figuras geométricas.

Sendo assim, assumindo que a mediação e a interação são processos que favorecem o ensino e a aprendizagem, a pesquisa tem os seguintes objetivos específicos:

- Elaborar uma sequência de atividades para o AVACAp que, com recursos multimídia diversos, trabalhe a visualização das características das transformações geométricas isométricas (simetria central, simetria axial, translação, rotação).
- Elaborar uma sequência de atividades para o AVACAp que, com recursos multimídia diversos, trabalhe a visualização das características das transformações geométricas não isométricas (homotetia).
- Analisar a aprendizagem dos alunos sobre as TG com referência no desenvolvimento da visualização e nas formas de interação.

A pesquisa-intervenção (SPINILLO; LAUTERT, 2008) ocorreu em sala de aula *online*, onde os estudantes foram os colaboradores e a regente, a pesquisadora das turmas selecionadas para a análise. Representando a sala de aula presencial, o encontro síncrono no ensino remoto foi o espaço no qual a relação entre professor e aluno aconteceu e que propiciou a mediação entre eles e as linguagens híbridas. O tema TG foi o conteúdo escolhido para ser desenvolvido e analisado no trabalho de campo, promovendo aos discentes a visualização a partir da congruência, passando pela proporcionalidade, e até a semelhança entre figuras geométricas.

A tese está organizada da seguinte maneira: no Capítulo 3 apresentamos o mapeamento realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a revisão de literatura; no Capítulo 4 discorremos sobre os referenciais teóricos que sustentam as nossas análises; no Capítulo 5 apresentamos as atividades que foram desenvolvidas para o ensino remoto e envolveram as linguagens híbridas; no Capítulo 6 apresentamos a metodologia, analisamos a interação entre a docente e os discentes nos encontros síncronos e as respostas das atividades assíncronas elencadas. Nas considerações finais, refletimos brevemente sobre a pesquisa, os pontos positivos e as lacunas e destacamos possíveis contribuições para futuras pesquisas.

## **CAPÍTULO III - EM BUSCA DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS**

Neste capítulo, mostraremos o processo de busca e seleção de trabalhos que compreendem o estudo das Transformações Geométricas Isométricas e Não Isométricas com estudantes do Ensino Fundamental. O processo aconteceu em três momentos distintos: de 17 a 23 de setembro de 2020; em novembro de 2021; e em dezembro de 2022, quando foi necessário voltar às bases para verificar a existência de novas publicações sobre o tema. Para Randolph (2009), uma revisão de literatura deve mostrar detalhadamente todos os passos utilizados pelo pesquisador, de modo que outros possam encontrar os mesmos resultados ao seguir as sequências de etapas descritas. É importante a descrição detalhada do processo de pesquisa nas bases de dados, pois os resultados encontrados podem ser modificados em função de algumas variáveis, como os filtros disponibilizados pelo sistema no momento da busca e a constante atualização das bases de dados.

Iniciamos o mapeamento de trabalhos em repositórios nacionais e, posteriormente, fizemos a investigação sobre o tema em repositórios internacionais. Para verificar como o tema está sendo pesquisado na área gráfica, foi incluída uma busca nos Anais do GRAPHICA<sup>6</sup>, que compreendeu os anos de 2015 a 2019, e nos arquivos da Revista Brasileira de Expressão Gráfica (RBEG).

### **3.1 As Transformações Geométricas nos Re却itórios Nacionais**

#### **A – O Mapeamento Preliminar**

O mapeamento de artigos, dissertações e teses é uma etapa importante para a pesquisa acadêmica, pois é nessa fase que o pesquisador pode identificar eventuais lacunas, sintetizar e difundir os achados de uma investigação ou examinar a natureza e o alcance de uma atividade de pesquisa. É possível perceber se o tema escolhido está sendo pesquisado e, caso positivo, como está sendo desenvolvido pela comunidade acadêmica. Fiorentini *et al.* (2016, p. 18) entendem “[...] o mapeamento da pesquisa como um processo sistemático de levantamento e

---

<sup>6</sup> International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design

descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo”. Dermeval, Coelho e Bittencourt (2020) destacam as etapas desse momento da pesquisa: definição das *strings*<sup>7</sup> de busca; seleção dos artigos segundo os critérios estabelecidos; e definição dos artigos aceitos para revisão de literatura.

Neste estudo, o mapeamento começou por uma busca preliminar no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (CTDC)<sup>8</sup>. Foram pesquisadas teses e dissertações desenvolvidas entre 2014 e 2019, relacionados ao ensino das TG para o Ensino Fundamental. O ano de 2014 foi incluído por ser o ano em que defendi minha dissertação (IZAR, 2014), que explorava o conceito de homotetia com alunos do 7.<sup>º</sup> ano do Ensino Fundamental utilizando aplicativos dinâmicos e elementos da Cultura Visual.

A etapa posterior foi a definição dos termos de busca. A busca manual começou com trabalhos sobre as TG, conteúdo escolhido para o desenvolvimento da pesquisa. Para ampliar o alcance da busca, foram incluídos os termos: “transformações isométricas e não isométricas”, “transformações no plano”, “transformações pontuais”, “isometria”, “isometrias”, “homotetia” e “semelhança”. As expressões “transformações geométricas” e “transformações no plano” são muito comuns na Matemática. “Transformações pontuais”<sup>9</sup>, expressão menos frequente, é mais usual entre os professores de Desenho e na área gráfica.

A escolha dos termos para a busca dos artigos não é tarefa fácil. Assis (2020, p. 21), que pesquisou o ensino das transformações isométricas mediado por *tablets*, destaca que

um dos maiores complicadores foi elencar as palavras-chave que pudesse retratar um panorama mais próximo possível da realidade, uma vez que as ferramentas de busca identificam as palavras dentro do arquivo – seja no título, palavras-chave, resumo ou documento completo – mas a ideia foi escolher trabalhos nos quais pudéssemos identificar elementos com potenciais contributos para o ensino de isometria mediado por *tablets*.

Também convivemos com essa dificuldade, o que motivou novas buscas, em diferentes momentos da revisão de literatura.

<sup>7</sup> Segundo o Dicionário inFormal (STRING, 2009), *string* significa sequência de caracteres em linguagem de programação.

<sup>8</sup> Também conhecido como Banco de Teses Dissertações da CAPES, disponível em <http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/> Acesso em: 30 out. 2020.

<sup>9</sup> Pinheiro (1986, p. 10) destaca que as transformações de Felix Klein são aplicadas a cada ponto de uma figura e define: “[...] uma transformação do plano  $\alpha^2$ : todo ponto do plano é imagem por  $f$ , de um e apenas um ponto do plano”. Mabuchi (2000, p. 55) destaca que na França, nos anos anteriores a 1986, a “[...] translação, rotação e reflexão eram ensinadas na 4.<sup>a</sup> série, como transformações pontuais, ou seja, funções bijetoras definidas por pontos do plano”. A 4.<sup>a</sup> série do ensino francês equivale ao 7.<sup>º</sup> ano do Ensino Fundamental brasileiro.

Foram observados detalhes no processo de busca manual, explicitados em Izar e Bairral (2020) e Izar (2022), que podem influenciar nos resultados. Um deles é a forma como as palavras são digitadas na caixa de texto da busca – caracteres maiúsculos, minúsculos ou com as iniciais maiúsculas. Por isso, optamos pela formatação dos termos de busca utilizando apenas caracteres minúsculos.

No primeiro momento, no mapeamento preliminar, três buscas manuais foram realizadas: busca A, busca B e busca C. O Quadro 1 organiza os resultados obtidos, os termos e os filtros utilizados nessas buscas, e apresenta o número de dissertações (D), teses (T) e trabalhos de mestrado profissional (MP) encontrados.

**Quadro 1.** Resultados encontrados no CTDC segundo as palavras-chave<sup>10</sup>

Termos de busca	CTDC								
	Busca A			Busca B			Busca C		
	D	T	MP	D	T	MP	D	T	MP
transformações geométricas	395	208	-	8	11	-	-	-	120
transformações no plano	8797	3638	-	186	101	-	-	-	145
transformações pontuais	449	235	-	4	7	-	1	2	-
isometria	1	-	-	1	1	-	-	-	6
isometrias	1	-	-	3	4	-	-	-	23
homotetia	-	-	-	-	-	8	-	-	4
semelhança	7	9	-	1	-	-	-	-	50

Fonte: elaborado através de busca realizada no CTDC

Na busca A foram utilizados os filtros: Tipo – Dissertação e Tese; Ano – de 2014 a 2019; Grande Área do Conhecimento – Ciências Humanas; Área do Conhecimento – Educação; Área de Avaliação – Educação; e Área de Concentração – Educação. Essa busca apresentou muitos trabalhos para os descritores “transformações no plano” e “transformações pontuais”, que estavam direcionados a áreas do conhecimento muito distintas, indicando a necessidade da utilização de novos filtros. Foi escolhido o termo “transformações geométricas” pelo

<sup>10</sup> Resultados obtidos na busca realizada de 17 a 23 de setembro de 2020.

quantitativo menor de trabalhos. Na leitura dos títulos dos trabalhos para o descritor “transformações geométricas”, verificamos que apenas 10 dos 603 encontrados estavam relacionados à área matemática, conforme mostra o Quadro 2, e que, desses 10 trabalhos, somente 5 estavam relacionados à Geometria (títulos em destaque).

**Quadro 2.** Trabalhos com títulos relacionados à área matemática na busca A (Continua)

Título	Autor/ano	Nível/ Instituição	Foco	Observações
<b>A atividade do professor e a Matemática no Ensino Fundamental: uma análise sócio-histórica de sua estrutura e conteúdo</b>	Lemos (2014)	Mestrado em Educação  Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma	Identificar e analisar as relações essenciais entre as objetivações da atividade de ensino e a prática singular do professor em sua atuação.	Psicologia Soviética, com maior ênfase em Leontiev e Davydov.
<b>A importância do ensino da geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental: razões apresentadas em pesquisas brasileiras</b>	Manoel (2014)	Mestrado em Educação  Universidade Estadual de Campinas, Campinas	Realizar uma compilação e um estudo analítico da importância de ensinar Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental e produzir novas interpretações e resultados.	Pesquisa bibliográfica (meta-análise) em teses e dissertações com o tema Geometria nos anos/séries iniciais do Ensino Fundamental.
<b>Mosaico tecnológico na formação de conceitos sobre polígonos: um estudo sobre a lógica dos adolescentes</b>	Sena (2014)	Doutorado em Educação  Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre	Identificar os processos de elaboração e reelaboração de conceitos relativos a polígonos, a partir de uma intervenção, de curta duração, com adolescentes, mediada por tecnologias digitais ( <i>Slogo-3.0</i> , o <i>Cabri-Géomètre II</i> e o <i>MatGeo</i> , <i>Cmap Tools</i> ).	Alicerça-se em Piaget, Vergnaud, Van Hiele e Ausubel.
<b>Geometria articulada ao uso do software Sweet Home 3D: mobilização e construção de conceitos no 2º ano do Ensino Médio</b>	Frare (2015)	Mestrado em Educação  Universidade São Francisco, Itatiba	Investigar o processo de ensino e aprendizagem de matemática, através de uma sequência de tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso do software <i>Sweet Home 3D</i> , com alunos do 2.º ano do Ensino Médio de uma escola	Pesquisa na própria prática. Resolução de problemas.

			pública estadual de uma cidade do interior do estado de São Paulo	
--	--	--	---	--

**Quadro 2.** Continuação

<b>O ensino de geometria: o que revelam as tarefas escolares?</b>	Locatelli (2015)	Mestrado em Educação Universidade Estadual de Maringá	Investigar a organização do ensino de geometria no 2.º ano do Ensino Fundamental, buscando compreender como os conceitos geométricos são trabalhados nesse nível de escolarização.	Teoria Histórico-Cultural (THC), Teoria da Atividade (TA) e Atividade Orientadora de Ensino (AOE).
<b>Organização do ensino de matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico: uma reflexão a partir do conceito de divisão</b>	Crestani (2016)	Mestrado em Educação Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão	O foco da pesquisa incide na organização de ensino do conceito de divisão proposto por Davydov (Teoria do Ensino Desenvolvimental).	Análise fundamentada na Teoria Histórico-Cultural.
<b>Implicações da formação do PNAIC nas compreensões dos professores sobre as elaborações de conceitos matemáticos pelas crianças do ciclo de alfabetização</b>	Giombelli (2016)	Mestrado em Educação Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó	Verificar como a formação do PNAIC <sup>11</sup> contribuiu para compreensão de 32 professoras (participantes da pesquisa) sobre a elaboração de conceitos matemáticos pelas crianças do ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental.	Pesquisa fundamentada na Psicologia Histórico-Cultural da Educação Matemática e da Psicologia da Educação Matemática (Vergnaud e Duval).
<b>Representação social sobre o ensino de matemática de licenciandos vinculados ao PIBID: dinâmica de formação</b>	Mendonça (2016)	Doutorado em Educação Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.	Identificar as representações sociais dos licenciandos (15 atuantes no Ensino Médio em 3 escolas públicas estaduais) do PIBID sobre o ensino de Matemática e enfatizar os benefícios do contato com os alunos da rede pública para sua formação.	Teoria das Representações Sociais (TRS) proposta por Moscovici (2012) e Jodelet (2001).
<b>Pensamento geométrico: da representação do espaço ao espaço de significações</b>	Vidigal (2016)	Doutorado em Educação Universidade de São Paulo, São Paulo	Explorar o paralelismo entre o espaço geométrico e o espaço de significações.	Tung-Sun (1986), Goodman (1995), Levy (2011).

<sup>11</sup> Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

**Quadro 2.** Continuação

<b>O ambiente dinâmico GeoGebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em geometria segundo Raymond Duval: olhares, apreensões e desconstrução dimensional</b>	Novak (2018)	Mestrado em Educação Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa	Apontar contribuições sobre o uso do ambiente dinâmico para o trabalho com a Geometria, estimulando a visualização de características de figuras geométricas. Estudo realizado com 30 alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do estado do Paraná.	Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval.
--	--------------	--	---	---

Fonte: elaborado pela autora através de busca realizada no CTDC

Para os termos “isometria” e “isometrias”, a busca A indicou 2 trabalhos distintos: uma dissertação para isometria e uma dissertação para isometrias. O termo “homotetia”, específico da Matemática, não apresentou resultados para os filtros da busca A. Para o termo “semelhança”, a busca A apresentou 16 trabalhos com títulos relacionados a várias áreas do conhecimento, todavia apenas 2 se direcionavam à área matemática. Apresentamos no Quadro 3 um recorte do Quadro 2.

**Quadro 3.** Fragmento do Quadro 1 – Busca B

<b>Termos de busca</b>	<b>Busca B</b>		
	<b>D</b>	<b>T</b>	<b>MP</b>
transformações geométricas	8	11	-
transformações no plano	186	101	-
transformações pontuais	4	7	-
isometria	1	1	-
isometrias	3	4	-
homotetia	-	-	8
semelhança	1	-	-

Fonte: elaborado através de busca realizada no CTDC

No Quadro 3 é possível visualizar os resultados da busca B, na qual foram empregados os filtros: Tipo – Dissertação e Tese; Ano – de 2014 a 2019; Grande Área do Conhecimento – Ciências Exatas e da Terra; Área do Conhecimento – Matemática; Área de Avaliação – Matemática, Probabilidade e Estatística; e Área de Concentração – Matemática. Com o

objetivo de restringir o número de trabalhos, a grande área do conhecimento foi trocada para Ciências Exatas e da Natureza. A estratégia foi positiva, entretanto os trabalhos encontrados não estavam direcionados à educação básica. A busca B indicou: 19 trabalhos (11 teses e 8 dissertações) para o termo “transformações geométricas”; 297 trabalhos (186 dissertações e 101 teses) para “transformações no plano”; 11 trabalhos (4 dissertações e 7 teses) para “transformações pontuais”; 2 trabalhos (1 dissertação e 1 tese) para “isometria”; 7 trabalhos (3 dissertações e 4 teses) para o termo “isometrias”; e 8 trabalhos do curso de mestrado profissional para o termo “semelhança”.

Uma terceira busca foi necessária devido à quantidade e à diversidade de trabalhos determinadas na busca A e à especificidade dos trabalhos apresentados na busca B. Para encontrar trabalhos relacionados à educação básica, a busca C foi realizada com os mesmos termos de busca e mais o operador booleano AND e o termo “educação básica”. A inclusão de operadores booleanos (AND, OR, NOT) a duas ou mais palavras-chave em pesquisas nas bases de dados é uma estratégia que visa selecionar trabalhos mais direcionados ao tema pesquisado. Assis (2020) destaca a importância dos operadores booleanos no mapeamento de trabalhos da revisão bibliográfica.

A busca C foi gerada com os mesmos filtros utilizados na busca B, combinando cada descritor com o termo “ensino fundamental” através do operador AND. O Quadro 4 apresenta um fragmento do Quadro 1.

**Quadro 4.** Fragmento do Quadro 1 – Busca C

<b>Termos de busca</b>	<b>Busca C</b>		
	<b>D</b>	<b>T</b>	<b>MP</b>
transformações geométricas AND ensino fundamental	-	-	120
transformações no plano AND ensino fundamental	-	-	145
transformações pontuais AND ensino fundamental	1	2	-
isometria AND ensino fundamental	-	-	6
isometrias AND ensino fundamental	-	-	23
homotetia AND ensino fundamental	-	-	4
semelhança AND ensino fundamental	-	-	50

Fonte: elaborado através de busca realizada no CTDC

O Quadro 4 mostra a quantidade de trabalhos resultantes da combinação: “transformações geométricas” AND “ensino fundamental” (120 trabalhos); “transformações no plano” AND “ensino fundamental” (145 trabalhos); “transformações pontuais” AND “ensino fundamental” (3 trabalhos: 1 dissertação e 2 teses); “isometria” AND “ensino fundamental” (6 trabalhos); “isometrias” AND “ensino fundamental” (23 trabalhos); “homotetia” AND “ensino fundamental” (4 trabalhos); “semelhança” AND “ensino fundamental” (50 trabalhos). Com exceção do resultado da busca “transformações pontuais” AND “ensino fundamental”, todos os outros trabalhos são de mestrado profissional.

A seleção dos trabalhos é outra etapa da pesquisa de mapeamento muito importante e demanda tempo. É necessária a leitura dos textos previamente indicados na busca preliminar para a seleção daqueles que se sintonizam com a temática da pesquisa. É um momento em que o crivo, o olhar crítico e a sensibilidade do pesquisador são requeridos. Com um conjunto menor de textos, essa fase foi iniciada com a leitura dos títulos e dos resumos dos trabalhos definidos na terceira busca (busca C), visando elencar aqueles que possuíam afinidades com a área ou o tema de estudo pesquisados.

A leitura dos títulos dos trabalhos coletados na busca C (Tipo – Dissertação e Tese; Ano – de 2014 a 2019; Grande Área do Conhecimento – Ciências Exatas e da Terra; Área do Conhecimento – Matemática; Área de Avaliação – Matemática, Probabilidade e Estatística; e Área de Concentração – Ensino de Matemática), para “transformações geométricas” AND “ensino fundamental”, revelou que apenas 8 trabalhos dos 120 listados apresentavam o termo “transformações geométricas” em seus títulos; os demais possuíam outros termos incluídos, conforme mostra o Quadro 5.

**Quadro 5.** Títulos/Quantidade de trabalhos

Expressões presentes nos títulos dos trabalhos	N.º de Trabalhos
TG	5
TG e Geogebra	1
TG e matrizes	1
TG e números complexos	1
Isometria	1
Simetrias/Grupo de Simetrias	3
Fractal	7
Caleidoscópio e pavimentação	1

Fonte elaborado pela autora através de busca realizada no CTDC

Outros trabalhos com títulos bem diferenciados surgiram na busca C, mas foram descartados por não se relacionarem ao escopo desta pesquisa.

O Quadro 6 mostra detalhes dos cinco trabalhos cujos títulos se relacionam ao termo “transformações geométricas” e o foco de cada estudo. O *link Detalhes* direciona à página da Plataforma Sucupira<sup>12</sup> de cada estudo e possibilita ao leitor acesso ao resumo e ao trabalho completo.

**Quadro 6.** Resumos dos trabalhos encontrados na busca C (Continua)

Título	Autores/ano	Nível/ Instituição	Foco	Observações
<b>Ensino das Transformações Geométricas</b> <a href="#">Detalhes</a>	Souza (2014)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade Federal Fluminense	Breve estudo sobre a trajetória da Geometria e suas variações Analítica, Euclidiana e não Euclidiana, com o intuito de estudar as transformações geométricas planas.	Discorre sobre o tema no currículo da matemática, pautado nos PCN, e sobre o uso das TIC <sup>13</sup> no processo de ensino e aprendizagem. Uso do GeoGebra.
<b>Transformações Geométricas na formação inicial e continuada de professores de Matemática: atividades investigativas envolvendo reflexões por retas e GeoGebra</b> <a href="#">Detalhes</a>	Azevedo (2016)	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática Universidade de São Paulo	Estudo de transformações geométricas do plano, na formação inicial e continuada de professores de Matemática, com atividades investigativas envolvendo reflexões por retas e o software GeoGebra.	Teoria das Representações Semióticas, de Raymond Duval.
<b>Transformações geométricas planas: um estudo experimental e dinâmico</b> <a href="#">Detalhes</a>	Ribeiro (2016)	Mestrado Profissional em Matemática Universidade de São Paulo	Proposta para o ensino das <i>Transformações Geométricas planas</i> com software de Geometria Dinâmica, associado a <i>Máquinas Matemáticas</i> para estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental.	Teoria da Situações Didáticas (TSD) de Brousseau. Utilização de Máquinas Matemáticas (pantógrafos) e do GeoGebra.

<sup>12</sup> A Plataforma Sucupira é uma ferramenta de gestão *online* para coletar informações, realizar análises, avaliações e servir como base de referência para o Sistema Nacional de Pós-Graduação (SNPG). Seu nome é uma homenagem ao Professor Newton Sucupira que implementou a pós-graduação no Brasil (Parecer nº 977 de 1965).

<sup>13</sup> Tecnologias da Informação e Comunicação

**Quadro 6.** Continuação

<b>Uma sequência didática para o ensino de transformações geométricas com o GeoGebra</b> <a href="#">Detalhes</a>	Pimentel (2016)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade Federal de São Carlos	Elaboração e implementação de sequência didática utilizando o GeoGebra para o desenvolvimento do tópico Transformações Geométricas em uma turma do 6.º ano do Ensino Fundamental.	Engenharia Didática. Investigação sobre a importância da utilização de computadores e outras TIC no ensino de Matemática.
<b>Transformações Geométricas no plano: uma abordagem inspirada em Escher</b> <a href="#">Detalhes</a>	Esquerdo (2018)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Universidade de Londrina	Sequência didática na disciplina de Matemática direcionada à Geometria do Ensino Fundamental II. Análise das figuras planas e suas transformações a partir de reflexões, translações e rotações e das transformações presentes nas obras de Escher, com respaldo nos PCN.	Uso do GeoGebra. Ênfase na interdisciplinariedad e Arte-Matemática.

Fonte: elaborado pela autora

A busca C revelou alguns trabalhos realizados com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, em consonância com o público-alvo de nossa pesquisa. Observando o foco dos trabalhos no Quadro 6, é possível identificar estudos com o 6.º e o 7.º anos (ESQUERDO, 2018; PIMENTEL, 2016), outro direcionado à formação continuada de professores (AZEVEDO, 2016) e aqueles com foco na geometria dinâmica, utilizando o GeoGebra (AZEVEDO, 2016; ESQUERDO, 2018; PIMENTEL, 2016; RIBEIRO, 2016; SOUZA, 2014). Souza (2014), Pimentel (2016), Ribeiro (2016) e Esquerdo (2018) utilizaram recursos pedagógicos alinhados com as propostas planejadas por esta pesquisadora para aplicação no campo.

Souza (2014) definiu cada uma das transformações geométricas e mostrou exemplos que associam arte e matemática: *O homem vitruviano*, de Leonardo da Vinci; as obras de Escher; as calçadas com mosaicos feitos com pedras portuguesas; e o vitral principal da Catedral de Notre Dame. O autor incentiva a observação do que está ao nosso redor e da natureza para identificar as isometrias e as homotetias nas formas. Ressalta a importância das

TIC como ferramenta didática, sobretudo a potencialidade de visualização conferidas aos recursos dinâmicos:

Uma das principais características, se não a principal, dos softwares de geometria dinâmica é a possibilidade de movimentar objetos e construções, através do mouse, na tela do computador. Desta forma, é possível que tanto o professor quanto o aluno possam fazer investigações e simulações, fazer descobertas, confirmar resultados, de uma forma mais rápida e prática. (SOUZA, 2014, p. 27)

Ribeiro (2016) elaborou uma proposta de ensino que associava a manipulação do GeoGebra com a análise dos artefatos de sistemas articulados para o estudo das TG. Seu objetivo era investigar a interação dos estudantes com um ambiente de geometria dinâmica associado ao uso dos sistemas articulados (pantógrafos) e sua contribuição para a aprendizagem das TG, incluindo desde a homotetia e a roto-homotetia até as transformações isométricas. A análise das tarefas foi respaldada na teoria das situações didáticas de Guy Brousseau.

O estudo de Pimentel (2016) aborda o conteúdo das transformações geométricas isométricas com estudantes do 6.<sup>º</sup> ano de uma escola pública do estado de São Paulo. Através da Engenharia Didática, o autor elaborou e implementou uma sequência didática com recursos visuais como vídeos e imagens e tarefas no GeoGebra. No laboratório de informática da escola, os estudantes construíram mosaicos com as transformações isométricas no GeoGebra, inspirados nas obras de Escher e nos padrões da Geometria Kolan (Índia) e da Geometria Sona (Angola).

Em sua dissertação, Esquerdo (2018) apresenta uma sequência didática para desenvolver os conceitos das transformações geométricas isométricas direcionada aos estudantes do 6.<sup>º</sup> e do 7.<sup>º</sup> anos do Ensino Fundamental. A autora destaca a importância da interdisciplinaridade, recomendada pelos PCN<sup>14</sup> para estabelecer conexões entre as várias áreas do conhecimento, o cotidiano e a Matemática. Inspirada nas obras de Escher, propõe atividades no GeoGebra para elaboração de padrões ou composições para revestimento de regiões planas, com translações, rotações e simetrias.

Os trabalhos mapeados no CTDC na busca preliminar indicaram alguns caminhos para a leitura e reflexão, mas se fazia necessário pesquisar em outros repositórios com objetivo de encontrar artigos sobre o tema em periódicos.

---

<sup>14</sup> Esquerdo considerou os documentos oficiais vigentes à época em seu estudo *PCN e as diretrizes do Estado de São Paulo e do Estado do Paraná*. Segundo o histórico divulgado no site da Base Nacional Comum Curricular – BNCC – (disponível em <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/historico/>), a BNCC da educação básica foi homologada em 20 de dezembro de 2017 (Portaria 1570). Em 14 de dezembro de 2018, foi homologada a BNCC para a etapa do Ensino Médio.

## B – As Transformações Geométricas em Outros Repositórios

Iniciamos esta etapa da pesquisa<sup>15</sup> procurando por artigos sobre o termo “transformações geométricas” no Google Scholar no período de 2014 a 2021. Essa busca encontrou seis artigos: quatro trabalhos publicados em anais de eventos acadêmicos, um trabalho de conclusão de curso de especialização, duas dissertações e uma tese. Entretanto, os textos que não estavam associados às TG na educação fundamental foram descartados. O Quadro 7 mostra os textos que foram selecionados para leitura.

**Quadro 7.** Busca por artigos e trabalhos acadêmicos no Google Scholar

Texto	Autores	Natureza	Ano
Um estudo sobre as contribuições de Felix Klein para a introdução das transformações geométricas nos currículos prescritos de matemática do ensino fundamental	Silva e Pietropaolo (2014)	Artigo	2014
Geometria colorida	Veloso (2014)	Artigo	2014
GeoGebra e ferramentas tradicionais – Uma conjugação favorável à apropriação das isometrias	Gaspar e Cabrita (2014)	Atas XXV SIEM <sup>16</sup>	2014
Transformações Geométricas: uma proposta via plano cartesiano	Brocke (2015)	Anais EBRAPEM <sup>17</sup>	2015
Matemática e Educação Visual – Uma Parceria Favorável à Apropriação das Isometrias	Amaral e Cabrita (2016)	Atas CIAIQ <sup>18</sup>	2016
Um panorama teórico das tendências de pesquisa sobre o ensino de transformações geométricas	Delmondi e Pazuch (2018)	Artigo	2018

Fonte: elaborado pela autora

Silva e Pietropaolo (2014) descrevem e analisam os resultados das pesquisas sobre as TG e as respectivas aplicações no ensino de Geometria realizadas por Felix Klein no século XIX. Os autores destacam a importância que as TG têm para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, devido à possibilidade de experimentação de conceitos e propriedades geométricas através da movimentação. Presentes nos currículos prescritos do Ensino Fundamental, o estudo das TG foi inserido nos currículos de matemática do século XX pela Reforma Francisco Campos, de 1931.

Veloso (2014, p. 28) discorre sobre a utilização de cores no estudo das isometrias e os cuidados que necessitam ser tomados para se evitar “[...] cometer abusos de linguagem simplificadores [...]” na definição e compreensão das propriedades das transformações.

<sup>15</sup> Em 19 de novembro de 2021 às 9 h 51 m.

<sup>16</sup> Seminário de Investigação em Educação Matemática

<sup>17</sup> Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática

<sup>18</sup> Congresso Ibero-American em Investigação Qualitativa

Em uma investigação com estudantes do 4.º ano de escolaridade de uma escola em Portugal, Gaspar e Cabrita (2014) analisam as possibilidades de exploração no GeoGebra de exercícios que contemplam as transformações geométricas isométricas em frisos, complementadas com as ferramentas tradicionais. Os autores destacam que as imagens dinâmicas difundem ricos eventos visuais que favorecem a compreensão dos conceitos e das relações geométricas envolvidas. O ambiente de geometria dinâmica, no caso, o GeoGebra, possibilita o movimento das figuras, seja deslizando, espelhando ou girando, o que favorece a visualização de cada um dos casos de isometria.

Brocker (2015) apresenta uma pesquisa de mestrado profissional com o objetivo de verificar se o estudo das TG auxilia na compreensão do conceito de congruência e de semelhança entre figuras. Com papel quadriculado, Geoplano e GeoGebra, o autor elabora uma sequência didática sobre as isometrias no plano cartesiano e implementa-a com estudantes do 9.º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Parobé, Rio Grande do Sul.

Amaral e Cabrita (2016, p. 1252) apresentaram um estudo realizado em Portugal sobre a influência da disciplina Educação Visual em parceria com a Matemática “[...] no desenvolvimento de competências geométricas relacionadas com as isometrias e as simetrias, em alunos do 8º ano de escolaridade”. A sequência didática iniciava-se na disciplina Matemática, explorando as características e propriedades das isometrias com o GeoGebra, e, na disciplina Educação Visual, com os instrumentos tradicionais, os estudantes elaboravam um elemento gráfico que poderia gerar um friso ou uma rosácea, através das transformações isométricas. Os três diferentes tipos de frisos construídos pelas duplas de estudantes em Educação Visual foram digitalizados e analisados em Matemática para que, no GeoGebra, pudessem ser identificados os diferentes processos utilizados na construção das isometrias. O mesmo procedimento foi feito com as três rosáceas construídas pelos discentes na disciplina Educação Visual. As rosáceas criadas pelas duplas de discentes foram digitalizadas para depois, no GeoGebra, serem analisadas e identificadas as diferentes isometrias existentes.

Delmondi e Pazuch (2018) mapearam as tendências de pesquisas sobre o ensino de TG no período de 2013 a 2016. Através de uma revisão sistemática de literatura, selecionaram 30 artigos oriundos de 24 revistas Qualis A1 da área de ensino no portal WebQualis CAPES. Os pesquisadores separaram os artigos segundo os critérios e a determinação das unidades de análise de Pazuch e Ribeiro (2017): questões de investigação ou objetivos; procedimentos metodológicos; e resultados. A observação desses critérios possibilitou catalogar os artigos selecionados em 10 temáticas de análises: formação do professor; atuação e/ou conhecimento do professor; pensamento e/ou conhecimento geométrico dos estudantes; geometria dinâmica;

demonstrações e/ou provas em geometria; livros didáticos; materiais manipulativos; resolução de problemas; sequência didática; elaboração de tarefas.

Nos artigos analisados, Delmondi e Pazuch (2018) identificaram lacunas existentes sobre o conteúdo TG na graduação e na formação continuada de professores de matemática e, consequentemente, hiatos na formação dos estudantes da educação básica. Os autores também constataram a escassez do conteúdo nos currículos escolares, em particular na Educação Infantil. Em relação aos conhecimentos geométricos e tecnológicos, a análise levantou que a geometria dinâmica promove a visualização geométrica. Entretanto, mesmo com a facilidade dos estudantes em relação às tecnologias digitais, ainda existe carência na aprendizagem em relação a demonstração e/ou provas em geometria. Em relação aos recursos didáticos e às estratégias metodológicas, existe carência na formação de professores que ensinam matemática quanto ao uso efetivo de recursos didáticos. Os autores sinalizam carência de pesquisas em relação a processos formativos; práticas docentes e conhecimentos do professor; e demonstrações e/ou provas utilizando programas de geometria dinâmica.

### **3.2 As Transformações Geométricas nos Repositórios Internacionais**

Verificamos os artigos mapeados por Delmondi e Pazuch entre 2014 e 2016 – voltados para o desenvolvimento das TG com estudantes da educação básica – sobre as temáticas de análise: geometria dinâmica; pensamento e/ou conhecimento geométrico do estudante; sequência didática; e elaboração de tarefas (Quadro 8).

**Quadro 8.** Artigos direcionados para o desenvolvimento das TG na educação básica  
(Continua)

Título do Artigo	Autor(es)	Temática de Análise
<i>Middle-school students' concept images of geometric translations</i>	Yanik (2014)	Pensamento e/ ou conhecimento geométrico do estudante.
<i>Young children reasoning about symmetry in a dynamic geometry environment</i>	Ng e Sinclair (2015)	Pensamento e/ ou conhecimento geométrico do estudante. Geometria dinâmica.
A simetria nas aulas de Matemática: uma proposta investigativa	Lopes, Alves e Ferreira (2015)	Sequência didática.
<i>Comparison of traditional instruction on reflection and rotation in a Nepalese High School with a ICT-rich, studentcentered, investigative approach</i>	Mainali e Heck (2015)	Geometria dinâmica.

**Quadro 8.** Continuação

<i>Students' conceptions of reflection: Opportunities for making connections with perpendicular bisector</i>	Dejarnette et al. (2016)	Pensamento e/ ou conhecimento geométrico do estudante.
--	-----------------------------	--

Fonte: adaptado de Delmondi e Pazuch (2018, p. 665-669)

O estudo de Yanik (2014) explorou especificamente a translação, utilizando imagens conceituais com estudantes do 6.º ano em um ambiente não tecnológico em uma escola na Turquia. As principais fontes de imagens-conceitos utilizadas foram a instrução em sala de aula, livros didáticos de matemática e ciências, exemplos da vida real e linguagem cotidiana. O pesquisador ressalta que as análises das respostas dos discentes revelaram duas grandes imagens conceituais da translação: como movimento de translação propriamente dito e como movimento de rotação. Os dados revelaram cinco interpretações para o conceito de vetor de translação: como linha de referência, como linha de simetria, como indicador de direção, como parâmetro e como ferramenta abstrata.

Ng e Sinclair (2015) analisaram as mudanças no pensamento de crianças do 1.º ao 3.º ano de uma escola primária do Canadá sobre a simetria axial em um ambiente de geometria dinâmica (*Sketchpad*). O estudo aconteceu em duas intervenções em sala de aula de uma hora cada, quando, em um primeiro momento, os estudantes desenvolveram maneiras dinâmicas e incorporadas de pensar sobre a transformação após exercitar em um esboço pré-construído chamado de “máquina de simetria”. Em um segundo momento, as crianças passaram a distinguir figuras estáticas simétricas e assimétricas, generalizaram sobre as propriedades da transformação e expressaram-se sobre o movimento simétrico por meio de palavras, gestos e diagramas, durante as aulas computadorizadas e nas tarefas de acompanhamento de papel e lápis. As pesquisadoras destacaram os papéis específicos do professor e da tecnologia digital no apoio ao processo de mediação semiótica por meio do qual as crianças aprenderam simetria.

Lopes, Alves e Ferreira (2015) apresentam uma sequência didática, estruturada em teorias da didática da matemática e com uso de materiais acessíveis – papéis, carbono, folha quadriculada, dobraduras, régua, lápis, borracha –, para o estudo da simetria axial com estudantes do 9.º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada em Bagé, Rio Grande do Sul.

O artigo de Mainali e Heck (2015) divulga um estudo com estudantes do 9.º ano do Ensino Fundamental de Katmandu de uma instituição onde a abordagem tradicional, centrada no professor, foi substituída por uma abordagem investigativa, centrada no aluno, e que utiliza recursos de geometria dinâmica para averiguar as concepções alternativas de reflexão e rotação. Os autores destacam que, mesmo com instalações limitadas de TIC, a experiência mostrou-se

positiva por alcançar melhorias no ensino e na aprendizagem em uma escola pública de Ensino Médio em um país em desenvolvimento.

O estudo de Dejarnette *et al.* (2016) mostra que a compreensão dos estudantes sobre as TG pode ser usada para fazer conexões com conceitos que se interrelacionam. Os pesquisadores elaboraram uma sequência didática com três questões sobre reflexão que começava com a “lição da cerâmica” e depois se expandia para o desenvolvimento do conceito de bissetor perpendicular. A concepção de reflexão, associada ao uso do bissetor perpendicular pelos alunos, fornece um recurso para o ensino desses conceitos, aproveitando o conhecimento prévio para promover a aprendizagem. O estudo foi realizado com estudantes do Ensino Médio, recrutados nas aulas de geometria de um dos professores da escola, em uma cidade do centro-oeste dos Estados Unidos.

No segundo semestre de 2021, foi apresentada no Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática (GEPETICEM) uma ferramenta que poderia agilizar as investigações em repositórios e facilitar o trabalho de mapeamento e de revisão de literatura: o recurso<sup>19</sup> denominado BUSCAd. Estruturado no Microsoft Excel do Office 365, o BUSCAd pode colaborar com o procedimento de importação e tratamento de dados de estudos em diferentes repositórios para a organização da revisão de literatura (MANSUR; ALTOÉ, 2021). A ferramenta é gratuita, e é necessário somente o acesso à internet para efetuar as buscas.

O BUSCAd<sup>20</sup> faz buscas simultâneas em bases como CTDC, *Scientific Electronic Library Online* (SciELO), Springer, Periódicos CAPES, *Directory of Open Access Journals* (DOAJ), Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), *Education Resources Information Center* (ERIC) e Google Acadêmico, previamente selecionadas pelo pesquisador. Basta inserir as palavras-chave na coluna “Termos” que o programa monta as sequências para as buscas nas bases selecionadas. A Figura 2 mostra a captura de tela do recurso para uma pesquisa realizada em 5 de abril de 2022.

---

<sup>19</sup> Recurso elaborado por dois pós-graduandos do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT) do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) para auxiliar nas revisões de literatura.

<sup>20</sup> Disponível em: [http://bit.ly/buscad\\_app](http://bit.ly/buscad_app) Acesso em: 15 dez. 2022.

			C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
			Quantidade de Trabalhos obtidos em cada Plataforma										TOTAL
			X	Capes: T&D	Scielo	Springer	Periódicos	DOAJ	BOTO	ERIC	Google		
1	Digite em cada linha 1 termo para geração automática de sequências	Digite em cada linha abaixo 1 sequência a ser pesquisada	X	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
2		isometrias AND homotetia AND congruência AND proporcionalidade AND tecnologias	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3		isometrias AND homotetia AND congruência AND proporcionalidade	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4		isometrias AND homotetia AND congruência AND tecnologias	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5		isometrias	X	1	0	0	0	0	2	3			
6		homotetia	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7		congruência	X	0	0	0	0	0	1	1			
8		proporcionalidade	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9		tecnologias	X	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10		isometrias	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11		transformações geométricas	X	0	0	0	0	0	2	2			
12		transformações no plano	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13		transformações pontuais	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14		congruência AND proporcionalidade AND tecnologias	X	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15		homotetia AND congruência AND proporcionalidade AND tecnologias	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16		homotetia AND congruência AND tecnologias	X	0	0	0	0	0	0	1	1		
17		homotetia AND proporcionalidade AND tecnologias	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18		congruência AND proporcionalidade AND tecnologias	X	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19		isometrias AND homotetia	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20		isometrias AND congruência	X	0	0	0	0	0	10	10			
21		isometrias AND proporcionalidade	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22		isometrias AND tecnologias	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23		homotetia AND congruência	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24		homotetia AND proporcionalidade	X	0	0	0	0	0	0	1	1		
25		homotetia AND tecnologias	X	8	0	0	0	0	0	8	16		
26		congruência AND proporcionalidade	X	6	0	0	0	0	0	0	3	9	
27		congruência AND tecnologias	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28		proporcionalidade AND tecnologias	X	63	0	0	0	0	0	1047	1116		
29		isometrias	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
1	Transportar Resultados	Impair Resultados!										
2	Plataform	Ano	Tipologia	Título	Palavras-chave	Auto	Instituição/Períodi	ISSN	Program	Link	Orientado	Resumo
3	BOTO	2014	Mestrado	Explorando o	Izar,							
4	CAPES-T&D	2020	Mestrado	FORMAÇÃO DE	VIVIANE	PONTIFÍCIA	EDUCAÇÃO					
5	BOTO	2014	Mestrado	Situações didáticas	Ramiro,							
6	CAPES-T&D	2021	Mestrado Profissio	ISOMETRAS E	MARCELO	UNIVERSIDADE FEDERAL	Matemática em					
7	BOTO	2007	Mestrado	Uma estudo sobre o	Luz, Vania							
8	BOTO	2014	Mestrado	Hipersuperfícies de rotação com curvatura	Carvalho, Marcos Túlio Alves de							
9	BOTO	2016	Doutorado	Influência de diferentes posturas na sensi	Gois, Mariana de Oliveira							
10	BOTO	1994	Mestrado	Crescimento relativo	Canozzi,							
11	BOTO	2006	Mestrado	Maße und crescimento	Carvalho,							
12	BOTO	2014	Doutorado	Investigação	Renée							
13	BOTO	2016	Mestrado	Avaliação do efeito	Débora							
14	BOTO	2018	Doutorado	EFEITOS DA	CURTIN, V.							
15	BOTO	2010	Mestrado	Efeitos de um	Nonato,							
16	BOTO	2020	Doutorado	The effect of hip	Cavalcant							

**Figura 2. BUSCAD 2.4.1**

Fonte: captura de tela do BUSCAD 2.4.1

Na busca da imagem foram encontradas apenas dissertações e teses. Nessa etapa da busca, o foco era a pesquisa em periódicos, e, por esse motivo, não consideramos os trabalhos indicados nessa procura.

### 3.3 As Transformações Geométricas no GRAPHICA e na RBEG

Com objetivo de verificar o interesse de pesquisa da comunidade gráfica sobre o tema TG, foi feita uma busca nos Anais do GRAPHICA e na RBEG.

O GRAPHICA<sup>21</sup> é uma conferência que acontece a cada dois anos e reúne professores, estudantes e profissionais da área gráfica – Arquitetura, Design, Engenharia, Licenciaturas em Artes, Desenho, Matemática – e de áreas afins. Procuramos nos Anais das edições de 2015, 2017 e 2019 trabalhos que tivessem relação com as “transformações geométricas” (Quadro 9). Oito trabalhos contemplam o tema, dos quais seis estão direcionados à educação básica.

**Quadro 9.** Trabalhos publicados nos Anais do GRAPHICA sobre TG (Continua)

Edição	Título	Autores	Observações
2019	Aplicação de conceitos geométricos nos cursos	Machado e	A pesquisa analisa alguns padrões geométricos do artesanato de culturas originárias atentando para

<sup>21</sup> International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design.

	de design por meio da etnogeometria	Vertulli	as relações geométricas (grafismos, isometrias) e aspectos da linguagem visual.
--	-------------------------------------	----------	---

**Quadro 9.** Continuação

2019	Visualização dos poliedros de Arquimedes através de um ambiente web de realidade aumentada e realidade virtual	Siqueira	Utiliza a translação e a rotação com a estrutura de hierarquias de páginas HTML, sem o uso das coordenadas de cada vértice do poliedro em desenvolvimento de ambiente <i>web</i> para a construção de poliedros de Arquimedes em Realidade Aumentada e Realidade Virtual.
2019	Multiplicidade do olhar: representação gráfica em programa de modelagem digital	Barbosa e Gani	Neste estudo foi necessário a elaboração da representação de uma escultura através de um programa de modelagem 3D e posterior identificação das transformações pontuais aplicadas em diferentes partes da escultura (vértices, arestas, faces), respaldado no conhecimento geométrico adquirido nas disciplinas da graduação de Ed. Artística- Desenho, como Teoria do Desenho Geométrico 2.
2019	Desenho: contextualizado e contextualizando (resumo expandido)	Santos	Contextualização dos movimentos da Ginástica Olímpica com os elementos geométricos básicos e algumas transformações pontuais do currículo de Desenho do Colégio Pedro II.
2019	As transformações pontuais e o neomanuelino no Real Gabinete Português de Leitura: uma proposta de atividade para estudantes do Ensino Médio (resumo expandido)	Izar, Noval e Vianna	Integração do conteúdo de transformações pontuais com o estilo arquitetônico neomanuelino. Pesquisa com os estudantes do Ensino Médio observando e identificando as isometrias nos elementos arquitetônicos do Real Gabinete Português de Leitura, situado na cidade do Rio de Janeiro.
2017a	Da Arte à Matemática... Da Matemática à Arte: uma experiência no ensino português	Ramos, Kopke e Domingos	A arte de Escher foi o recurso motivador para desenvolver conceitos/conteúdos matemáticos de pavimentação do plano (isometrias) com estudantes em situação de abandono escolar (16 a 19 anos).
2017b	Escher: Arte e Matemática desenhadas por alunos portugueses	Ramos, Kopke e Domingos	Os autores apresentam o trabalho realizado com um grupo de estudantes em risco de abandono escolar (idades entre 16 e 19 anos) que (re)criou a obra de Escher em painéis de azulejo, utilizando isometrias, mediante produções artísticas originais.
2017	Um estudo de caso sobre a construção das competências gráficas no CAp/UFRJ	Bueno, Chaves e Touriño	Os autores apresentam um brevíssimo estudo de caso sobre o processo de construção das habilidades e competências necessárias ao desenvolvimento do pensamento gráfico, por meio de atividades de solução de problemas propostas por estudantes do 8.º e 9.º anos do Ensino Fundamental do CAp-UFRJ.

**Quadro 9.** Continuação

2015	Trabalhando as transformações pontuais na educação básica	Toste <i>et al.</i>	As autoras relatam a experiência com estudantes do 9.º ano do Ensino Fundamental e do 3.º ano do Ensino Médio do Colégio Pedro II. Inspiradas na obra de Escher, as tarefas utilizaram recursos tradicionais e <i>software</i> : Paint, GeoGebra, Word e Tess.
------	---	---------------------	--

Fonte: elaborado pela autora, consultando os Anais do GRAPHICA

Pesquisando nas edições da RBEG<sup>22</sup>, percebemos que há poucos artigos divulgando pesquisas sobre o tema TG na educação básica: dos três artigos relacionados ao tema apenas dois estão direcionados à educação básica: Izar e Bairral (2016) e Alves, Costa e Gomes (2020). O Quadro 10 relaciona os artigos encontrados.

**Quadro 10.** Artigos da RBEG sobre TG

Edição	Artigo	Autores	Resumo
v. 4, n. 1, 2016	Aplicativos dinâmicos e cultura visual na exploração do conceito de homotetia	Izar e Bairral (2016)	Pesquisa de intervenção com estudantes do 6.º e do 7.º anos do Ensino Fundamental, trabalhando a homotetia com aplicativos dinâmicos articulados a elementos da Cultura Visual.
v. 4, n. 1, 2016	Resolução de um problema de tangência por inversão: uma aplicação à artilharia	Chaves, Galvão e Gomes (2016)	O artigo divulga um estudo com as TG, particularmente as inversões geométricas. O conjunto dessas transformações forma um grupo com a operação de composição, em que elas são conformes, ou seja, preservam ângulos. Por meio da inversão geométrica, a transformação aplica circunferências generalizadas em circunferências generalizadas, mas não necessariamente circunferências em circunferências ou retas em retas, pois estas podem ser trocadas. Ao final, mostra a inversão geométrica definida no plano e uma aplicação prática de tangência.
v. 8, n. 1, 2020	Visualização em ambientes dinâmicos como facilitador no ensino de simetrias e pavimentações	Alves, Costa e Gomes (2020)	Relato de atividades propostas para alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental, sobre simetria axial. Vinte tarefas que valorizam a visualização e as representações sobre as simetrias, pavimentações no plano e caleidoscópios explorados no GeoGebra.

Fonte: elaborado pela autora, consultando o site da RBEG

<sup>22</sup> Com o propósito de difundir o conhecimento na área da Expressão Gráfica, a RBEG começou a ser editada a partir de 2013. De periodicidade semestral, seu escopo envolve discussões, reflexões e pesquisas teóricas; históricas; multi, inter e transdisciplinares; pedagógicas; tecnológicas; e de inovação. Disponível em: <http://rbeg.net/index.php/rbeg> Acesso em: 15 dez. 2022.

Nessas buscas podemos perceber uma concentração de trabalhos direcionados às transformações isométricas – translação, reflexão, rotação – e poucos trabalhos direcionados à homotetia, conteúdo que congrega os conceitos de proporcionalidade e semelhança.

O mapeamento preliminar no CTDC indicou na busca C uma tendência para a escolha do tema TG pelos mestrados profissionais da área de Matemática e de Ensino de Matemática.

No âmbito internacional, trabalhos de autores portugueses mostram a pesquisa sobre o tema com estudantes dos anos iniciais e dos anos finais, pois entendem que as TG apresentam ricas conexões com outras áreas do conhecimento. Um dos trabalhos mostra a relação interdisciplinar com a disciplina Educação Visual e a parceria com os recursos da geometria dinâmica, o que enriquece o processo de ensino e de aprendizagem. São propostas e interações muito importantes para o ensino e para a produção do conhecimento.

Também existe o consenso de que se faz necessário rever os conteúdos ministrados na formação inicial e na formação continuada de professores que ensinam matemática (DELMONDI; PAZUCH, 2018). Alguns conteúdos são relegados a segundo plano. As TG inserem-se nesse contexto.

Com relação aos repositórios da área gráfica, a busca nos Anais do GRAPHICA e nas edições da RBEG mostrou que a pesquisa sobre o tema direcionada ao Ensino Fundamental precisa ser incrementada.

Neste capítulo apresentamos o mapeamento no CTDC e os trabalhos elencados na revisão de literatura. No próximo, apresentaremos o referencial teórico que respaldará as análises da pesquisa.

## **CAPÍTULO IV - RESPALDANDO O CAMINHO DAS TRANSFORMAÇÕES**

Neste capítulo apresentamos os referenciais teóricos que sustentam nossas análises.

Os referenciais elencados reúnem os temas abarcados em nosso problema de pesquisa: as transformações geométricas; a visualização mediada pelas tecnologias e por programas de geometria dinâmica; as linguagens híbridas como condutoras do processo de mediação; a mediação e a interação pedagógicas. Começaremos apresentando brevemente a teoria de Santaella (2019) sobre as matrizes da linguagem e do pensamento.

### **4.1 As Matrizes da Linguagem e do Pensamento**

Santaella (2019, p. 13) começou a desenvolver a teoria das matrizes da linguagem e do pensamento após concluir seu doutoramento, em 1973. A investigação sobre as três linguagens – sonora, visual e verbal – foi evoluindo gradativamente no decorrer de sua trajetória como pesquisadora. Oriunda dos Estudos Linguísticos e com formação em Música, Santaella destaca que trabalhou frequentemente com a linguagem visual devido ao contato com estudantes com formação em visualidade, na disciplina Semiótica Geral do curso de pós-graduação em Comunicação e Semiótica da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), do qual é regente. Tais discentes a estimulavam a estudar e pesquisar para além de sua área, a literatura.

Especialista na obra do filósofo e semiótico Charles Sanders Peirce, cuja teoria engloba as linguagens e os sistemas de signos, Santaella começa sua pesquisa fazendo subdivisões da tradicional classificação da linguagem verbal (descrição, narração e dissertação). A autora percebeu que uma classificação similar caberia à linguagem visual, com a qual trabalhou a partir de 1979. E, visando abranger as três linguagens, voltou-se a pesquisar a linguagem sonora após concluir os estudos da linguagem visual.

A pesquisadora percebeu que os três tipos do discurso (narração, descrição e dissertação) apresentavam uma correlação com as três categorias fenomenológicas de Peirce – primeiridade, secundidade e terceiridade. Ela ressalta que, “[...] para Peirce, a fenomenologia tem por função responder a mais antiga questão que a filosofia desde seus primórdios tem feito: como se dá apreensão e compreensão do mundo pelo ser humano?” (SANTAELLA, 2019, p. 14). Após

décadas de estudos, Peirce conclui que a mente humana é capaz de apreender tudo o que aparece à consciência através de uma graduação de três elementos formais: (1) qualidade de sentimento; (2) ação e reação; e (3) mediação. Posteriormente, Peirce entendeu que tais modos de apreensão não são apenas elementos presentes no ato de apreender os fenômenos inerentes à mente humana, mas elementos formais de todo e qualquer fenômeno – físico, psíquico, real, imaginado, lembrado etc. –, que se expressam como (1) qualidade; (2) reação; e (3) representação.

Santaella (2019, p. 15) enfatiza o caráter lógico das categorias de Peirce:

Em síntese, esses elementos formais, que Peirce chamou de categorias, são os filamentos mais gerais, abstratos e universais de todo o universo. Por serem tão universais a ponto de se presentificarem em tudo e qualquer coisa, Peirce resolveu esvaziar os termos de qualquer conteúdo material, reduzindo-os à sua natureza puramente lógica. Daí as categorias passarem a ser denominadas por (1) primeiridade = mònada, (2) secundidade = relação diádica e (3) terceiridade = relação triádica.

Em 1981, ao viajar para participar de um seminário sobre semiótica no Rio Grande do Norte, Santaella vislumbrou que a classificação da linguagem verbal escrita seria apenas uma parte de uma tríade maior, ou seja, que a linguagem verbal estaria para a terceiridade assim como a visual estaria para a secundidade e a sonora, para a primeiridade. Essa ideia não se sustentava apenas nas categorias de Peirce, mas nos tipos de signos que delas provinham: o símbolo como terceiridade, o índice como secundidade e o ícone como primeiridade. Santaella (2019) visualizou a correlação entre a linguagem verbal como símbolo, a linguagem visual como índice e a linguagem sonora como ícone. O Quadro 11 mostra as correspondências das matrizes com as categorias de Peirce, signo, fenômenos e eixos.

**Quadro 11.** Matrizes da linguagem e do pensamento

	<b>Matriz Sonora</b>	<b>Matriz Visual</b>	<b>Matriz Verbal</b>
Categorias de Peirce	Primeiridade	Secundidade	Terceiridade
Signo	Ícone	Índice	Símbolo
Fenômenos	Qualidade	Reação	Representação
Eixos	Sintaxe	Formas	Discurso

Fonte: elaborado pela autora, baseado em Santaella (2019)

A hipótese da teoria das matrizes da linguagem e do pensamento começou a ser formulada por Santaella em meados da década de 1980: os três tipos de linguagem – verbal,

visual e sonora – constituem-se nas três grandes matrizes lógicas da linguagem e do pensamento.

Considerando que o pensamento se organiza através das linguagens verbal, visual e sonora, Santaella (2019, p. 20) postulou que existem apenas três matrizes lógicas da linguagem e do pensamento, “[...] a partir das quais se originam todos os tipos de linguagens e processos significativos que os seres humanos, ao longo de sua história, foram capazes de produzir”, inclusive as linguagens híbridas, resultado da mistura dos meios – som, imagem, verbo, números, cores, luzes, formas e movimentos – reunidas:

Não obstante a variedade de suportes, meios, canais (foto, cinema, televisão, vídeo, jornal, rádio etc.) em que as linguagens se materializam e são veiculadas, não obstante as diferenças específicas que elas adquirem em cada um dos diferentes meios, subjacentes a essa variedade e a essas diferenças estão tão-só e apenas três matrizes. (SANTAELLA, 2019, p. 20)

Ao elaborar seu sistema classificatório, Santaella (2019, p. 29) criou “[...] um patamar intermediário entre os conceitos de Charles Sanders Peirce e as linguagens manifestas, de modo que as modalidades do verbal, visual e sonoro possam servir de mediação entre a teoria peirciana e a semiótica aplicada [...]”.

Para Santaella (2019), as matrizes da linguagem e do pensamento não são puras, assim como não existem linguagens puras. Em cada matriz existe um pouco de outra matriz. A classificação das matrizes (Figura 3)<sup>23</sup> estabelecida pela pesquisadora tem o objetivo de mostrar a mistura entre as matrizes e os princípios coerentes que conduzem as possíveis combinações.



**Figura 3.** Diagrama das Três Matrizes e suas modalidades

Fonte: Santaella (2019, p. 377)

<sup>23</sup> Gráfico representativo das sutis inter penetrações das três matrizes, de autoria de Marcus Vinícius Fainer Bastos, aluno de Santaella na pós-graduação em Comunicação e Semiótica da PUC-SP, no segundo semestre de 1999.

Como desdobramento, Santaella (2019, p. 21) incluiu no último enunciado de sua hipótese o caminho para as linguagens híbridas ao afirmar que “[...] a multiplicidade variada das linguagens é gerada a partir de combinações e misturas entre as três matrizes que estão na base dessa multiplicidade”.

#### **4.2 As Linguagens Híbridas Mediando o Processo de Ensino**

Linguagem é um “[...] sistema organizado através do qual é possível se comunicar por meio de sons, gestos, signos convencionais” (LINGUAGEM, 2022). Em sua proposição das três matrizes, Santaella (2019), respaldada na fenomenologia e na semiótica de Peirce, ressalta a relação indissociável entre linguagens e pensamento. A pesquisadora inclui a percepção nessa relação e justifica que, para Peirce, pensamento, signos e percepção são inseparáveis, considerando que todo pensamento se dá em signos. Não existe pensamento sem signos, logo, o pensamento é linguagem.

Nesta pesquisa, o foco são as linguagens híbridas, especificamente a hipermídia, promovendo a mediação e a interatividade entre o conteúdo e os estudantes com os recursos audiovisuais – sons, movimentos, cores – para o desenvolvimento dos conceitos geométricos e, em particular, os das TG.

De diferentes maneiras, a linguagem faz a mediação entre as pessoas e o mundo. Santaella (2007, p. 189) ressalta que não existe mediação sem signo e que a linguagem é elemento de suma importância no processo:

Falar em mediações nos dá uma boa ocasião para relembrar que não há mediação sem signo. São os signos, as linguagens que abrem, à sua maneira, as portas de acesso ao que chamamos de realidade. No coração, no âmago, no cerne de quaisquer mediações - culturais, tecnológicas, midiáticas - está a linguagem, é justamente a linguagem, camada processual mediadora, que revela, vela, desvela para nós o mundo, é o que nos constitui como humanos.

Santaella (2019) relembra que, anteriormente à era da digitalização, os suportes analógicos eram inconciliáveis (papel, película química, fita magnética, filme), entretanto, na era da pós-digitalização, a informação digital passou a ser transmitida, independentemente do meio, com melhor qualidade e em arquivos menores. A autora destaca que, a partir da digitalização dos dados, do formato digital, foi possível gerar produtos em qualquer tempo e lugar com características idênticas. Essa tecnologia permitiu que a informação fosse distribuída em rede e ocasionou a explosão da internet – explosão gerada pela associação de duas simples concepções: a informação transmitida em rede e o hipertexto.

Santaella (2012b, p. 234) destaca que “o hipertexto é conhecido como escrita não sequencial, como rede interligada de nós que os leitores podem percorrer de modo multidimensional”. Caracteriza-se pela interrupção da linearidade do texto convencional através de módulos de informação. Esses módulos são estruturados por partes ou fragmentos de textos.

Segundo Santaella (2019), com a proliferação das imagens no início do século XX, a linguagem verbal escrita teve sua soberania preterida em relação aos meios de impressão. O hipertexto resgata a soberania da linguagem verbal escrita,

o hipertexto digital a trouxe de volta sob a forma inédita de vínculos não lineares entre fragmentos textuais associativos, interligados por conexões conceituais (campos), indicativas (chaves) ou por metáforas visuais (ícones) que remetem ao clicar de um botão, de um percurso de leitura a outro, em qualquer ponto da informação ou para diversas mensagens, em cascatas simultâneas e interconectadas. Essa forma que estava apenas ensaiada de modo tímido e rudimentar nas grandes enciclopédias ainda presas à pesada materialidade dos austeros volumes em papel bíblia, transmuta-se hoje para hipermídia, na qual a lógica do hipertexto se amplia à dimensão audiovisual, coreográfica, tátil e mesmo muscular da linguagem. (SANTAELLA, 2019, p. 392)

A hipermídia nasceu no começo dos anos 90. Aqueles que tinham o objetivo de criar mensagens dinâmicas, usando as três matrizes – verbal, visual e sonora –, utilizavam um software chamado *Micromedia Director*, que coordenava sua estruturação. Na época, a rede ainda não tinha se tornado popular. A hipermídia agrega o hipertexto a grafismos e elementos audiovisuais diversos e promove, assim, uma interatividade muito benéfica à aprendizagem.

Por utilizar diferentes suportes, a linguagem das redes é considerada híbrida. As linguagens, que são o cerne da comunicação e da mensagem, transitam nos meios ou mídias (SANTAELLA, 2011). Segundo Santaella (2019), a digitalização e a linguagem hipermidiática permitiram uma grande hibridização, responsável por processos de comunicação inteiramente novos, interativos e dialógicos. No mundo hipermídia, emissor e receptor cooperam entre si, permutando constantemente seus papéis (FERNANDES JUNIOR; ALMEIDA, 2017). O leitor, ou usuário, é consumidor e integrante ativo da construção e do uso da mídia. Esse conjunto de recursos híbridos – audiovisuais, interativos – pode favorecer fortemente os processos de ensino e de aprendizagem.

Com o propósito de explorar a potencialidade das linguagens híbridas, escolhemos o conteúdo das TG para desenvolver a visualização a partir da congruência até a proporcionalidade entre figuras geométricas.

### 4.3 Transformações Geométricas

A realização de tarefas que envolvem o conteúdo TG<sup>24</sup> é importante para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes da Educação Fundamental. O conteúdo é contemplado nos documentos oficiais do ensino brasileiro: os PCN e a BNCC. Os PCN<sup>25</sup> de Matemática (BRASIL, 1998) já orientavam atividades sobre esse tema devido à relevância do desenvolvimento da percepção visual e como um método para a visualização das condições de congruência ou semelhança entre figuras. A BNCC (BRASIL, 2017), documento de natureza normativa, salienta a importância de considerar o caráter funcional existente na aprendizagem da Geometria conferido pelas TG.

Por ser um tema fortemente sugerido nos PCN para ser trabalhado com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, Medeiros e Gravina (2015) capacitaram professores por meio de uma oficina sobre o tema, que incluía a utilização do *software* de geometria dinâmica GeoGebra e recursos multimídia disponibilizados em um *site*.

Kaleff (1994b) mostrou como as aplicações da simetria axial/reflexão podem ser observadas em outras áreas do conhecimento, indicou a importância da contextualização de conceitos geométricos para os estudantes da educação básica e identificou suas aplicações na vida real. Delmondi e Pazuch (2018) salientam que o estudo das TG contribui para a introdução de conceitos variados, como números, medidas e semelhanças, e colabora com o desenvolvimento da percepção visual dos estudantes.

Em pesquisas internacionais, o tema também é considerado relevante. Bastos (2007) vislumbra, no estudo das transformações geométricas isométricas, potenciais ferramentas para promover o raciocínio sobre o plano e o raciocínio espacial. Yanik (2014) ressalta que movimentos de reforma curricular na Turquia incluíram as TG no currículo de Matemática do Ensino Médio devido ao potencial desse tema para aprimorar o pensamento matemático dos estudantes, por desenvolver as habilidades de raciocínio e justificação. Em estudo voltado para os discentes dos anos iniciais do ensino canadense, Ng e Sinclair (2015) enfatizam que o estudo da simetria axial pode ser um poderoso recurso para descrever, reconhecer, classificar e criar figuras bidimensionais e tridimensionais e destacam que o ensino das TG necessita de uma abordagem dinâmica, que evidencie o movimento de transformação de uma figura inicial que

<sup>24</sup> Pinheiro (1986, p. 10) destaca que as transformações de Felix Klein são aplicadas a cada ponto de uma figura e define: “[...] uma transformação do plano  $\alpha$  : todo ponto do plano é imagem por  $f$ , de um e apenas um ponto do plano”.

<sup>25</sup> Até 2017, por meio dos PCN o currículo apresenta um caráter orientador. A partir de 2017, com a BNCC, o país opta por um currículo normativo.

se transforma em outra figura congruente ou semelhante. Giménez e Vanegas (2019) destacam que a observação de fenômenos do cotidiano que evocam ideias sobre as transformações geométricas isométricas é fundamental para o desenvolvimento e a construção de ideias matemáticas pelos estudantes da Educação Infantil.

É importante promover a visualização dos elementos, das propriedades e das características dos conteúdos que estão sendo desenvolvidos com os estudantes, no caso, das isometrias e homotetias.

#### **4.4 Visualização e Geometria Dinâmica**

Termo originário da psicologia, a visualização inicialmente se relacionava à capacidade que os indivíduos possuíam ou desenvolviam de interpretar imagens. A partir da década de 1980, o vocábulo foi apropriado pelos educadores matemáticos cujos constructos de pesquisas se referiam à área cognitiva (FLORES; WAGNER; BURATTO, 2012). Segundo Kaleff (2022), o tema “visualização” chamou atenção de pesquisadores mundiais – principalmente nos EUA, em Israel, na França e na Itália – desde a década de 1960.

O ser humano apreende os estímulos do meio ambiente através dos sentidos, dentre os quais o sentido da visão se sobressai. Santaella (2012b, p. 1) ressalta que “[...] 75% da percepção humana, no estágio atual da evolução, é visual”. Arcavi (2003, p. 55, tradução nossa) observa que a “[...] visão é central para nosso ser biológico e sociocultural”<sup>26</sup> e afirma que o ser humano deseja ver não apenas o que se tem à vista mas também o que não se tem diante dos olhos, e recorre, para isso, à tecnologia, às imagens, aos padrões, aos gráficos. A visualização permite essa ação. Cognitivamente, visualizar significa ver além do olhar. Arcavi (2003, p. 56) define a visualização como

[...] a habilidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso e reflexão sobre desenhos, imagens, diagramas, em nossas mentes, sobre papel ou com ferramentas tecnológicas, com o propósito de representar e comunicar informações, de pensar e desenvolver ideias previamente desconhecidas e de divulgar entendimentos.

Visualizar é uma habilidade importante para o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos e, portanto, devem ser estimuladas nos estudantes desde a observação de situações cotidianas até a identificação de padrões bi e tridimensionais em distintas áreas do conhecimento. Veloso (1998), Costa (2000) e Kaleff (2016) destacam a importância da

---

<sup>26</sup> “Vision is central to our biological and socio-cultural being”.

visualização para a formação do indivíduo. Costa (2000, p. 178) sinaliza que “[...] a visualização é parte essencial da inteligência humana”. A visualização é imprescindível para a Geometria, para outras atividades em diferentes ramos da Matemática e em outras áreas do conhecimento.

Arcavi (2003) pondera sobre a aplicação da visualização em situações diversas do nosso dia a dia: em gráficos, dados, diagramas, figuras, imagens, símbolos, palavras e na solução de problemas. Hershkowitz (1994, p. 9) afirma que “[...] visualizar geralmente se refere à habilidade de representar, transformar, gerar, comunicar, documentar, e refletir sobre informação visual”. Para Cifuentes (2005, p. 71), “[...] visualizar é ser capaz de formular imagens e está no início de todo o processo de abstração”.

Em sua tese, Buratto (2012) organizou definições sobre visualização de importantes pesquisadores no período de 1986 a 2000, conforme mostra o Quadro 12.

**Quadro 12.** Como os pesquisadores definem o conceito de visualização

Autor	Ano/ página	Definição
Presmeg	1986, p. 297	Visualização: “[...] uma imagem visual é definida como um esquema mental representando informações reais ou espaciais”.
Bishop	1989, p. 8	“Visualização aparece na literatura com as ideias de imaginação, habilidade espacial, diagramas e intuição, com ideias úteis para a Educação Matemática e que, embora seja considerada um conceito complexo, é necessário ser compreendida” (tradução livre).
Dreyfus <i>apud</i> Costa	2000, p. 169	“Visualização do ponto de vista da educação matemática inclui duas direções: a interpretação e compreensão de modelos visuais e a capacidade de traduzir em informação de imagens visuais o que é dado de forma simbólica”.
Cunningham	1991, p. 67	“Visualização científica é comumente corrente para o uso da tecnologia gráfica do computador de apoio à investigação nas ciências”.
Zimmermann e Cunningham	1991, p. 3	“Visualização matemática é o processo de formação de imagens (mentais, ou com lápis e papel, ou com o auxílio de tecnologias) usando essas imagens de forma eficaz para a descoberta e compreensão da matemática”.
Senechal <i>apud</i> Costa	2000, p. 170	“Visualização significa em linguagem usual ‘percepção espacial’ e assim é a reconstrução mental da representação de objetos a 3 dimensões”.
Mariotti <i>apud</i> Costa	2000, p. 170	“Visualização consiste em trazer à mente imagens de coisas visíveis”.
Solano e Presmeg	1995, p. 67	“Visualização é a relação entre imagens”.
Gúzman	1996, p. 13	“Visualização em matemática constitui um aspecto importante da atividade matemática onde se atua sobre possíveis representações concretas enquanto se descobrem as relações abstratas que interessam ao matemático”.
Gutiérrez	1996, p. 19	Visualização na matemática é “[...] um tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais ou espaciais, seja mental ou físico, realizado para resolver problemas, ou provar propriedades”.

Fonte: Buratto (2012, p. 58-59)

Interessante destacar a compreensão de Zimmermann e Cunningham (1991) sobre a importância da visualização matemática, que é a capacidade que o estudante tem de desenhar algo apropriado para representar um conceito ou um problema matemático independentemente do suporte. Esse algo é utilizado para o entendimento e como auxiliar na resolução de problemas. A visualização não é um fim em si, mas um meio para um fim, que é o entendimento.

Presmeg (1986) entende que há dois processos de visualização e ambos são utilizados na Educação Matemática: o processo de construção e transformação de imagens mentais e o processo de representação espacial. Corroborando a ideia de Presmeg, Kaleff (1994a, p. 21) destaca a necessidade de trabalhar as representações tridimensionais no espaço bidimensional desde as séries iniciais da educação básica: “É necessário, portanto, que tanto o professor quanto o aluno recorram ao raciocínio espacial para representar o mundo real”.

Kaleff (2016) destaca que a utilização de modelos concretos de objetos geométricos pode contribuir para iniciar um processo de raciocínio visual no qual o estudante utiliza a visualização para realizar novas operações mentais, que geram novas imagens mentais ou representações do objeto analisado (desenho ou outro modelo concreto). A autora enfatiza que, “[...] ao visualizar objetos geométricos, o indivíduo passa a mobilizar um conjunto de operações cognitivas, isto é, ações mentais relacionadas à habilidade da visualização e exigidas no trato da geometria” (KALEFF, 2016, p. 20). Tais operações estão listadas no Quadro 13.

**Quadro 13.** Resumo das principais operações mentais envolvidas na visualização em Geometria

a) Identificar uma determinada figura plana, isolando-a dos demais elementos de um desenho.
b) Reconhecer que as formas geométricas de um objeto são independentes de suas características físicas, tais como tamanho, cor e textura.
c) Identificar um objeto, ou um desenho, quando apresentado em diferentes posições.
d) Produzir imagens mentais de um objeto e visualizar suas transformações e movimentos, mesmo na sua ausência visual.
e) Relacionar um objeto a uma representação gráfica ou a uma imagem desse objeto.
f) Relacionar vários objetos, representações gráficas ou imagens mentais entre si.
g) Comparar vários objetos, suas representações gráficas e suas imagens para identificar diferenças e regularidades entre eles.

Fonte: Kaleff (2016, p. 22)

Kaleff (2016) ressalta que a interpretação de desenhos geométricos está intrinsecamente relacionada à vida do cidadão comum, visto que a interpretação de informações visuais é solicitada em um simples esboço de uma figura geométrica, em um mapa que mostra o caminho entre dois lugares ou em requintadas representações gráficas.

A visualização pode contribuir para a resolução de questões. Estudiosos (PRESMEG, 1986; TALL, 1995) verificaram que há estudantes que preferem utilizar métodos visuais para fazer conjecturas ou análises de propriedades e características geométricas.

Motivada pelos estudos do pesquisador russo Krutetskii sobre o componente lógico-verbal do pensamento, que determina o nível de habilidades matemáticas, e o componente visual-espacial, que determina seu tipo, Presmeg (1986) pesquisou no Ensino Médio sobre os estudantes visualizadores, que preferem recorrer a métodos visuais para solucionar questões matemáticas (que podem ou não ser solucionadas por métodos visuais) e os estudantes não visualizadores, que optam por não utilizar métodos visuais para solucionar questões com as mesmas características. Muitos estudantes que preferem pensar por meio de imagens escolhem carreiras em engenharia, na arquitetura ou ligadas à expressão gráfica. O objetivo do estudo de Presmeg (1986) era identificar os pontos fortes e as limitações do processamento visual no ensino de matemática do Ensino Médio.

Segundo Presmeg (1986, p. 42, tradução nossa), “[...] um método visual de solução envolve imagens visuais, com ou sem diagrama, como uma parte essencial do método, mesmo que o raciocínio ou métodos algébricos também sejam empregados<sup>27</sup>”. Soluções por métodos não visuais de solução não compreendem imagens visuais como parte essencial do processo de resolução.

As imagens utilizadas pelos visualizadores no estudo de Presmeg (1986) foram classificadas conforme mostra o Quadro 14. A pesquisadora argumenta que uma imagem reproduzida a partir da memória de uma experiência visual pode ou não ser pictórica.

**Quadro 14.** Classificação das imagens visuais de Presmeg

Classificação das imagens	Significado
(1) Concreto, imagens pictóricas	“Imagens da mente”
(2) Imagens padrão	Relações puras descritas em um esquema visual/espacial.
(3) Imagens de memória das fórmulas	Os visualizadores normalmente “viram” uma fórmula em suas mentes, escrita em um quadro negro ou em seus cadernos.
(4) Imagens cinestésicas	Envolve movimento muscular, expressão corporal, gestos.
(5) Imagens dinâmicas	Em movimento.

Fonte: Presmeg (1986, p. 43)

---

<sup>27</sup> “A visual method of solution is one which involves visual imagery, with or without a diagram, as an essential part of the method of solution, even if reasoning or algebraic methods are also employed”.

Tall (1995) destaca a existência de diferentes representações de provas matemáticas – enativa, visuais, manipulativas – e evidencia a necessidade de considerar as mais adequadas ao desenvolvimento cognitivo do estudante. Adequar significa levar em consideração a maturidade cognitiva da audiência para determinados recursos e tarefas solicitadas, incluindo as linguagens.

As imagens dinâmicas podem colaborar com o processo de visualização geométrica. A mediação tecnológica promovida pela Geometria Dinâmica tem contribuído para desenvolver o pensamento geométrico e, em particular, a visualização das propriedades e características geométricas das isometrias e das homotetias na Educação Fundamental.

Gaspar e Cabrita (2014) enfatizam a riqueza de detalhamento proporcionada pelas imagens dinâmicas, o que promove o entendimento dos conceitos e das relações geométricas e, consequentemente, gera progresso intelectual.

Para Marschall e Fiorese (2015), o trabalho em conjunto com tecnologias digitais de informação, computadores e tarefas, com foco na interação e no debate, pode reduzir questões de entendimento sobre as características das TG. Após identificar as dificuldades dos estudantes em relação às observações de representações estáticas realizadas em quadros de giz, os autores optaram por utilizar em sua pesquisa o *software* GeoGebra – o que permitiu que os discentes representassem figuras e manipulassem elementos geométricos e estimulou a visualização, devido à interatividade e ao dinamismo.

Em consonância com Bastos (2007), Amaral e Cabrita (2016) trabalharam as TG em parceria com a disciplina Educação Visual e utilizaram o GeoGebra para visualizar e explorar as propriedades das isometrias, para posteriormente elaborar frisos com os elementos estudados no programa de Geometria Dinâmica.

Pinheiro, Alves e Araújo (2020, p. 21) entendem o trabalho com a geometria dinâmica associado à percepção do movimento, com a manipulação de “[...] objetos variáveis, que se configuram, se desconfiguram e assim se abrem a percepção [...]”. Para os autores, o movimento vai além de um mero conceito, pois se configura como um caminho de descoberta para o estudante, um “[...] modo de conhecer, de habitar a Geometria” (p. 21).

Desenvolvendo a análise e a visualização sobre o alargamento e a semelhança, Denton (2017) destaca que a geometria dinâmica apoia o desenvolvimento de conceitos através das ferramentas de arrasto e de medição e pode acelerar ou reorganizar processos, levando o estudante a evoluir de questões particulares a abstrações de uma forma que não seria possível com a utilização de recursos como papel e lápis.

## 4.5 A Mediação e a Interação Pedagógicas

Para abordarmos os conceitos de mediação e de interação pedagógica discorremos antes sobre alguns conceitos da teoria histórico-cultural de Vigotsky.

Embora historicamente Piaget tenha sido a principal referência na área da Psicologia da Educação, a teoria de Vigotsky cativou professores e educadores, por valorizar a escola, o educador, a ação pedagógica, a intervenção e o papel do educador na formação do indivíduo que passa pelo ambiente escolar (OLIVEIRA, 2010).

As funções psicológicas superiores ou processos superiores foram o foco de estudo de Vigotsky, que se empenhou em compreender os mecanismos mais complexos e típicos do ser humano e os processos de mediação e de interação.

Para Oliveira (1997, p. 26), o conceito de mediação é central para o entendimento das concepções vigotskianas sobre o funcionamento psicológico do ser humano: “Mediação, em termos genéricos, é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento”. Vigotsky (2007) enfatiza que a relação do homem com o mundo real é uma relação mediada, ou seja, as funções psicológicas superiores são estruturadas de modo que os mediadores e os instrumentos da atividade humana façam a ponte entre o homem e o mundo real. Dois tipos de mediadores de características bem distintas foram identificados por ele: os instrumentos e os signos.

A relevância dos instrumentos na atividade humana considerada por Vigotsky tem clara relação com a teoria do materialismo histórico (OLIVEIRA, 1997). Vigotsky procurou compreender as particularidades do homem através do estudo da origem e do desenvolvimento da espécie humana, considerando a apresentação para o trabalho e a formação da sociedade humana. Esse processo básico, estruturado no trabalho, define o homem como espécie diferenciada: “O instrumento é um elemento interpuesto entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza” (OLIVEIRA, 1997, p. 29). O instrumento é construído ou procurado para atender à determinada necessidade ou função. Nele estão materializados a atribuição para a qual foi concebido e o modo como será utilizado, por isso é considerado um objeto social e mediador da conexão entre o indivíduo e o mundo.

Vigotsky (2007) relacionou o uso dos signos como auxiliares para resolver uma determinada questão psicológica do uso de instrumentos. Os instrumentos possuem orientação externa ao indivíduo e sua função é provocar mudanças nos objetos, controlar processos da natureza. Os signos, identificados por ele como “instrumentos psicológicos”, agem internamente e direcionam-se ao controle das ações psicológicas no próprio indivíduo ou em

outros. Em síntese, os signos atuam nos processos psicológicos e os instrumentos atuam nas ações concretas externas ao indivíduo. Vigotsky (2007, p. 52) ressalta que

[...] a invenção e o uso de signos como meios auxiliares para solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher etc.) é análoga à invenção e uso de instrumentos, só que agora no campo psicológico. O signo age como instrumento da atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho.

Cole e Scribner (2007, p. XXVI) destacam o brilhantismo de Vigotsky ao expandir o conceito de mediação na interação do homem com o ambiente pelo uso de instrumentos ao uso de signos e acrescentam que “os sistemas de signos (a linguagem, a escrita, o sistema de números), assim como o sistema de instrumentos, são criados pelas sociedades ao longo do curso da história humana e mudam a forma social e o nível de seu desenvolvimento cultural”. A internalização dos sistemas de signos, para Vigotsky, promove alterações comportamentais, que estabelecem conexão entre as formas iniciais e as tardias do desenvolvimento pessoal.

Oliveira (1997) destaca que acontecem duas alterações qualitativas fundamentais na utilização dos signos no decorrer da evolução da espécie humana e no desenvolvimento de cada indivíduo: a utilização de marcas externas que se transformam em processos internos de mediação (processo de internalização) e o desenvolvimento de sistemas simbólicos, que organizam os símbolos em estruturas complexas e articuladas. A autora ressalta que ambas “[...] são essenciais para o desenvolvimento dos processos mentais superiores e evidenciam a importância das relações sociais entre os indivíduos na construção dos processos psicológicos” (OLIVEIRA, 1997, p. 34).

O desenvolvimento humano ocorre por meio de um processo de internalização em que os indivíduos transformam atividades externas, que foram mediadas por instrumentos, em atividades internas, que foram mediadas por signos (VIGOTSKY, 2007). A interação entre as pessoas é essencial na construção do ser humano, pois se realiza na relação interpessoal concreta com outros indivíduos. É assim que o indivíduo interioriza as formas culturalmente estabelecidas de funcionamento psicológico. Portanto, a interação social – diretamente com outros membros da cultura ou através de elementos diversos do ambiente culturalmente estruturado – fornece a substância para o desenvolvimento psicológico do ser (OLIVEIRA, 1997).

A teoria vigotskiana contempla as noções de mediação didática, mediação cognitiva e práticas sociais (LIBÂNEO, 2013). Além disso, “boa didática significa um tipo de trabalho na sala de aula em que o professor atua como mediador da relação cognitiva do aluno com a

matéria” (LIBÂNEO, 2011, p. 7). Libâneo (2013, p. 4) destaca dois tipos de mediação: a mediação cognitiva, que faz a conexão do discente com o objeto de conhecimento; e a mediação didática, aquela em que um professor garante “[...] os modos e condições da relação do aluno com o conhecimento”.

D’ Ávila (2011, p. 63) discorre sobre a relação existente entre a mediação cognitiva, a mediação didática e a intervenção de natureza didática:

A mediação cognitiva pressupõe uma mediação de caráter externo, a mediação didática. A relação com o saber é, portanto, duplamente mediatizada: uma mediação de ordem cognitiva e uma outra de natureza didática. A mediação cognitiva se constitui a partir do desejo de aprender. A mediação didática como sistema de regulação (que organiza e concede forma) na determinação de uma estrutura exterior e como modalidade de ação que procura tornar este objeto desejável ao sujeito. É, pois, na mediação da mediação que a ação didática ganha corpo e se constitui como um meio de intervenção de natureza didática.

Os instrumentos da tecnologia fazem a mediação entre a ação concreta dos indivíduos e o mundo. Zanatta e Brito (2015) entendem que as tecnologias, especificamente as tecnologias digitais, são o resultado de práticas sociais historicamente construídas, como os instrumentos e signos mediadores de Vigotsky (2007). As autoras destacam que as contribuições de Vigotsky as levam a refletir sobre a utilização das tecnologias digitais simultaneamente como instrumentos técnicos e simbólicos. Ou seja, as tecnologias podem ser analisadas como instrumentos (objeto físico – *hardware*) e como signos (dimensão simbólica), considerando que o funcionamento depende do programa, ou *software*, a parte lógica que gerencia as operações.

Bairral (2009, p. 101) ressalta a importância da motivação e do conhecimento crítico do docente para incorporar as tecnologias em sua prática pedagógica:

Toda atividade humana é mediada por alguma tecnologia. Sabemos que a tecnologia por si só não muda a natureza da escola, tampouco, da formação profissional. É preciso que os docentes tenham vontade própria e desenvolvam conhecimento crítico para incorporá-las em seu cotidiano.

#### **4.6 Visualização em Sala de Aula: Estudos do Grupo de Pesquisa**

No GEPETICEM existe o interesse dos participantes pelo tema visualização. Settimy (2018) e Oliveira (2022) são exemplos de professores que pesquisaram a visualização nas salas de aula do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Settimy (2018) destaca que a visualização é um processo individual que precisa ser ensinado aos estudantes da educação básica e desenvolvido com eles, pois não é inato, e é uma habilidade importante para o pensamento matemático. A autora acredita que a utilização de recursos didáticos variados em sala de aula pode contribuir de diferentes maneiras para estimular e enriquecer o pensamento visual individual dos estudantes. Seu estudo esteve focado na visualização e análise da aprendizagem dos discentes do 6.º ano do Ensino Fundamental (11 a 12 anos) de uma escola pública do município de Angra dos Reis, participantes das atividades de Geometria Espacial, que utilizaram recursos variados, como papel e lápis, planificações articuladas, sólidos de acrílico e vídeo produzido com os recursos do GeoGebra. Nessas atividades foram desenvolvidos: o conceito de figura geométrica, o conceito de poliedro e questões relacionadas à visualização e suas respectivas representações – as vistas dos sólidos, a representação em perspectiva e suas planificações. Settimy (2018, p. 103) ressalta que “[...] a visualização foi entendida como um processo de formação de imagens que transitam entre as representações 2D e 3D, mas sem priorizar uma delas”. A visualização gera imagens mentais sem a presença física do objeto no campo visual do observado. Essa importante característica pode auxiliar na resolução de problemas e na compreensão matemática.

Desenvolvendo a visualização necessária para os estudantes do Ensino Médio na disciplina Desenho Técnico, Oliveira (2022) ressalta que, para aperfeiçoá-la, com objetivo de manipular e construir imagens mentais mais abstratas, faz-se necessário minimizar o protagonismo do material impresso e investir no uso de material manipulável diverso. O autor evidencia a necessidade da educação do olhar, pois o saber ver é o primeiro movimento para definir o que e como representar. Para Oliveira (2022, p. 135), “[...] aprender a visualizar comprehende a percepção do entorno e das relações que o objeto observado tem com o corpo, pois, antes do registro no papel, há de se construir uma imagem mental alicerçada nas imagens que podem ser evocadas. A vivência educa o olhar”. No trabalho que eclodiu na tese, Oliveira (2016) arquitetou um artefato que viabilizava a visualização das vistas ortográficas de peças através de câmeras de vigilância. Utilizando o artefato, cada estudante podia visualizar e posteriormente entender a representação e a posição de cada vista ortográfica, um conteúdo da geometria projetiva importante para os cursos técnicos profissionalizantes.

A minha dissertação (IZAR, 2014) motivou a elaboração desta tese. A pesquisa investiu na visualização da proporcionalidade através da homotetia – utilizou recursos dinâmicos e foi enriquecida com elementos da cultura visual. Uma situação potencialmente plana que pode ser desenvolvida espacialmente. Nesse estudo, o conceito de proporcionalidade de segmentos e de figuras homotéticas contou com recursos imagéticos, programas de edição de imagens, recursos

manipulativos e a parceria das TIC com aplicativos do *site* do *Museo Universitario di Storia Naturale e della Strumentazione Scientifica Università degli studi di Modena e Reggio Emilia*. O *site* disponibilizava pantógrafos virtuais para todos os tipos de TG, incluindo o pantógrafo de homotetia, criado pelo padre jesuíta alemão Christofer Scheiner no século XV. A pesquisa foi realizada com estudantes do 6.<sup>º</sup> e do 7.<sup>º</sup> anos do Ensino Fundamental de uma escola pública vinculada à UERJ.

Izar (2014), Settimy (2018) e Oliveira (2022) utilizaram recursos manipulativos importantes para o desenvolvimento da visualização de cada tema proposto. Atividades manipulativas são grandes parceiras no trabalho com a visualização. Kaleff (1994a) ressalta a importância de os estudantes trabalharem com quebra-cabeças, jogos de montar, pinturas e colagens a fim de estimular o desenvolvimento da intuição espacial – e da habilidade para visualizar, desenhar e interpretar – e de contribuir para a formação do pensamento dedutivo.

A parceria entre visualização e materiais manipulativos motivou Izar (2014), Oliveira (2022) e Settimy (2018) a participarem do Plano de Ação para o Programa de Formação Continuada em Serviço para Professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (Edital SBEM-DNE 01/2020) da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). A FormAção *Visualização em Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental* consistia na fabricação de recursos manipuláveis pelos cursistas com objetivo de ampliar a abordagem da Geometria na prática pedagógica através de materiais de baixo custo. A FormAção visava também construir com os participantes estratégias de abordagem com foco na Geometria e explorar atividades que utilizassem objetos do dia a dia dos estudantes e/ou dos docentes.

A FomAção, que aconteceu de março a julho de 2021, fomentou dois artigos. Em Izar, Oliveira e Settimy (2022), o relato expõe a oferta de um curso que propõe um olhar para a produção – montagem e desmontagem – de material didático manipulável e a reflexão sobre as possibilidades desse material no ensino de Geometria. Em Oliveira, Izar e Settimy (2022), foram apresentados os aportes teórico-metodológicos que respaldaram a criação e o planejamento da FormAção, voltados para a criação de materiais manipuláveis e o desenvolvimento da visualização.

A visualização é uma habilidade que precisa ser desenvolvida e deveria ser estimulada desde as séries iniciais do Ensino Fundamental. A manipulação de materiais concretos a partir da observação e percepção favorece a criação de memórias que ativam a imaginação. A visualização proporciona ao indivíduo a capacidade de agregar conhecimentos escolares à vivência fora da vida escolar – não exclusivamente em relação às necessidades matemáticas.

Os materiais manipuláveis possibilitam a exploração de conceitos geométricos e a identificação e aplicação desses conceitos em distintas situações presentes no cotidiano do cidadão, características importantes para a construção do processo de visualização dos indivíduos.

No próximo capítulo discorremos sobre as atividades planejadas para o desenvolvimento da pesquisa de intervenção e como ela foi implementada para o ensino remoto, alternativa encontrada durante a pandemia.

## CAPÍTULO V - AS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO ENSINO REMOTO

Neste capítulo apresentamos o planejamento das atividades para o desenvolvimento da pesquisa-intervenção, direcionadas aos objetivos:

- Elaborar uma sequência de atividades para o AVACAp que, com recursos multimídia diversos, trabalhe a visualização das características das transformações geométricas isométricas (simetria central, simetria axial, translação, rotação).
- Elaborar uma sequência de atividades para o AVACAp que, com recursos multimídia diversos, trabalhe a visualização das características das transformações geométricas não isométricas (homotetia).

As atividades foram delineadas e inseridas no planejamento de conteúdos da disciplina Desenho com estudantes do 7.º ano do Ensino Fundamental do CAp-UERJ. Inicialmente a proposta era abordar o conteúdo das TG e a visualização de suas características, através de trabalhos artísticos de base geométrica, vídeos, planilhas dinâmicas e exemplos de aplicações da vida prática, priorizando as representações gráficas e os aspectos semióticos da comunicação visual. Essa proposta foi adaptada ao ensino remoto, em vigor devido ao distanciamento social imposto pela pandemia da COVID-19.

Oliveira (1997) ressalta que, na teoria da atividade de Leontiev, as atividades humanas são consideradas como formas de relação do homem com o mundo, motivadas por objetivos a serem alcançados. Nesse contexto, defendemos a utilização do termo “atividades” para os exercícios assíncronos propostos. Entendemos que cada proposta possui um objetivo maior nesta pesquisa: o desenvolvimento da visualização a partir da congruência até a semelhança entre as figuras geométricas.

Os conceitos foram desenvolvidos com auxílio das linguagens híbridas (SANTAELLA, 2019) e organizados no AVACAp. Além dos recursos pertencentes à plataforma *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment* (Moodle) – fóruns, tarefas, BB Botton –, outros recursos multimídia foram disponibilizados: planilhas dinâmicas do GeoGebra, vídeos, atividades no GeoGebra Classroom, questionários no Google Forms.

O Quadro 15 mostra o resumo das tarefas planejadas para a intervenção em aula e aplicadas na segunda implementação do trabalho de campo. O quadro completo pode ser conferido no Apêndice A.

**Quadro 15.** Planejamento das atividades da intervenção em aula do 7.º ano –Transformações Geométricas isométricas (Continua)

N.º	Conteúdo	Tema	N.º aulas	Objetivo(s)	Recurso(s)
1	Translação	Deslizando figuras no plano	1	Observar as características da translação. Foco no deslizar da figura transformada, no vetor.	Planilhas dinâmicas do GeoGebra. Vídeos do YouTube.
2	Translação	<i>O caminho</i>	1	Observar no vídeo de animação <i>O caminho</i> e identificar as características da translação.	Vídeos do YouTube. Formulário do Google.
3	Rotação	Girando figuras no plano	1	Observar as características da rotação. Foco no giro da figura transformada.	Planilhas dinâmicas do GeoGebra. Vídeos do YouTube.
4	Translação e rotação	Construindo com material de Desenho	1	Construir as transformações geométricas com instrumento de desenho.	Vídeos do YouTube. Esquadros, transferidor, compasso.
5	Reflexão ou Simetria Axial	Introdução à Simetria Axial	1	Observar as características da simetria axial. Foco no espelhamento da figura transformada.	Vídeos do YouTube. Formulário do Google.
6	Meio-giro ou Simetria Central	Estudando a Simetria Central	1	Observar as características da simetria central. Foco na inversão da figura transformada.	Planilhas dinâmicas do GeoGebra. Vídeos do YouTube. Formulário do Google.
7	Translação e Meio-Giro	Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho.	1	Construir as transformações geométricas com instrumento de desenho.	Vídeos do YouTube. Esquadros, transferidor, compasso.

**Quadro 9.** Continuação

8	Simetria Axial	Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho.	1	Construir as transformações geométricas com instrumento de desenho.	Vídeos do YouTube. Esquadros, transferidor, compasso.
9	Rotação	Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho.	1	Construir as transformações geométricas com instrumento de desenho.	Vídeos do YouTube. Esquadros, transferidor, compasso.

Fonte: elaborado pela autora

Na segunda etapa, foram planejadas atividades que mostrassem a evolução das figuras congruentes para as figuras ampliadas e reduzidas proporcionalmente, diferenciando-as das figuras distorcidas, até chegar ao conceito de figuras semelhantes e figuras homotéticas, conforme mostra o Quadro 16.

**Quadro 16.** Planejamento das tarefas da intervenção em aula do 7.º ano – Transformações Geométricas não isométricas (Continua)

N.º	Conteúdo	Atividades	N.º aulas	Objetivo(s)	Recurso(s)
10	Proporcionalidade	As Proporções Matemáticas e o Homem Vitruviano	1	Visualizar a proporcionalidade entre as dimensões dos objetos e das imagens.  Proporcionalidade entre as partes do corpo humano.  Verificar a ampliação, a redução (semelhança) ou não entre polígonos.	Vídeos do YouTube. Fórum do Moodle.
11	Semelhança	Proporcional e Semelhante?	1	Observar as características de dimensões proporcionais e figuras semelhantes.  Ampliar e reduzir polígonos utilizando malhas quadriculadas.	Planilhas dinâmicas do GeoGebra.  Vídeos do YouTube. Fórum do Moodle.

**Quadro 16.** Continuação

12	Figuras Semelhantes Introdução à homotetia.	Figuras Semelhantes: algumas aplicações.	1	Conversar sobre o funcionamento das fotocopiadoras que ampliam e reduzem cópias e como os pantógrafos funcionam.	Planilhas dinâmicas do GeoGebra.  Vídeos do YouTube. Fórum do Moodle.
13	Homotetia	Homotetia: a transformação da proporcionalidade.	1	Observar as características das figuras homotéticas.  Visualizar a proporcionalidade entre polígonos homotéticos.	Planilhas dinâmicas do GeoGebra.  Vídeos do YouTube. Fórum do Moodle.
14	Homotetia	Observando a homotetia direta e a inversa.	1	Identificar elementos da homotetia. Identificar a homotetia direta e inversa.  Visualizar a proporcionalidade entre polígonos homotéticos	Planilhas dinâmicas do GeoGebra.
15	Homotetia	Atividades no GeoGebra ClassRoom	1	Observar a existência de semelhança ou não entre as figuras. Observar a posição dos lados e ângulos das figuras homotéticas.	Planilhas dinâmicas do GeoGebra.  GeoGebra Classroom.
16	Homotetia inversa	A câmara escura	1	Visualizar a inversão da imagem na homotetia inversa.	Planilhas dinâmicas do GeoGebra.  Vídeos do YouTube.
17	Composição de Transformações (1. <sup>a</sup> aula presencial após lockdown).	Tarefa em folha quadriculada em aula presencial.	1	Visualizar que a transformação final de duas Simetrias de Eixos Perpendiculares é o meio-giro em relação ao ponto de concorrência dos eixos. Visualizar através da homotetia que o produto da transformação de duas razões negativas gera uma figura de razão positiva.	Papel quadriculado, lápis, régua.

Fonte: elaborado pela autora

As atividades seriam presenciais nas salas das turmas, com uso de *tablets* ou dos computadores do laboratório de Desenho. O que se tinha em mente ao planejar as atividades para a intervenção em aula era a interação entre o estudante e o aplicativo, entre os grupos, entre o estudante e o professor.

Com o ensino remoto, as atividades foram adaptadas para a utilização no AVA. Administrar o ensino remoto com alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental foi um desafio para a regente.

## **5.1 As Atividades do Trabalho de Campo – O Contato Capiano**

À medida que a pandemia se configurava, o distanciamento social necessitou ser efetivado e a suspensão das atividades acadêmicas presenciais foi mantida. Paralelamente às discussões nas esferas administrativas e na comunidade acadêmica, houve intensa discussão entre os membros do conselho departamental e os representantes da comunidade escolar do CAp-UERJ sobre as possibilidades de retomada das atividades pedagógicas remotas. Uma preocupação recorrente era como garantir equipamentos e acessibilidade à internet para os estudantes em condição de vulnerabilidade econômica, de modo que o acesso ao ambiente virtual de aprendizagem fosse realmente viável a todos. O Plano de Inclusão Digital da UERJ foi elaborado pensando nos alunos cotistas e socialmente vulneráveis de toda a Universidade. As atividades ficaram paralisadas até o dia 7 de maio.

Em 23 de março, um comunicado da reitoria (Circular Reitoria n.º 004/2020, Anexo D) e uma nota (Anexo B) dos Pró-Reitores foram encaminhados aos diretores de centros sociais e aos diretores de unidades acadêmicas, com a proposta de mediação tecnológica enquanto as atividades acadêmicas presenciais estivessem suspensas. Durante a mediação tecnológica, os docentes procuraram se apropriar das tecnologias digitais e interagir com os estudantes através dos ambientes virtuais de aprendizagem. A orientação era disponibilizar atividades que dialogassem com temas e proposições sobre o contexto vivido nas diferentes áreas do conhecimento, sem avaliações ou controle de frequência.

No CAp-UERJ a mediação tecnológica recebeu o nome de Contato Capiano. Durante o mês de abril, os docentes treinaram nos laboratórios de estudos a inserção e a utilização dos recursos no AVACAp<sup>28</sup>, criaram as salas de cada disciplina, organizaram conteúdos, propostas

---

<sup>28</sup> Disponível em <http://ava.cap.uerj.br/> Acesso em: 20 abr. 2020.

e ações para receber os estudantes durante o Contato Capiano, que aconteceu entre 8 de maio e 14 de agosto. A partir do dia 8 de maio, o AVACAp<sup>29</sup> foi aberto para os discentes.

Este relato visa situar o contexto para o qual as atividades planejadas considerando o ensino presencial, descritas a seguir, foram replanejadas para dois momentos: a mediação tecnológica (Contato Capiano) e as aulas remotas.

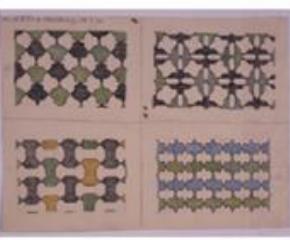
Para o Contato Capiano, os estudantes foram cadastrados no AVACAp apenas por série – não foram subdivididos por turmas. Alguns jovens entre 11 e 12 anos gostam muito de tecnologia e lidam bem com alguns recursos disponibilizados pelas TIC. Entretanto, a Plataforma Moodle era novidade para a maioria dos estudantes que estavam acessando o AVACAp, e com o 7.º ano não era diferente. Cada disciplina tinha a liberdade de elaborar e desenvolver o desenho didático de seu espaço no AVACAp. Na disciplina Desenho do 7.º ano, a ideia era disponibilizar atividades assíncronas que motivassem a observação através de imagens, vídeos e planilhas dinâmicas, procurando a interação através dos fóruns e questionários no Google *Forms*, exercícios no GeoGebra e em editores de texto como o Word. As propostas para o Contato Capiano estão organizadas no Quadro 17.

**Quadro 17.** Contato Capiano – Propostas de interação para o 7.º ano (Continua)

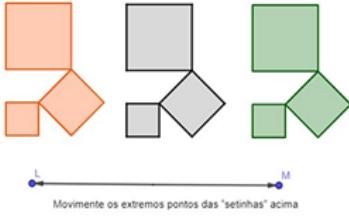
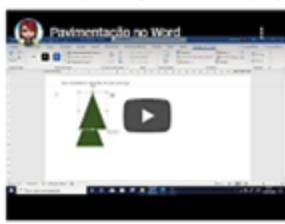
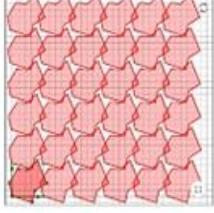
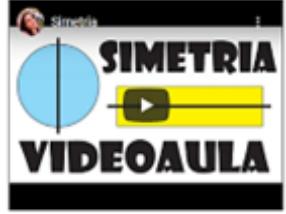
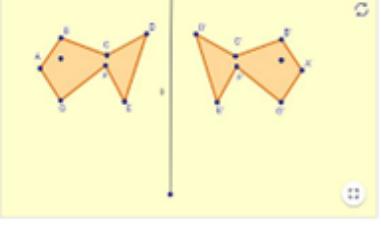
Tópico	Objetivos	Recursos
1	Acolhimento e ambientação. Conhecer o recurso Fórum. Interagir com os colegas no fórum de apresentação.	Vídeo dos Fantasminhas do Pac-Man se protegendo da COVID-19 – Fique em casa  Fórum de Apresentação
2	Participar do fórum “Um lugar no Rio”. Inserir uma imagem na postagem do fórum.	Fórum “Um lugar no Rio” Tutorial para inserir imagem no fórum. 

<sup>29</sup> Plataforma Moodle

**Quadro 17.** Continuação

3	<p>Introduzir os conceitos das transformações geométricas.</p> <p>Assistir ao vídeo. Responder o <i>Forms</i> sobre o vídeo Participar do fórum sobre o vídeo.</p>	<p>Vídeo <i>O caminho</i> (2007)</p> 
4	<p>Observação de composições artísticas com figuras geométricas.</p> <p>Assistir ao vídeo <i>100 anos de Athos Bulcão</i> (2017)</p> <p>Observar as figuras geométricas em composições artísticas e educar o olhar para a repetição das formas com as transformações geométricas.</p>	 <p>Vídeo <i>100 anos de Athos Bulcão</i> (2017)</p>
5	<p>A Geometria dos Azulejos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Elaboração de um texto coletivo no recurso WIKI sobre o vídeo <i>Isto é matemática</i> (2013)</li> </ul>	<p>Vídeo <i>Isto é matemática</i> (2013)</p> <p>Vídeo <i>O que é um Wiki?</i> (2008) e texto explicativo sobre o recurso Wiki.</p> 
6	<p>Observando os padrões.</p> <p>Observar duas composições artísticas (de Athos Bulcão e de Escher).</p> <p>Participar do fórum sobre as obras dos dois artistas.</p>	 <p>Athos Bulcão - Azulejos da Fachada do Edifício da Rua Cupertino Durão - Leblon - RJ - 1968 Imagens do Google Street View</p>  <p>M.C. Escher - Estudos Alhambra 1938 Disponível em: <a href="https://mcescher.com/gallery/symmetry/WLightho/galley_image_17/">https://mcescher.com/gallery/symmetry/WLightho/galley_image_17/</a></p>

**Quadro 17.** Continuação

7	Manipular a planilha dinâmica do GeoGebra para observar tamanho e posição das figuras.  	Imagen da obra <i>Marilyn</i> de Andy Warhol Vídeo sobre o processo da serigrafia <i>Andy Warhol &amp; Serigrafia</i> (2018) Planilha Dinâmica do GeoGebra <sup>30</sup>  
8	Observando Padrões 2 Manipular a Planilha Dinâmica do GeoGebra – Pavimentar. Elaborar um padrão de pavimentação no Word.  	Planilha Dinâmica – Pavimentar <sup>31</sup> Vídeo tutorial de como inserir figuras no Word e elaborar o padrão de pavimentação.  
9	Espelhando Formas Assistir ao vídeo <i>Simetrias</i> (2020). Manipular a planilha dinâmica do GeoGebra <i>Peixes Simetria Axial</i> e o fórum “Movimentando Pontos”.  	Vídeo <i>Simetria</i> (2020) Planilha dinâmica do GeoGebra <i>Peixes Simetria Axial</i> <sup>32</sup> e o fórum “Movimentando Pontos”.  

Fonte: elaborado pela autora

As atividades propostas na disciplina Desenho durante o Contato Capiano tinham o intuito de promover o contato dos discentes do 7.º ano com imagens, vídeos e atividades de geometria dinâmica, nos quais pudessem observar e visualizar as formas, as cores, as características geométricas dos padrões, as distâncias, a congruência entre as formas, as suas disposições no plano. Em alguns tópicos a oferta de atividades era maior do que em outros, mas a ideia era instigar a curiosidade sobre o tema e promover eventuais pesquisas.

<sup>30</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/yy5txdp>. Acesso em: 16 jun. 2020.

<sup>31</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/Hkua7hXc>. Acesso em: 30 jul. 2020.

<sup>32</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/Npc2kQuM>. Acesso em: 15 set. 2020.

Algumas percepções foram se confirmando no decorrer do Contato Capiano. Embora, segundo a nota dos Pró-Reitores<sup>33</sup>, a proposta da mediação tecnológica fosse a apropriação das diferentes tecnologias digitais e o compartilhamento de saberes fora dos espaços físicos habituais e cotidianos, sem cobrança de conteúdo e frequência, houve um esvaziamento da participação nas atividades propostas no decorrer dos três meses e meio de mediação tecnológica, comprovado pelos resultados preliminares da pesquisa sobre inclusão digital e acesso ao AVACAp<sup>34</sup>, conforme mostra o Quadro 18.

**Quadro 18.** Acesso ao AVACAp do 7.º ano durante o período do Contato Capiano

Período de análise	Ano de escolaridade	Alunos matriculados	Alunos que já acessaram	Percentual de acesso
08/05 a 17/06	7.º ano EF1	113	94	83,3%
10 a 17/06	7.º ano EF1	113	44	38,9%

Fonte: adaptado do Relatório sobre Resultados Preliminares da Pesquisa de Inclusão Digital CAp-UERJ

O resultado preliminar da pesquisa de inclusão digital até o momento da divulgação do relatório concluiu que:

- pelo menos 67% dos estudantes alegam possuir local equipado e adequado para a realização de estudos;
- entre os estudantes que possuem acesso, cerca de 60% compartilham o equipamento de acesso com outros membros da família;
- pelo menos 70% dos estudantes possuem internet de banda larga com *wi-fi*;
- entre os estudantes que possuem acesso, cerca de 50% têm possibilidade de imprimir materiais em casa;
- quanto ao tempo diário disponível para estudos, tivemos uma média de duas horas e meia a três horas e meia.

Houve o período de recesso escolar de 17 a 31 de agosto, seguido da semana de planejamento pedagógico. No período de recesso, o AVACAp foi atualizado para uma versão mais recente do Moodle<sup>35</sup>. A nova versão incluía novos recursos, particularmente o de incorporação de webconferências e o de inclusão de planilhas do GeoGebra. A partir de 14 de setembro, inicia-se o Período Acadêmico Emergencial (PAE) para toda a comunidade uerjiana

<sup>33</sup> Nota dos Pró-Reitores sobre a mediação tecnológica (Anexo B).

<sup>34</sup> Em 20 de junho de 2020, um relatório foi enviado pela direção do Instituto à comunidade capiana, mostrando os resultados preliminares da pesquisa sobre inclusão digital e acesso ao AVACAp (Anexo C).

<sup>35</sup> Disponível em novo endereço: <https://avacap.pr1.uerj.br/> Acesso em: 1 set.2020.

(UERJ, 2020), aprovado pelo Conselho Superior de Ensino, Pesquisa e Extensão (CSEPE) em 30 de julho (Deliberação n.º 14/2020<sup>36</sup>).

## 5.2 O Trabalho de Campo – Ensino Remoto A

O calendário acadêmico 2020-2021 passou a ser constituído por um Período Acadêmico Emergencial (PAE<sub>1</sub>) de 13 semanas, de 14 de setembro a 19 de dezembro de 2020.

O PAE<sub>1</sub> foi planejado para atividades síncronas e assíncronas. A informação coletada sobre o tempo diário disponível para estudos na pesquisa de inclusão digital foi considerada no momento da confecção do horário. Durante o PAE<sub>1</sub>, o turno da manhã começaria às 8 h e terminaria às 12 h 20 m e teria 4 aulas de 50 minutos – com intervalos de 20 minutos entre os tempos de aula. A carga horária semanal das disciplinas foi reduzida. No caso de Desenho, houve uma redução de 50%, o que resultou em um tempo semanal. Foram planejados encontros síncronos e atividades assíncronas. No horário da disciplina Desenho, que acontecia às sextas-feiras, as turmas foram agrupadas: 71 e 72 no segundo tempo e 73 e 74 no terceiro tempo. Entretanto, devido a problemas de conexão e acesso, principalmente com as turmas 73 e 74, os agrupamentos foram desfeitos e os encontros síncronos passaram a acontecer separadamente a partir da semana de 19 a 23 de outubro: Turma 74 no primeiro tempo de quarta-feira, e turmas 71, 72 e 73 na sexta-feira. Essa mudança e o acesso à internet através de interligação cabeada do *modem* ao *notebook* da regente resolveram os principais problemas de conexão. Neste contexto aconteceu o ensino remoto com as turmas de 2020: estudantes com questões diversas – sociais, técnicas, econômicas – tentando seguir com os estudos.

Algumas atividades nesse campo foram semelhantes às propostas para o ano de 2021, entretanto, outras foram mais práticas e solicitavam que os estudantes pesquisassem determinado assunto, manipulassem o GeoGebra, elaborassem composições com as transformações no Paint ou no Word, postassem exercícios no AVACAp. As propostas aparentemente eram interessantes para a docente, mas não foram acatadas por muitos estudantes das turmas de 2020, o que, de certa forma, afetou o trabalho de campo. Dificuldades técnicas e a orientação das instâncias superiores para que os estudantes não fossem pressionados a entregar trabalhos contribuíram para o esvaziamento. O retorno das postagens no AVA não foi significante, e por esse motivo resolvemos repetir o campo com a turma seguinte em 2021.

---

<sup>36</sup> Anexo D.

### **5.3 As Atividades do Trabalho de Campo – Ensino Remoto B**

A segunda etapa do trabalho de campo foi realizada com as turmas da pesquisadora, no 7.º ano do Ensino Fundamental do CAp-UERJ de 2021<sup>37</sup>, no período de 25 de agosto a 15 de dezembro de 2021, ou seja, um período de 15 semanas. As atividades foram planejadas para desenvolver o conteúdo TG com início nas isométricas – translação, rotação, simetria axial e simetria central – e evoluir para as não isométricas, observando a partir da congruência entre as figuras até a ampliação ou redução proporcional de suas dimensões, e, assim, trabalhar os conceitos de proporcionalidade e semelhança.

O planejamento inicial da pesquisa foi redimensionado para a segunda etapa. No ensino remoto, uma parte dos conteúdos foi ministrada de forma síncrona e outra parte das atividades foi elaborada para ser trabalhada de forma assíncrona. Os encontros síncronos tinham duração de 50 minutos e aconteciam semanalmente. Por decisão do conselho departamental da instituição, no PAE-3 a carga horária das disciplinas foi reduzida. Na disciplina Desenho, foi mantida a redução de 50% da carga horária.

As turmas estavam mais conscientes que, embora não fosse a melhor solução, o ensino remoto era uma saída possível e disponível para o momento pandêmico. Assim, a frequência, a participação e o envolvimento com as atividades pedagógicas melhoraram significativamente em relação ao primeiro campo realizado.

#### **C – As Transformações Geométricas Isométricas**

As atividades deste bloco foram planejadas para estimular a visualização e o entendimento das características das transformações geométricas isométricas pelos estudantes. Foram utilizadas as planilhas disponibilizadas no *site* do GeoGebra<sup>38</sup>, na parte relativa aos materiais didáticos (Geometria – Transformações Geométricas).

##### **1.º Encontro Síncrono**

Fragmento do Apêndice A

---

<sup>37</sup> Devido à pandemia da COVID-19, o ano letivo de 2021 no CAp-UERJ começou em agosto de 2021 e foi concluído em abril/maio de 2022.

<sup>38</sup> Disponível em <https://www.geogebra.org/t/transformations> Acesso em: 1 set. 2020.

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações
1	Translação	Deslizando figuras no plano. 	1	Observar as características da translação. Foco no deslizar da figura transformada, no vetor.	1- Observar as características da translação nas planilhas dinâmicas do GeoGebra <a href="https://www.geogebra.org/m/uwuynmah">https://www.geogebra.org/m/uwuynmah</a> <a href="#">Translação – GeoGebra</a> <a href="#">Cópia de Translação – GeoGebra</a>	1-Observar a obra Marilyn de Andy Warhol. 2-Assistir o vídeo Andy Warhol & Serigrafia <a href="https://youtu.be/kxfYADZT9VI">https://youtu.be/kxfYADZT9VI</a>	

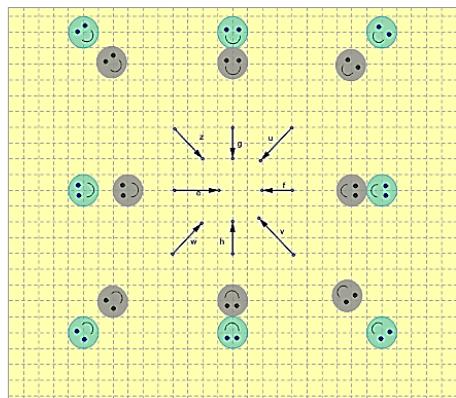
Iniciou-se com a translação. A primeira atividade síncrona visava observar as características da transformação geométrica translação, ou seja, observar que a figura transformada preserva as medidas angulares e lineares da figura original, deslocando-se no plano segundo um vetor (direção, sentido e tamanho do deslocamento definidos). Inicialmente foram utilizadas três planilhas dinâmicas do site do GeoGebra sobre o tema. A primeira planilha (Figura 4), denominada Simetria de Translação, tinha o objetivo de identificar os elementos da translação, o movimento no plano, o vetor.

#### Simetria Translação (7º ano SEAL)

Autor: Erick Henrique Santos de Menezes, Gina Magali Horvath Miranda

Simetria Translação

Com o auxílio do mouse move cada um dos vetores (setas). Comente o que acontece com as carinhas.



Este applet foi adaptado da dissertação de Mestrado de Gina Magali Horvath Miranda (2009)

**Figura 4.** Planilha dinâmica Simetria de Translação

Fonte: planilha dinâmica do GeoGebra<sup>39</sup>

As carinhas azuis, figuras originais, ficavam paradas. As carinhas cinzas, figuras transformadas, movimentavam-se conforme a manipulação do vetor correspondia à direção das carinhas. Durante o encontro síncrono, perguntas (Quadro 19) foram feitas aos discentes com

<sup>39</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/uwuynmah> Acesso em: 26 ago. 2021.

o objetivo de que percebessem as características da transformação através da movimentação das figuras relacionadas aos vetores.

**Quadro 19.** Observações sobre a planilha dinâmica do GeoGebra Simetria de Translação – 7.º ano

Perguntas	Objetivos
O que acontece quando se movimenta a ponta da seta de cada segmento?	Perceber que a figura transformada se movimenta no plano segundo a direção, sentido e tamanho do vetor.
A distância entre as carinhas é a mesma do vetor?	Observar que a distância entre as carinhas é a mesma do vetor.
O que acontece com as carinhas quando a setinha do vetor muda para o outro lado do segmento?	Observar que a figura transformada (carinha cinza) pode ficar de um lado ou de outro em relação à figura original (carinha azul), dependendo do sentido do vetor.
As carinhas possuem o mesmo tamanho? Por quê?	Observar que a figura original e a figura transformada possuem o mesmo tamanho (característica da isometria).
O que acontece com as carinhas quando o tamanho do segmento (vetor) se reduz a zero?	Perceber que, quando o vetor é igual a zero, as carinhas ficam sobrepostas, evidenciar congruência entre a figura original e a figura transformada.

Fonte: elaborado pela autora

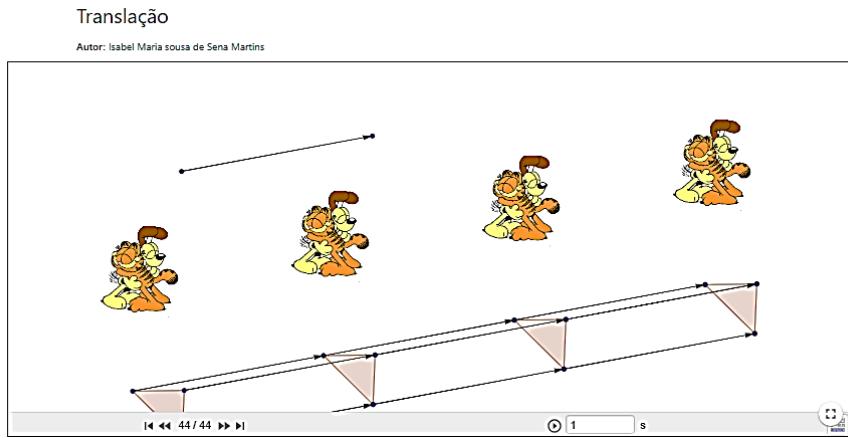
Durante a manipulação da primeira planilha dinâmica, os estudantes começaram a perceber as características da translação, isto é, que a figura transformada desliza no plano segundo uma direção e um sentido e com um tamanho definidos pelo segmento de reta orientado (vetor).

A segunda planilha (Figura 5), denominada Translação, é uma animação. Nela aparece a imagem do Garfield e do Oggie<sup>40</sup> abraçados e depois surge um vetor. A animação mostra a imagem dos personagens sendo repetida na mesma direção e sentido e com a distância igual ao comprimento do vetor. Logo depois a animação mostra um exemplo de translação de um triângulo. Utilizando o mesmo vetor, a planilha destaca o deslocamento de cada vértice do triângulo antes de desenhá-lo em sua nova posição no plano. O objetivo dessa planilha era a visualização da translação com figuras poligonais e imagens genéricas.

A terceira planilha (Figura 6) foi apresentada com objetivo de concluir a conversa desenvolvida no encontro síncrono e destaca a translação como uma transformação em que a figura transformada desliza no plano de acordo com um vetor e possui o mesmo tamanho da

<sup>40</sup> Personagens da tira de quadrinhos *Garfield*, de autoria de Jim Davis.

figura original. O vetor sempre vai informar direção, sentido e tamanho do deslocamento da transformação.



**Figura 5.** Planilha dinâmica de Translação

Fonte: planilha dinâmica do GeoGebra<sup>41</sup>

### ≡ GeoGebra

#### Cópia de Translação

Autor: Carlos Magalhães Costa, Casa das Ciências

Uma aplicação simples, interativa, que permite fazer uma exploração elementar do conceito de Translação. Poderá ser explorado na aula, facilitando a compreensão do conceito.

Parte do material da Casa das Ciências "GeoMat", disponível para download em:  
[http://www.casadasciencias.org/index.php?option=com\\_docman&task=doc\\_details&gid=3691367&Itemid=23](http://www.casadasciencias.org/index.php?option=com_docman&task=doc_details&gid=3691367&Itemid=23)

**Figura 6.** Planilha dinâmica Cória de Translação

Fonte: planilha dinâmica do GeoGebra<sup>42</sup>

<sup>41</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/yqntpvm> Acesso em: 26 ago. 2021.

<sup>42</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/vw9utjdr> Acesso em: 26 ago. 2021.

A Figura 7 mostra o registro da primeira postagem no AVACAp sobre o encontro síncrono, quando foi exibida a imagem da obra *Marilyn*, de Andy Warhol, artista conhecido por suas obras no estilo Pop Art. Realizada com a técnica da serigrafia, a obra *Marilyn* apresenta a repetição do rosto da artista na tela com variações de cores. Um vídeo explicando como se faz uma serigrafia artesanal foi postado para que os estudantes entendessem o processo. Concluímos a postagem com uma imagem inspirada na obra em questão: uma repetição/translação da foto tirada do grupo ao final da serigrafia do vídeo. Também foram informados os endereços das planilhas trabalhadas no encontro síncrono.

**Figura 7.** 1.<sup>a</sup> Postagem – Transformações Isométricas – Translação  
Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 25 de agosto de 2021

## 2.º Encontro Síncrono

## Fragmento do Apêndice A

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações
2	Translação	O Caminho	1	Observar no vídeo de animação as características da translação.	1-Assistir o vídeo de animação "O Caminho" de Thiago Mallet. <a href="https://youtu.be/4B4sea2laqY">https://youtu.be/4B4sea2laqY</a> 2- Vídeo "Isto é Matemática T05E09 O Estranho Mundo de Escher" <a href="https://youtu.be/7ac0WC3tz_wJ">https://youtu.be/7ac0WC3tz_wJ</a>	2- Responder o formulário sobre o vídeo 2021 - Sobre o vídeo de animação "O Caminho" de Thiago Mallet (google.com)	

Para o 2.<sup>º</sup> encontro síncrono foi planejado assistir ao vídeo de animação *O caminho* (2007) – Figura 8 –, de autoria de Thiago Mallet, com objetivo de, além de entender o enredo, observar as formas e identificar as características da transformação existente.



**Figura 8.** Curta de animação – *O caminho*

Fonte: *O caminho* (2007)

Alguns estudantes acharam o vídeo interessante; outros, estranho e triste. Houve comentários sobre o enredo do curta, a parte que estava cinza, o momento em que um bonequinho desperta e tenta avisar os demais, as diferentes cores de cada bonequinho.

Após a conversa sobre a mensagem do filme, começamos a observar a existência de alguma TG. Quando foi questionado que transformação estava presente no caminhar dos bonequinhos, alguns identificaram a translação, por causa do deslocamento uniforme. Em seguida, perguntas foram direcionadas para que identificassem as informações que estão contidas no vetor: direção, sentido e tamanho. Sobre a direção do deslocamento: a maioria disse “chão” no lugar de horizontal. A identificação do sentido foi um pouco mais demorada e precisou de pistas (direita para esquerda, de cima para baixo, de um lado para o outro). A identificação do tamanho, ou seja, o passo dos bonequinhos, só foi feita por um pequeno grupo.

O vídeo *Isto é Matemática* (2013), Episódio 9 da Temporada 5 da série *O estranho mundo de Escher* (Figura 9), foi exibido nas turmas com o intuito de mostrar as obras do artista holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1973), repletas de transformações geométricas. O vídeo também aborda possíveis padrões de pavimentação do plano, formas e polígonos regulares e irregulares utilizados.



**Figura 9.** Captura de tela – Vídeo *Isto é Matemática – O estranho mundo de Escher*  
Fonte: *Isto é Matemática* (2013)

O narrador do vídeo, o português Rogério Martins, comentou sobre a visita de Escher à Alhambra e como a decoração do palácio mouro em Granada influenciou o trabalho do artista holandês. Algumas imagens das decorações das paredes de Alhambra foram exibidas e foi solicitado que os estudantes observassem a existência de TG nos painéis (Figura 10).



**Figura 10.** Decorações geométricas de Alhambra – Granada  
Fonte: imagens retiradas do site Alhambra de Granada.org.<sup>43</sup>

Na sequência, com inspiração na visita ao castelo de Alhambra, o site de M. C. Escher foi visitado para que fossem observados os estudos do artista sobre as transformações isométricas (Figura 11).

---

<sup>43</sup> Disponível em: <https://www.alhambradegranada.org/pt/info/galeriadefotos/telhasalhambra.asp>  
Acesso em: 1 set. 2021.



**Figura 11.** Estudos das obras de M. C. Escher

Fonte: imagens retiradas do site mcescher<sup>44</sup>

A postagem sobre o 2.<sup>º</sup> encontro síncrono (Figura 12) apresenta o registro do vídeo *O caminho* (2007), exibido no encontro síncrono, e o link para a realização da tarefa assíncrona: o questionário do Google *Forms* sobre as características da transformação presente no curta de animação.

#### 01/09/2021 - 6º Encontro Síncrono

Observando o "Caminho"

Olá, Pessoal.

Vamos continuar nossas observações sobre as Transformações Geométricas?  
Convido-os a assistir ao vídeo abaixo.

É um Curta de Animação de 2007.



Após assistir ao video, responda as perguntas do formulário, disponível no link  
[2021 – Sobre o vídeo de animação "O Caminho" de Thiago Mallet \(google.com\)](#).  
Aguardo vocês

[ ]s

**Figura 12.** 2.<sup>a</sup> Postagem – Transformações Isométricas – Translação

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 1 de setembro de 2021

<sup>44</sup> Disponível em: <https://mcescher.com/gallery/symmetry/#> Acesso em: 2 set. 2021.

O formulário (Apêndice C) reunia questões que estimulavam a observação sobre as formas geométricas dos personagens e as características da TG presente no enredo, tais como tamanho, direção e sentido do movimento, tamanho do deslocamento. Dos 118 estudantes, 96 responderam o *Forms* 2021 sobre o vídeo de animação *O caminho* (2007), de Thiago Mallet. As respostas desse formulário foram utilizadas na análise das atividades da pesquisa de campo.

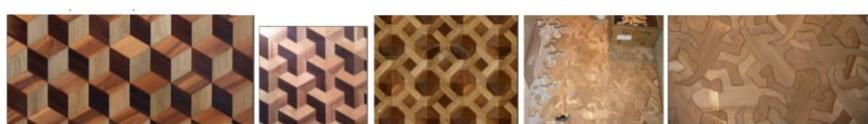
### 3.º Encontro Síncrono

#### Fragmento do Apêndice A

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações
3	Rotação	Girando as figuras no plano. 	1	Observar as características da rotação. 	Observar as características da rotação nas planilhas dinâmicas do GeoGebra. Rotação: <a href="https://www.geogebra.org/m/eX3xG38X">https://www.geogebra.org/m/eX3xG38X</a> Isometria - Rotação <a href="https://www.geogebra.org/m/svzgrffia">https://www.geogebra.org/m/svzgrffia</a>	Assistir o vídeo do Museu do azulejo. (0:56 -4:20) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=7ac0WC3zwU">https://www.youtube.com/watch?v=7ac0WC3zwU</a>  Fazer uma pavimentação na planilha dinâmica do GeoGebra. <a href="https://www.geogebra.org/m/Hkua7hXc">https://www.geogebra.org/m/Hkua7hXc</a>	Apostila de Transformações Geométricas 1

No 3.º encontro síncrono começamos a observar outra transformação geométrica isométrica: a rotação.

Começamos o encontro observando com mais atenção as pavimentações do plano, procurando identificar a translação e introduzindo a nova transformação isométrica: a rotação. Assim, exploramos as outras configurações formadas pelos desenhos nos assoalhos de madeira (Figura 13), nas faixas decorativas geométricas (Figura 14) e na arte protogeométrica<sup>45</sup> (Figura 15).



**Figura 13.** Mosaicos dos assoalhos de madeira  
Fonte: imagens da internet



**Figura 14.** Faixas decorativas geométricas  
Fonte: pesquisa faixas gregas - Bing images<sup>46</sup>

<sup>45</sup> O período protogeométrico da arte grega desenvolveu-se entre 1.500 e 900 a.C. Segundo Strickland e Boswell (1999), apenas a pintura grega que adornava os objetos domésticos de cerâmica chegou até nós. A pintura dos vasos desse período caracterizava-se pelo uso de padrões geométricos simples e repetitivos, como linhas retas, círculos, triângulos e formas estilizadas de animais.

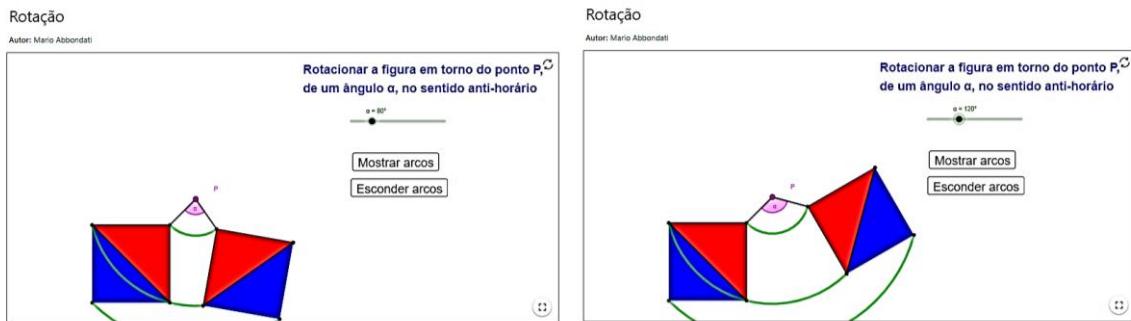
<sup>46</sup> Disponível em: <https://www.bing.com/images/search?q=faixas+gregas&form=HDRSC3&first=1> Acesso em: 5 set. 2021.



**Figura 15.** Arte protogeométrica

Fonte: Blog Gabinete de Artes<sup>47</sup>

Para identificar os elementos da rotação, observamos a movimentação da figura transformada ao se manusear um cursor, que variava o ângulo de rotação na planilha dinâmica Rotação do GeoGebra (Figura 16). Ao manejar a planilha, os estudantes foram identificando os elementos da rotação: a figura original, o centro de rotação, o ângulo de rotação e o sentido de rotação.



**Figura 16.** Planilha dinâmica Rotação

Fonte: Mario Abbondati<sup>48</sup>

No encontro síncrono os estudantes foram reconhecendo objetos do dia a dia em que a rotação estava presente: pás de ventiladores, flores, vitrais das igrejas góticas.

A postagem sobre o 3.<sup>º</sup> encontro síncrono (Figura 17) apresentava a planilha do GeoGebra da atividade, trabalhada no encontro síncrono, e indicava uma nova planilha

<sup>47</sup> Disponível em: <http://gabinetecartesombra.blogspot.com/2013/11/arte-grega-protogeometrica-geometrica.html>  
Acesso em: 5 set. 2021.

<sup>48</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/eX3xG38X> Acesso em: 6 set. 2021.

(Isometria – Rotação<sup>49</sup>) como atividade assíncrona, mostrando a rotação de cada vértice do polígono separadamente para depois formar a imagem da figura transformada rotacionada.

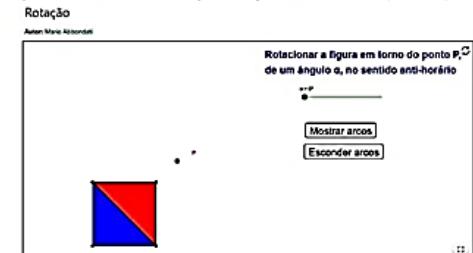
08/09/2021 – 7º Encontro Síncrono

Olá, Pessoal.

Vamos continuar a saga das Transformações Geométricas!

Hoje observaremos a movimentação das figuras ao redor de um ponto na planilha dinâmica do GeoGebra.

Rotação



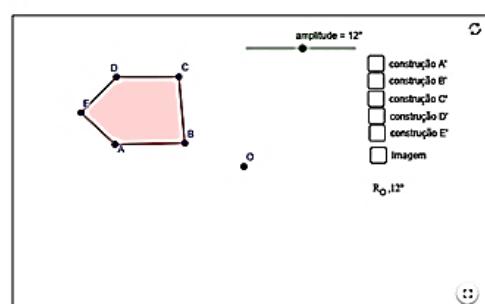
Na rotação toda a figura gira ao redor de um ponto, segundo um ângulo e um sentido.

Observe na planilha Isometria – Rotação – GeoGebra.

### Isometria - Rotação

Autor: José Filipe

Argomento: Geometria, Rotação



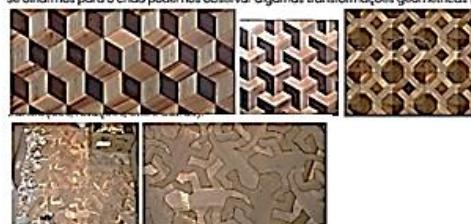
**Figura 17.** 3.<sup>a</sup> Postagem – Transformações Isométricas – Rotação  
Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 8 de setembro de 2021

Inspirada no vídeo do Museu do Azulejo, foi proposta uma atividade assíncrona sobre a pavimentação do plano (Figura 18).

Sobre a pavimentação do plano.

Ola, Pessoal.

Se olharmos para o chão podemos observar algumas transformações geométricas (translações, rotacionais, entre outras).



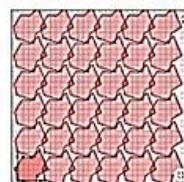
O vídeo o Museu do Azulejo nos fala sobre as várias maneiras de pavimentar o plano e também nos apresenta o trabalho de um artista holandês que trabalhou muito com as Transformações Geométricas: Maurits Cornelis Escher.

Pavimentar – I

Autor: Inácio Góes e Portela

Nível: Secundária

Detalhe as peças de madeira ou outros polígonos que fazem parte da pavimentação.



Após terminar, dê um print ou tire uma foto e poste envie sua tarefa. ok? [s]

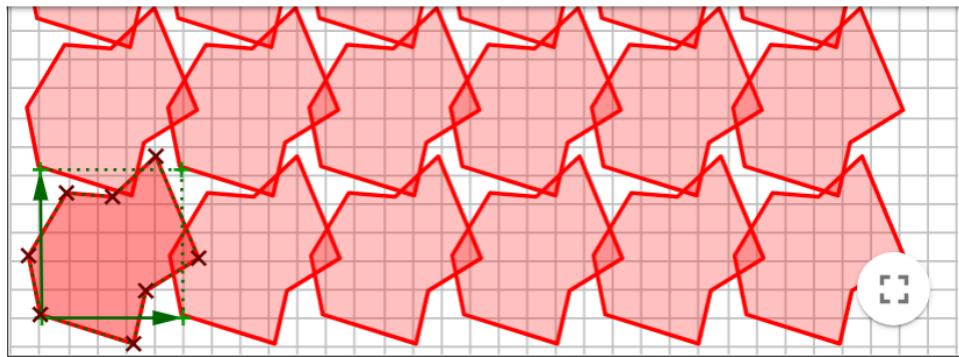
Vamos brincar de pavimentar o plano?  
Na planilha dinâmica do GeoGebra Pavimentar – I – GeoGebra, você vai movimentar os vértices do polígono (canto inferior esquerdo) que estão com um X de modo que os todos os outros fiquem coladinhos e cubram o plano sem sobrepor.

### Figura 18. Tarefa assíncrona – Pavimentar I

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 8 de setembro de 2021

Na planilha do GeoGebra Pavimentar I, os estudantes podiam movimentar os vértices do polígono assinalados com um X para modificar a forma original de modo que ficassem adjacentes, coladinhos, sem espaços vazios entre eles ou com sobreposições (Figura 19).

<sup>49</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/svzgrffa> Acesso em: 6 set. 2021.



**Figura 19.** Detalhe da planilha dinâmica – Pavimentar I

Fonte: planilha do GeoGebra<sup>50</sup>

#### 4.<sup>º</sup> Encontro Síncrono

##### Fragmento do Apêndice A

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações
4	Translação e Rotação	Construindo com os instrumentos de desenho	1	Construir as transformações geométricas com instrumento de desenho.	1- Assistir vídeos do instrumental de desenho. <a href="#">Construção de retas paralelas usando par de esquadros - YouTube</a>  <a href="#">Ângulos e o uso do transferidor - YouTube</a> 2- Fazer os exercícios com o instrumental de Desenho.		- Apostila de translação e rotação.  - Apostila de exercícios.

No 4.<sup>º</sup> encontro síncrono, as construções das transformações isométricas foram trabalhadas com o instrumental de desenho. Antes disso, foram revisados o traçado de paralelas, com o par de esquadros; a construção de ângulos, com o transferidor; e o transporte de segmentos, com o compasso (Figura 20). Iniciamos com a translação e a rotação.

15/09/2021 - 8º Encontro Síncrono  
Revisando as Transformações Geométricas: Translação e Rotação.  
Olá, Pessoal  
Em nosso encontro síncrono de hoje fiz uma revisão dos conteúdos ministrados sobre translação e rotação.  
Segue vídeo para recordar como se traçam retas paralelas com o par de esquadros

[\[vídeo\] Traçar retas paralelas com par de esquadros](#)  
Prof. Luiz Fernando A Dantas

Outro vídeo para lembrar como construir ângulos com o transferidor.

[\[vídeo\] Tudo sobre ângulos](#)

**Figura 20.** 4.<sup>a</sup> Postagem – Revisando a translação e a rotação

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 15 de setembro de 2021

<sup>50</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/Hkua7hXc> Acesso em: 6 set. 2021.

## 5.º Encontro Síncrono

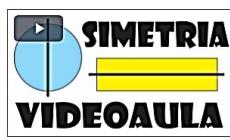
### Fragmento do Apêndice A

5	Reflexão ou Simetria Axial	Introdução a simetria axial 	1	Observar as características da simetria axial. Foco no espelhamento da figura transformada	1- Assistir os vídeos Simetria <a href="https://youtu.be/tuF-Ko5FcY">https://youtu.be/tuF-Ko5FcY</a> Manual do mundo- Você não sabe olhar no ESPELHO! COMO USAR espelho <a href="https://youtu.be/JqHwZxZ-gW4">https://youtu.be/JqHwZxZ-gW4</a> Como funciona o caleidoscópio. <a href="https://youtu.be/xaYCvRUtdKM">https://youtu.be/xaYCvRUtdKM</a>	1- Vídeo Caleidoscópio fácil para ninos. <a href="https://youtu.be/mNpacoykw0U">https://youtu.be/mNpacoykw0U</a>  2- Responder o forms Sobre o encontro síncrono de 06/10/2021 do Google disponível no link <a href="https://forms.gle/zko4lPvFjp7Wr0kt9">https://forms.gle/zko4lPvFjp7Wr0kt9</a> .	
---	----------------------------	--	---	--	--	--	--

No 5.º encontro síncrono, o foco dos estudos foi a simetria axial, também conhecida como reflexão ou espelhamento. O objetivo era apresentar a TG simetria axial e seus elementos e observar suas características. Foram escolhidos três vídeos para exibição. O primeiro mostrava o que era simetria e seus elementos. O segundo apresentava uma questão que se relacionava a um espelho plano, onde os estudantes poderiam observar as características da transformação. O terceiro vídeo mostrava como funcionava o caleidoscópio, um brinquedo óptico que utiliza a simetria axial na composição de suas belas imagens. A Figura 21 mostra a postagem do 5.º encontro síncrono.

Foram planejadas duas atividades assíncronas para esse encontro: assistir a um vídeo sobre a confecção de um caleidoscópio<sup>51</sup> e responder ao Google *Forms* de identificação de figuras simétricas e dos elementos da transformação (*Forms* 2 – Apêndice D).

06/10/2021 – Continuando o estudo das Transformações Geométricas: introdução à Simetria Axial ou Reflexão  
Em nosso encontro de hoje começamos a estudar a Simetria Axial também conhecida como Reflexão ou Espelhamento.  
Assistimos 3 vídeos introdutórios sobre o assunto.  
O primeiro sobre o conceito de simetria. O segundo foi o vídeo do Iberê sobre o espelho.



E o terceiro foi o vídeo do caleidoscópio, um brinquedo onde se aplica a simetria axial em sua construção.



Abaixo segue um vídeo explicando como construir um caleidoscópio caseiro para aqueles que, como eu, ficaram encantados com esse brinquedo óptico.



Para finalizarmos a atividade de hoje, responda o formulário Sobre o encontro síncrono de 06/10/2021 do Google disponível no link <https://forms.gle/zko4lPvFjp7Wr0kt9>.

Até nosso próximo encontro 😊

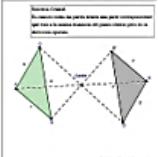
\*\*\*\*\*

**Figura 21.** 5.<sup>a</sup> Postagem – Transformações Isométricas – Simetria Axial  
Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 6 de outubro de 2021

<sup>51</sup> Disponível em <https://youtu.be/mNpacoykw0U> Acesso em: 4 out. 2021.

## 6.º Encontro Síncrono

### Fragmento do Apêndice A

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações	
6	Meio Giro ou simetria central	Estudando a simetria Central  	1	Observar as características da simetria central. Foco na inversão da figura transformada	  	Assistir vídeo Homenzinhas de mãos dadas abraçando o mundo <a href="https://youtu.be/WWIGT5uWS-k">https://youtu.be/WWIGT5uWS-k</a> Observar a planilha dinâmica -Yin Yan - simetria Dinâmica <a href="https://youtu.be/WWIGT5uWS-k">https://youtu.be/WWIGT5uWS-k</a> Simetria central- Carta Rei de Espadas <a href="#">Simetria Central - GeoGebra</a> 	1 – Responder o formulário Sobre o encontro síncrono de 13/10/2021 do Google disponível no link <a href="#">2021-Transformações Geométricas (google.com)</a>	

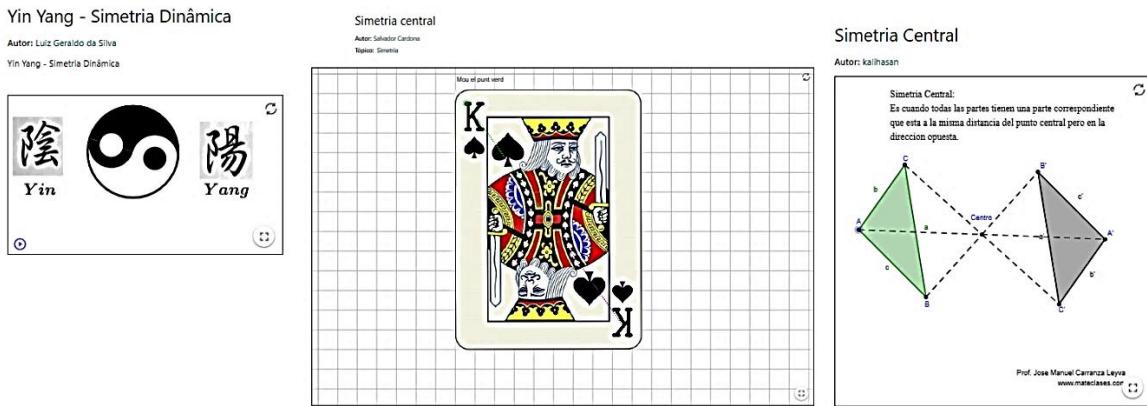
No 6.º encontro síncrono, o propósito era observar e estudar os elementos e as características da simetria central, também conhecida como meio-giro. Foi planejada a exibição de um vídeo, que mostrava a utilização da simetria central na dobradura e no recorte de papel para confecção de uma guirlanda na forma de homenzinhos de mãos dadas, e três planilhas dinâmicas do GeoGebra. A primeira planilha<sup>52</sup> mostrava o símbolo do Yin Yang girando em relação ao centro do símbolo e o foco era observar as posições dos elementos em relação ao centro de giro. A segunda planilha<sup>53</sup> mostrava a carta do rei de espadas com destaque para um ponto verde, ligado ao centro da carta, e um ponto roxo, simétrico central ao ponto verde. Ao colocar o ponto verde em qualquer parte da carta, por exemplo a ponta da espada, o ponto roxo se posicionava na ponta da espada simétrica ao ponto verde em relação ao centro de giro (centro da carta). Isso mostrava aos estudantes as distâncias em relação a um ponto e os respectivos pontos simétricos. A imagem da carta do rei de paus também evidenciou a questão da inversão de metade da imagem, caracterizando o meio-giro. A terceira planilha<sup>54</sup> mostrava dois triângulos simétricos em relação a um ponto chamado centro, e era possível manipular os vértices do triângulo original e verificar o que acontecia com o triângulo transformado. Os

<sup>52</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/bFEP7ZCQ> e em: <https://www.geogebra.org/classic/FhFyR7Ts>  
Acesso em: 18 out. 2021.

<sup>53</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/sQ4hM7Z3> Acesso em: 18 out. 2021.

<sup>54</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/jdhZJQPX> Acesso em: 18 out. 2021.

estudantes perceberam que a simetria central é um caso particular de rotação – um giro a  $180^\circ$ . A Figura 22 mostra as planilhas utilizadas no 6.<sup>º</sup> encontro síncrono.



**Figura 22.** Planilhas do GeoGebra utilizadas no 6.<sup>º</sup>-Encontro Síncrono – Simetria Central  
Fonte: planilhas dinâmicas do GeoGebra

A postagem (Figura 23) tinha o intento de resgatar os conteúdos desenvolvidos no 6.<sup>º</sup> encontro síncrono. Assim, incluiu a imagem de um polígono e seu simétrico central, o vídeo da atividade de dobradura e recorte aplicando a simetria central, os *links* para as planilhas dinâmicas e a tarefa assíncrona do encontro: um Google *Forms* (Apêndice C) abordando todas as transformações geométricas isométricas estudadas.

AVACap - UERJ  
13/10/2021 - Transformações Geométricas: Simetria Central ou Meio Giro  
Hoje começaremos a estudar a Simetria Central ou Radial também conhecida como Meio Giro.

**Simetria Central**

O vídeo abaixo nos mostra uma aplicação da simetria central.

Também manipulamos as planilhas do Geogebra:  
[Yin Yang - Simetria Dinâmica - GeoGebra](#)  
[Simetria central - GeoGebra](#)  
[Simetria Central - GeoGebra](#)

Para finalizarmos a atividade de hoje, responda o formulário [Sobre o encontro síncrono de 13/10/2021](#) do Google disponível no link  
[2021-Transformações Geométricas \(google.com\)](#)

Até nosso próximo encontro ☺

**C** Apostila 7 de transformações Geométricas 2.  
Caros estudantes,  
Segue a apostila de Transformações Geométricas 2 (Simetria Axial e Central).  
[ ]s

**Figura 23.** 6.<sup>a</sup> Postagem – Transformações Isométricas – Simetria Central  
Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACap-UERJ em 13 de outubro de 2021

## 7.<sup>º</sup> Encontro Síncrono

Fragmento do Apêndice A

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações
7	Translação e Meio Giro	Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho.	1		1-Assistir vídeos do instrumental de desenho. <a href="https://youtu.be/-99ZIRs7o-Q">https://youtu.be/-99ZIRs7o-Q</a> 2-Construção dos exercícios de Translação e Meio-Giro com o instrumental de Desenho.		Apostila de Translação e Simetria central (Meio-Giro) – exercícios.

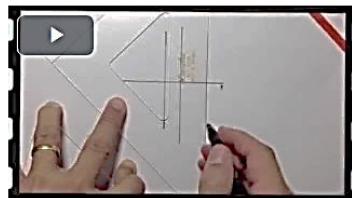
No 7.º encontro síncrono, foram trabalhadas as construções da simetria axial e simetria central com os instrumentos tradicionais de desenho. Antes, revisamos o traçado de paralelas com o par de esquadros e o transporte de segmentos com o compasso (Figura 24).

20/10/2021 – Transformações Geométricas – Construindo figuras com o material tradicional de desenho.

Caríssimos,

Hoje fizemos os exercícios da apostila 6 (translação) e apostila 7 (meio giro) com os instrumentos de desenho (par de esquadros, régua, compasso, lápis, borracha).

Abaixo segue um vídeo para relembrar como traçamos retas paralelas e perpendiculares com o par de esquadros.



Você encontra a apostila 6 no link [Desenho 15/09/2021 – 8º Encontro Síncrono \(uerj.br\)](https://desenho.15/09/2021-8º Encontro Síncrono (uerj.br)) e a apostila 7 em

[Apostila 7 de transformações Geométricas 2.Arquivo](#)

Vamos exercitar?

[ ]s

### Figura 24. 7.ª Postagem – Construindo as Transformações Isométricas com material de Desenho 1

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 20 de outubro de 2021

## 8.º Encontro Síncrono

### Fragmento do Apêndice A

8	Simetria Axial	Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho.	1		1-Assistir vídeos do instrumental de desenho. <a href="https://youtu.be/-99ZIRs7o-Q">https://youtu.be/-99ZIRs7o-Q</a> 2-Construção dos exercícios de Simetria Axial com o instrumental de Desenho. 3- Vídeo de simetria axial: técnica do carbono. <a href="https://youtu.be/mV0b7mL6kHU">https://youtu.be/mV0b7mL6kHU</a> 		Apostila de Simetria Axial - exercícios.
---	----------------	---	---	--	---	--	--

No 8.º encontro síncrono, o trabalho das TG com os instrumentos de desenho foi continuado. Nesse encontro, o foco foi a simetria axial. Antes, revisamos o traçado de perpendiculares com o par de esquadros (Figura 25).

**27/10/2021 - Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho 2.**

Caríssimos,

Hoje fizemos os exercícios da apostila 7 (Reflexão, simetria axial ou espelhamento) com os instrumentos de desenho (par de esquadros, régua, compasso, lápis, borracha).

Na próxima semana, trabalharemos os exercícios de Rotação da apostila 6.

A simetria axial, reflexão ou espelhamento tem aplicações em várias áreas: Matemática, Artes, Decoração. Abaixo segue um vídeo que mostra a técnica do carbono para fazer desenhos simétricos.



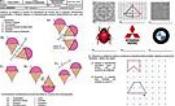
Todas as apostilas estão disponíveis no tópico APOSTILAS.  
Vamos exercitar para a próxima atividade valendo nota, ok?  
[ ]s

**Figura 25.** 8.ª Postagem – Construindo as Transformações Isométricas com material de Desenho 2

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 27 de outubro de 2021

### 9.º Encontro Síncrono

#### Fragmento do Apêndice A

9	Rotação	Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho.	1		1-Assistir vídeos do instrumental de desenho. <a href="https://youtu.be/sjYU8Igk2hU">https://youtu.be/sjYU8Igk2hU</a>  2 - Construção dos exercícios da Apostila de Rotação com o instrumental de Desenho.	Atividade de Revisão de transformações geométricas isométricas 	Apostila de exercícios de rotação.
---	---------	---	---	--	--	--	------------------------------------

No 9.º encontro síncrono, o trabalho das TG com os instrumentos de desenho com a rotação foi concluído. Antes, revisamos a construção de ângulos com o transferidor.

03/11/2021 - Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho 3.

Caríssimos,

Hoje revisamos construção de ângulos com o transferidor e fizemos os exercícios da apostila 6 (Rotação) com os instrumentos de desenho (par de esquadros, régua, compasso, lápis, borracha).

Segue um vídeo para relembrar como se constrói ângulos com o transferidor com a tia Gis.



Faça [Atividade Assíncrona – Revisando as Transformações Geométricas Isométricas Tarefa](#) para revisar o conteúdo.  
[ ]s

**Figura 26.** 9.<sup>a</sup> Postagem – Construindo as Transformações Isométricas com material de Desenho 3

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 3 de novembro de 2021

Na conclusão deste bloco, as respostas das atividades mostraram que os estudantes estavam identificando as transformações geométricas isométricas em objetos do cotidiano, fazendo correlações com experiências vividas, cenas de filmes assistidos e de livros lidos. Para a docente, a diversidade de recursos apresentados estimulou a observação e análise do tamanho e da posição das figuras e imagens nas quais foram aplicadas as transformações geométricas isométricas.

#### D – A Transformação Geométrica Não Isométrica: A Homotetia

Após as atividades com as transformações geométricas isométricas passamos à observação da proporcionalidade gráfica entre segmentos e figuras. O objetivo era trabalhar com os estudantes a observação a partir da congruência até a proporcionalidade entre as figuras e imagens, utilizando atividades que envolvessem a transformação geométrica da proporcionalidade: a homotetia.

A segunda etapa das atividades de intervenção em aula aconteceu do 10.<sup>º</sup> ao 16.<sup>º</sup> encontro síncrono. Com o retorno das aulas presenciais, o 17.<sup>º</sup> encontro foi realizado com as turmas em suas respectivas salas de aula físicas.

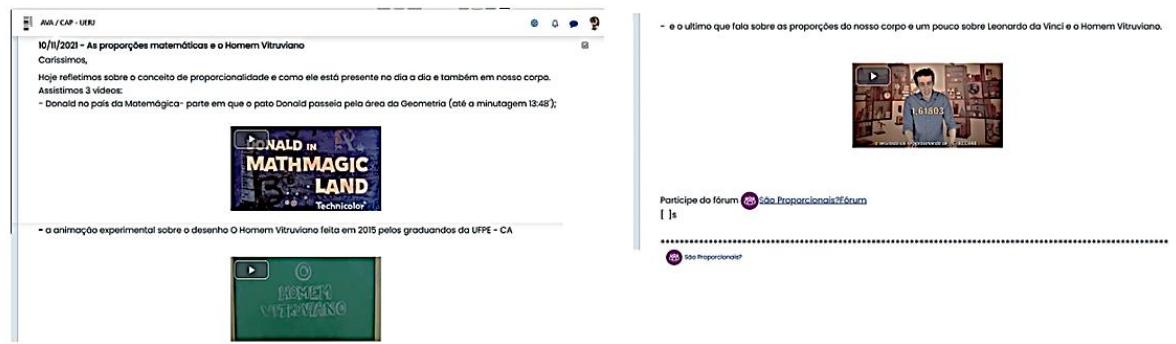
#### 10.<sup>º</sup> Encontro Síncrono

O 10.<sup>º</sup> encontro síncrono foi planejado para abordar a proporcionalidade até desenvolver o conceito de figuras semelhantes. Começamos pelas partes do corpo humano, mostrando a proporcionalidade existente entre as partes e o todo. Uma boa motivação para introduzir o tema foi mostrar a obra *O homem vitruviano*, de Leonardo da Vinci. Para iniciar o assunto foram

exibidos três vídeos curtos que tratavam sobre o tema da proporcionalidade: *Donald no país da Matemágica* (1959)<sup>55</sup>, *O homem vitruviano* (2015) e *Homem vitruviano* (2020), como mostra a Figura 27.

#### Fragmento do Apêndice B

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações
10	Proporcionalidade	As Proporções Matemáticas e o Homem Vitruviano	1	Visualizar a proporcionalidade entre as dimensões dos objetos e imagens. Proporcionalidade entre as partes do corpo humano. Verificar a ampliação, a redução (semelhança) ou não entre polígonos.	Assistir 3 vídeos 1- Donald no país da Matemágica  <a href="https://youtu.be/wbftu093Yok">https://youtu.be/wbftu093Yok</a> 2- Animação sobre o Homem Vitruviano 2015-UFPE-CA  <a href="https://youtu.be/ngvt3nmvx04">https://youtu.be/ngvt3nmvx04</a> 3-O homem Vitruviano  <a href="https://youtu.be/lxvOZ1i4DWY">https://youtu.be/lxvOZ1i4DWY</a>	Participação no fórum no AVACAp. São proporcionais? 	



**Figura 27.** 10.<sup>a</sup> Postagem – As proporções matemáticas e o Homem Vitruviano  
Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 10 de novembro de 2021

O intuito da exibição do vídeo *Donald no país da Matemágica* (1959) era introduzir o tema proporcionalidade e a utilização do conceito nas diversas áreas do conhecimento (Arquitetura, Música, Escultura, Pintura, Biologia, Botânica). O vídeo apresenta o tema de maneira lúdica e engraçada, começando pela música. Donald viaja para a Grécia Antiga, onde o narrador (o verdadeiro espírito da aventura) destaca a proporcionalidade existente entre as

<sup>55</sup> Parte da geometria: da minutagem 0:57 até a 13:47.

oitavas da escala musical diatônica (razão de 2 para 1) usada até hoje. A razão entre um tom e outro foi descoberta de Pitágoras.

Prosseguindo a viagem, o narrador também destaca outra descoberta de Pitágoras: a proporcionalidade entre os quatros segmentos distintos que formam o pentagrama. O segmento resultante da adição dos dois segmentos mais curtos é congruente ao terceiro segmento. O mesmo acontece ao adicionarmos o segundo ao terceiro segmento. O segmento resultante dessa adição será congruente ao quarto segmento. Ao compararmos os tamanhos desses segmentos, chegamos às proporções da regra de ouro. O vídeo também mostra a relação do pentagrama com o retângulo áureo e, consequentemente, com a espiral áurea, conforme mostra a Figura 28.



**Figura 28.** Imagens da relação entre os segmentos do pentagrama e do retângulo áureo  
Fonte: captura de telas das cenas do vídeo *Donald no país da Matemática* (1959)

O segundo vídeo, *O homem vitruviano* (2015) exibe uma animação experimental elaborada pela graduanda Ariani Andrade para a disciplina Animação Experimental do curso de Design da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Centro de Arte do Agreste - CAA 2015-1). Nele, o desenho *O homem vitruviano*<sup>56</sup>, de Leonardo da Vinci, é trabalhado na técnica *stop motion* com recortes de papel mostrando as partes do corpo humano e as proporções existentes entre essas partes: a envergadura, o palmo, o côvado, a altura. Essas proporções são muito usadas no desenho artístico para estruturar o desenho do corpo humano.

O propósito da exibição desse vídeo era mostrar que as proporções estão presentes também no corpo humano (Figura 29).

<sup>56</sup> *O homem vitruviano* é um desenho feito por Leonardo da Vinci baseado nas anotações do arquiteto da Roma Antiga Marcus Vitruvius para as proporções ideais do corpo humano.



**Figura 29.** O Homem Vitruviano e as proporções do corpo humano

Fonte: captura de telas das cenas da animação experimental *O homem vitruviano* (2015)

O foco do terceiro vídeo, *Homem vitruviano* (2020), era mostrar outras medidas antropométricas, como a relação entre o comprimento do antebraço e do pé, do antebraço com a largura do tórax (busto), entre outras. O vídeo apresenta uma breve biografia de Marcus Vitruvius Pollio e o desenho *O homem vitruviano*, elaborado por Leonardo da Vinci e outros artistas a partir das anotações de Vitruvius. Também aborda a sequência Fibonacci, o número de ouro, o retângulo áureo e suas aplicações na arquitetura (Figura 30).



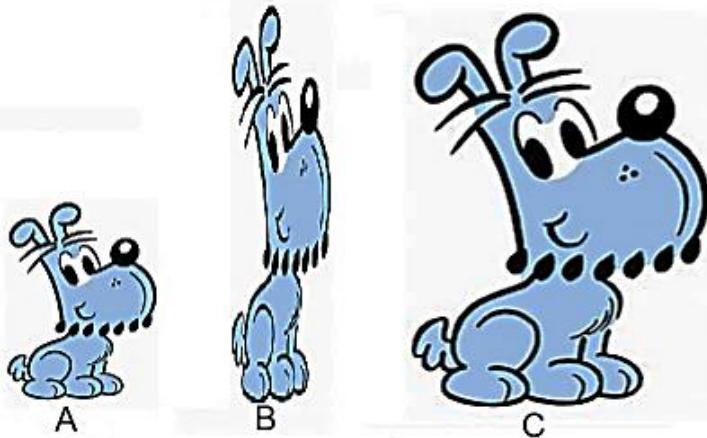
**Figura 30.** Sobre O Homem Vitruviano

Fonte: captura de telas das cenas do vídeo *Homem vitruviano* (2015)

Após a exibição dos vídeos, a regente conversou com os estudantes sobre a temática de cada vídeo. A atividade assíncrona do 10.º encontro síncrono foi a participação no fórum “São Proporcionais” (Figura 31), cujo objetivo era observar as dimensões das imagens, comparar tamanhos e refletir sobre a proporcionalidade.

+  São Proporcionais?

Caros estudantes,  
Após nossa reflexão sobre proporcionalidade, vamos observar as dimensões das imagens do Bidu abaixo.



O que vocês acham que aconteceu com a imagem B se compararmos com a imagem A?  
E a imagem C em relação a imagem A?  
As dimensões (altura e largura) são proporcionais de B para A? E de C para A?  
Escreva suas impressões aqui no fórum.  
[ ]s  
Soraya

**Figura 31.** – Atividade assíncrona “São Proporcionais?”

Fonte: atividade assíncrona postada no AVACAp-UERJ em 10 de novembro de 2021

## 11.º Encontro Síncrono

Fragmento do Apêndice B

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações
11	Semelhança	Proporcional e Semelhante?	1	Observar as características de dimensões proporcionais e figuras semelhantes.  Ampliar e reduzir polígonos utilizando malhas quadrículadas.	Discussão sobre questionamento do fórum.  	Construção de figuras semelhantes em malha quadrículada (GeoGebra)  Vídeo  <a href="https://youtu.be/n2nbu5u0oiQ">https://youtu.be/n2nbu5u0oiQ</a>  	

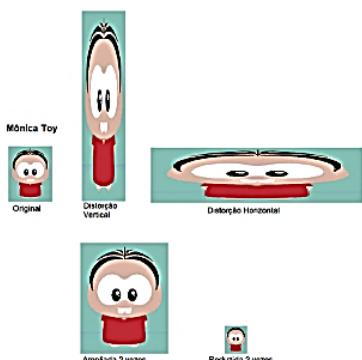
No 11.<sup>º</sup> encontro síncrono foi retomada a discussão do fórum “São proporcionais?” (Figura 32). Chamando a atenção para as dimensões (largura, altura) das imagens, algumas delas foram manipuladas no editor de imagens do Windows, o Paint, para que os estudantes pudessem perceber as alterações geradas nas imagens. Cada uma das dimensões foi manipulada separadamente – o que produziu uma imagem distorcida verticalmente (alongada em relação à altura) ou horizontalmente (alongada em relação à largura) – e posteriormente as duas dimensões da imagem foram manipuladas simultaneamente, gerando uma imagem ampliada ou reduzida proporcionalmente.

17/11/2021 – Proporcional e Semelhante

Caríssimos,

Hoje conversamos sobre a questão levantada no fórum [São Proporcionais? Fórum](#).

Depois observamos o trabalho com uma imagem no editor de imagem Paint e trabalhamos o conceito de semelhança.



E ainda, observamos que é possível utilizar malhas quadriculadas para ampliar ou reduzir figuras proporcionalmente.

**Figura 32.** 10.<sup>a</sup> Postagem – Proporcional e Semelhante

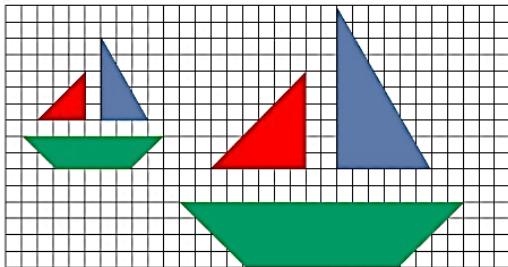
Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 17 de novembro de 2021

Na sequência foi abordada a técnica da ampliação e redução de figuras em malhas quadriculadas, chamando a atenção para as características das figuras semelhantes (Figura 33).

A técnica da ampliação e redução de figuras em malha quadriculada foi explorada na atividade assíncrona (Figura 34). A atividade consistia em construir uma casinha semelhante à casinha original – desenhada em uma planilha do GeoGebra e disponível no AVACAp –, com a metade do tamanho da casinha original.

E ainda, observamos que é possível utilizar malhas quadriculadas para ampliar ou reduzir figuras proporcionalmente.

- 1) Utilize a malha quadriculada e construa figuras semelhantes às figuras dadas:  
1.1) com o dobro do tamanho das originais.]



Vamos exercitar em

[Construção de figuras semelhantes em malha quadriculada GeoGebra](#)

[ ]s

**Figura 33.** 11.<sup>a</sup> Postagem – Ampliação e redução de figuras em malhas quadriculadas

Fonte: captura de tela da atividade assíncrona da 11.<sup>a</sup> postagem

**Figura 34.** Atividade assíncrona - Construção de figuras semelhantes em malha quadriculada

Fonte: atividade assíncrona postada no AVACap-UERJ em 17 de novembro de 2021

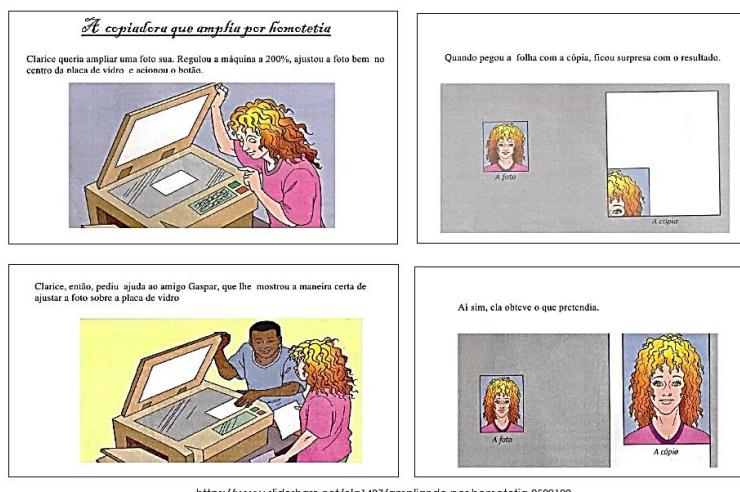
Alguns estudantes tiveram dúvidas ao realizar a atividade assíncrona da casinha, entretanto essas dúvidas contribuíram para que fosse observada a redução das dimensões do modelo, respeitando o mesmo fator de proporcionalidade. Experimentaram-se duas situações: quando as casinhas estavam proporcionalmente reduzidas e quando alguma dimensão não havia sido reduzida segundo as orientações da atividade, o que levou à nova reflexão sobre o conceito de semelhança entre as figuras. Essa discussão foi importante para as atividades planejadas para o encontro síncrono seguinte.

## 12.º Encontro Síncrono

### Fragmento do Apêndice B

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações
12	Figuras Semelhantes Introdução a homotetia.	Figuras Semelhantes: algumas aplicações.	1	Observar as características das fotocopiadoras que ampliam e reduzem cópias.	Conversar sobre o funcionamento das fotocopiadoras que ampliam e reduzem cópias e como os pantógrafos funcionam.      	Assistir o vídeo do Manual do Mundo  <a href="https://youtu.be/JI7YorM_t0">https://youtu.be/JI7YorM_t0</a> Manipular a planilha dinâmica do Geogebra.  <a href="http://www.geogebra.org/m/w3cakzv">www.geogebra.org/m/w3cakzv</a> Responder as perguntas do formulário. Como o pantógrafo funciona. <a href="https://forms.gle/wSaqvJbAGV2HzILk">https://forms.gle/wSaqvJbAGV2HzILk</a>	

O 12.º encontro síncrono começou com uma conversa sobre algumas aplicações das figuras semelhantes no cotidiano. Primeiramente foi apresentado o caso da fotocopiadora, que pode ampliar ou reduzir proporcionalmente as cópias. A motivação para as discussões foi a história de Clarice, que queria ampliar uma foto na fotocopiadora (Figura 35).



**Figura 35.** História de Clarice: ampliação da foto na fotocopiadora  
Fonte: site Slideshare<sup>57</sup>

Nessa conversa foram observados e analisados os detalhes da narrativa: quantas vezes a foto seria ampliada; e a relação entre a posição da foto no tampo de vidro da fotocopiadora e a cópia obtida nas duas situações relatadas na história. O objetivo dessa conversa foi mostrar a

<sup>57</sup> Disponível em: <https://www.slideshare.net/ela1407/ampliando-por-homotetia-2529120>. Acesso em: 22 nov. 2021.

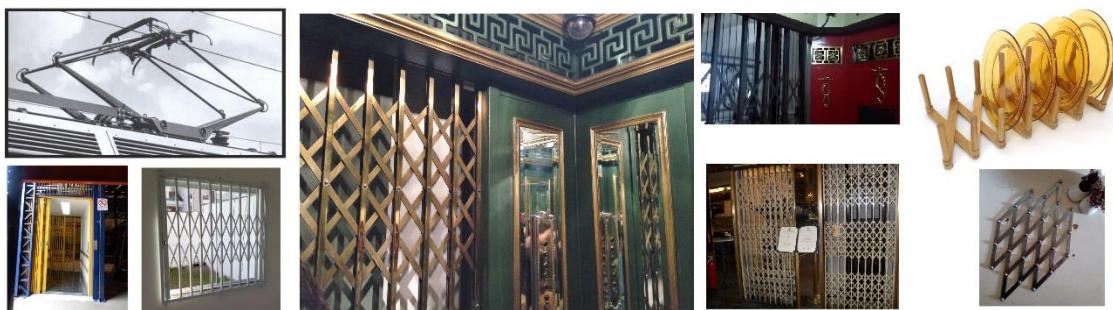
utilidade do reconhecimento das figuras semelhantes e, posteriormente, essa utilidade para o estudo da homotetia.

O processo de ampliação e redução da fotocopiadora foi simulado no GeoGebra, para mostrar que a imagem é alterada proporcionalmente nas duas dimensões: largura e altura (Figura 36).



**Figura 36.** Simulação da redução e da ampliação de uma imagem no GeoGebra  
Fonte: arquivos da pesquisa de campo

Antes de apresentar o tradicional instrumento que amplia e reduz desenhos (o pantógrafo de Scheiner), foram mostradas imagens de portas e janelas pantográficas, do pantógrafo ferroviário e de descansos de panelas e de pratos pantográficos para que os estudantes pudessem identificar a forma em objetos do dia a dia (Figura 37).



**Figura 37.** Pantógrafos no dia a dia  
Fonte: arquivos da pesquisa de campo

Docente e estudantes conversaram sobre a utilidade da forma pantográfica e sobre os objetos das imagens exibidas: um momento importante para a introdução do instrumento de desenho tradicional que reduz e amplia desenhos, o pantógrafo de Scheiner. Após a conversa

e a exibição das fotos, foi perguntado se os estudantes conheciam um instrumento de desenho com forma pantográfica. Como eles não sabiam do que se tratava, a professora mostrou o seu pantógrafo de desenho que havia utilizado na aula síncrona (Figura 38).



**Figura 38.** Pantógrafo de Scheiner  
Fonte: captura de tela do 12.º encontro síncrono

Na sequência, uma planilha dinâmica do GeoGebra contendo um pantógrafo, o desenho original do Piu Piu e sua cópia ampliada foi apresentada aos estudantes (Figura 39). Ao observarem a planilha em movimento, os discentes puderam refletir, em um primeiro momento, sobre como o pantógrafo realizava uma cópia semelhante à figura original.



**Figura 39.** Planilha dinâmica do GeoGebra – Pantógrafo  
Fonte: GeoGebra<sup>58</sup>

<sup>58</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/jdphb6kp> Acesso em: 22 nov. 2021.

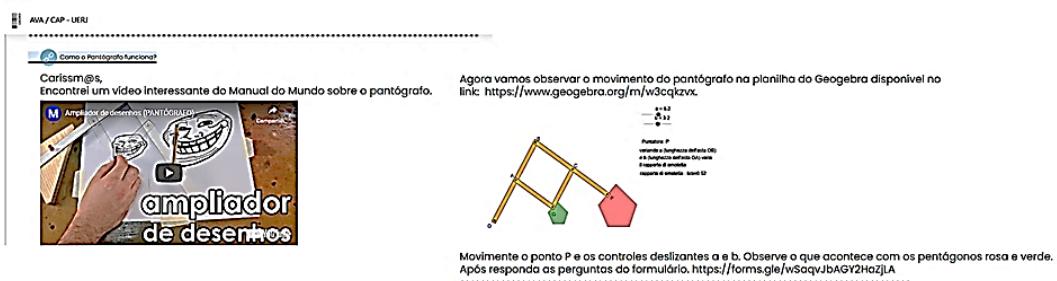
A Figura 40 mostra o registro da 12.<sup>a</sup> postagem no AVACAp e que resgatou os conteúdos que foram trabalhados no encontro síncrono.



**Figura 40.** 12.<sup>a</sup> Postagem – Figuras semelhantes

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 24 de novembro de 2021

Como preparo para a atividade assíncrona, foi postado o vídeo *Ampliador de Desenhos* (2013), disponível no YouTube, no canal Manual no Mundo, que mostra como construir um pantógrafo artesanal e a relação entre as partes. A atividade assíncrona consistia em manipular um pantógrafo virtual disponibilizado em uma planilha dinâmica do GeoGebra<sup>59</sup> e responder questões relativas à movimentação entre as partes e aos desenhos obtidos no formulário “Como o Pantógrafo funciona?”. As perguntas do formulário foram adaptadas das questões do Pantógrafo de Scheiner, elaboradas pela equipe de professores do Laboratorio delle Macchine Matematiche da Università Degli Studi Di Modena e Reggio Emilia<sup>60</sup>. A figura 41 mostra a postagem da atividade síncrona do 12.<sup>º</sup> encontro síncrono.



**Figura 41.** Atividade assíncrona – Como o pantógrafo funciona

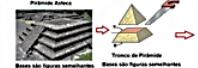
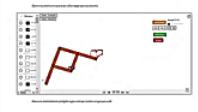
Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 24 de novembro de 2021

<sup>59</sup> Cópia de Pantografo di Scheiner (1) per l'omotetia. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/w3cqkzvx>. Acesso em: 22 nov. 2021.

<sup>60</sup> Disponível em: <http://www.mmlab.unimore.it/site/home.html> Acesso em: 7 jan. 2023.

### 13.º Encontro Síncrono

#### Fragmento do Apêndice B

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações	
13	Homotetia	Homotetia: a transformação da proporcionalidade.	1	Observar as características das figuras homotéticas. Visualizar a proporcionalidade entre polígonos homotéticos	Observar a pirâmide asteca e comparar com a pirâmide e o tronco de pirâmide quadrada.  No encontro de hoje começaremos observando a Pirâmide Asteca...  Que nós vemos as imagens das pirâmides astecas e os seus bases parecem ser semelhantes.  Base sólida pirâmide Base sólida pirâmide	Manipular a planilha dinâmica do GeoGebra    https://www.geogebra.org/m/hgratueg	Após participar do fórum: Sobre o exercício observando triângulos no GeoGebra.	Apostila de Homotetia.

O 13.º encontro síncrono aconteceu em três momentos distintos. Como introdução ao tema homotetia, o primeiro momento foi iniciado com imagens da pirâmide asteca (Figura 42). A intenção era retomar o conceito de semelhança e observar a posição entre os platôs das pirâmides. Os estudantes observaram os platôs e puderam analisar se as formas eram semelhantes.



<https://arqueologiamexicana.mx/mexico-antiguo/la-piramide-de-la-luna-teotihuacan-estado-de-mexico>



<https://www.flickr.com/photos/sandracappuccio/265351065>

**Figura 42.** Pirâmide asteca  
Fonte: Arqueologia Mexicana e Flickr<sup>61</sup>

O segundo momento começou com comentários sobre o vídeo da 12.ª atividade assíncrona (Manual do Mundo), sobre a construção do pantógrafo artesanal. A docente apresentou o pantógrafo virtual da planilha dinâmica Pantógrafo – Ampliação & Redução –

<sup>61</sup> Disponível em: <https://arqueologiamexicana.mx/mexico-antiguo/la-piramide-de-la-luna-teotihuacan-estado-de-mexico> e em: <https://www.flickr.com/photos/sandracappuccio/265351065/> Acesso em: 20 nov. 2021.

GeoGebra (Figura 43), disponibilizando o *link* para que os estudantes pudessem manipular a ferramenta.

#### Pantógrafo - Ampliação & Redução

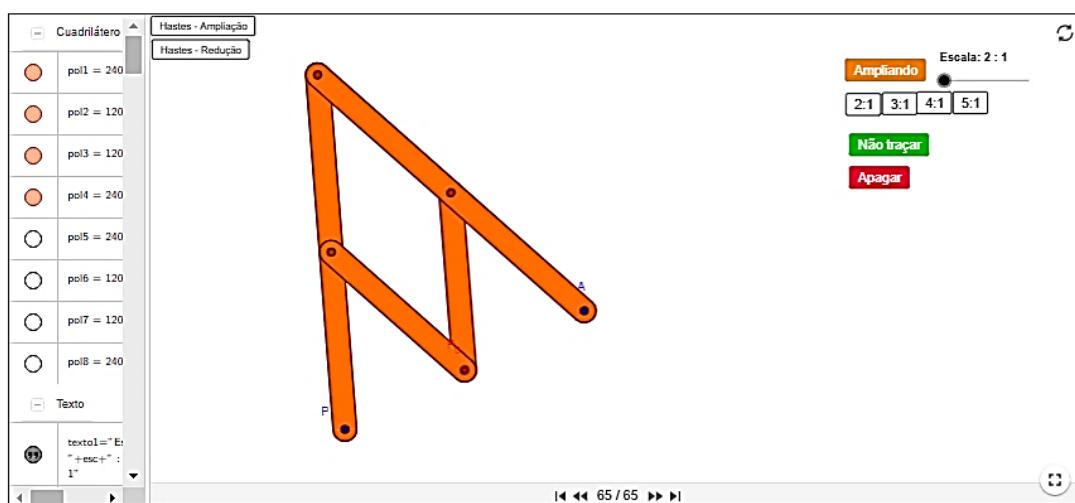
Autor: Patrícia Bittencourt

Pantógrafo - Ampliação & Redução

Escolha a escala. Ou utilize o controle deslizante.

Clique com o mouse no ponto vermelho e divirta-se!!!

Observe seu desenho em outra escala. Utilize Apagar para novo desenho.



**Figura 43.** Planilha dinâmica Pantógrafo Virtual

Fonte: Planilha Geogebra<sup>62</sup>

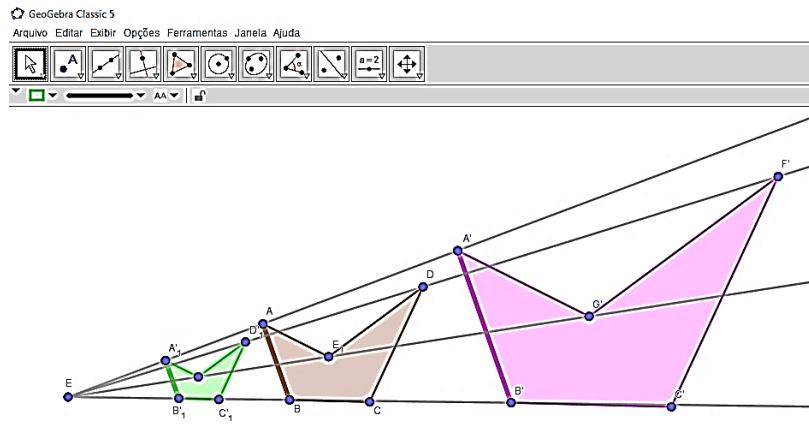
Enquanto manipulava a planilha, a docente solicitava que os estudantes observassem detalhes como:

- se a cópia era semelhante à figura original;
- o ponteiro que cobria/fazia o desenho original e o traçador que desenvolvia a cópia;
- a posição do ponteiro e do traçador quando a cópia estava ampliada em relação ao desenho original;
- a posição do ponteiro e do traçador quando a cópia estava reduzida em relação ao desenho original;
- se existia algum ponto que permanecia fixo no sistema;
- se o ponto fixo, o ponteiro e o traçado estavam alinhados.

Durante as observações, as particularidades do pantógrafo e as características das figuras produzidas foram discutidas, a fim de complementar as questões propostas no formulário da 12.<sup>a</sup> atividade assíncrona.

<sup>62</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/hgratueg> Acesso em: 21 nov. 2021

No terceiro momento do encontro síncrono, foram construídas figuras semelhantes por homotetia no GeoGebra (Figura 44), com foco em elementos relativos à semelhança entre as figuras (a razão de ampliação ou de redução, a congruência entre os ângulos correspondentes) e elementos relacionados ao centro de homotetia (ponto fixo do pantógrafo) – o paralelismo entre os lados correspondentes, o alinhamento entre o centro de homotetia e os vértices correspondentes.



**Figura 44.** Pentágonos Homotéticos

Fonte: arquivo da pesquisa de campo

A imagem da 13.<sup>a</sup> postagem faz uma síntese das atividades desenvolvidas no encontro síncrono (Figura 45).

**Figura 45.** 13.<sup>a</sup> Postagem – Homotetia

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 1 de dezembro de 2021

Na atividade assíncrona relativa ao 13.<sup>º</sup> encontro síncrono, os estudantes deveriam manipular o controle deslizante de uma planilha do GeoGebra inserida no próprio AVA-CAP e observar o que acontecia com a cópia do triângulo original ABC, o triângulo A'B'C'. Para orientar a observação, foram elaboradas algumas perguntas que deveriam ser respondidas no fórum criado para analisar as respostas (Figura 46).

**Observando triângulos no Geogebra**

Movimento o controle deslizante  $k$  e observe:

- O que acontece com o tamanho do triângulo  $A'B'C'$ :
  - quando  $k$  é maior que 1?
  - quando  $k$  é igual a 1?
  - quando  $k$  é menor que 1?
- O que acontece com o triângulo  $A'B'C'$  quando  $k$  é negativo?
- Movimento o ponto  $P$ . O que acontece com o triângulo  $A'B'C'$ ?
- Os triângulos  $ABC$  e  $A'B'C'$  são semelhantes?

Responda as questões no fórum [Sobre o exercício observando triângulos no GeoGebra Fórum](#).

Tentativas limitadas para esta atividade

Sobre o exercício observando triângulos no Geogebra Fórum quarta, 1 Dez 2021, 18:28

Caro estudante,  
Observe os triângulos da planilha [Observando triângulos no Geogebra](#).  
Movimento o controle deslizante  $k$  e responda:  
1) O que acontece com o tamanho do triângulo  $A'B'C'$ :
 

- quando  $k$  é maior que 1?
- quando  $k$  é igual a 1?
- quando  $k$  é menor que 1?

- 2) O que acontece com o triângulo  $A'B'C'$  quando  $k$  é negativo?
- 3) Movimento o ponto  $P$ . O que acontece com o triângulo  $A'B'C'$ ?
- 4) Os triângulos  $ABC$  e  $A'B'C'$  são semelhantes?

Participe do fórum!

**Figura 46.** Atividade assíncrona – Observando triângulos no GeoGebra  
Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 1 de dezembro de 2021

#### 14.<sup>º</sup> Encontro Síncrono

Fragmento do Apêndice B

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações
14	Homotetia	Observando homotetia direta e inversa.	1	Identificar elementos da homotetia. Identificar a homotetia direta e inversa. Visualizar a proporcionalidade entre polígonos homotéticos	Observar as figuras homotéticas na planilha <a href="#">Homotetia – GeoGebra</a> .	Observar a posição do rosto da bola de Natal ao se movimentar o cursor.	

O 14.<sup>º</sup> encontro começou com a retomada do conceito de semelhança através do exemplo da cópia ampliada ou reduzida da máquina fotocopiadora apresentado no 12.<sup>º</sup> encontro síncrono. O objetivo dessa rápida abordagem era o reconhecimento das figuras homotéticas

como figuras semelhantes para posteriormente, no próximo encontro, identificar os elementos da homotetia (Figura 47).

Devido à proximidade do Natal, foi importada uma imagem com tema natalino para a tela do GeoGebra e nela aplicada uma homotetia de razão definida por um controle deslizante. Similarmente ao que acontece na tela da placa de vidro da copiadora (onde a folha original deve ser alinhada), o centro de homotetia escolhido foi um dos vértices da imagem.

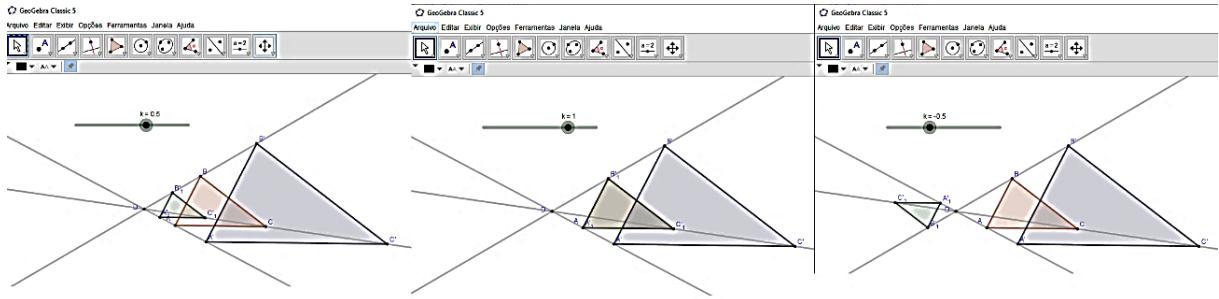


**Figura 47.** Como na Xerox – GeoGebra

Fonte: arquivo da pesquisa de campo

Recomeçamos a observação do exercício da atividade assíncrona do 13.<sup>º</sup> encontro. Na planilha do GeoGebra foi explorada a posição das figuras homotéticas em relação ao centro de homotetia para definir homotetia direta e homotetia inversa (Figura 48).

A 14.<sup>a</sup> postagem resume as atividades desenvolvidas do encontro síncrono (Figura 49).



**Figura 48.** Homotetia Direta e Homotetia Inversa

Fonte: arquivo da pesquisa de campo

AVA / CAP - UERJ  
08/12/2021 - Observando a HOMOTETIA  
Caríssimos,  
No encontro de hoje observamos as características da homotetia e seus elementos.

**Homotetia**

- É uma transformação plana
- Transforma uma figura em outra semelhante
- A transformação acontece em relação a um ponto (centro de homotetia), segundo uma razão de proporcionalidade conhecida ( $k$ ).

**Elementos da homotetia**

Centro de Homotetia - O

Trinágulo original ABC

Trinágulo Homotético A'B'C'

Elementos da homotetia

Vertices Correspondentes ou Homólogos:  
A - A'  
B - B'  
C - C'

Lados Correspondentes ou Homólogos paralelos:  
AB // A'B'  
BC // B'C'  
AC // A'C'

Proporcionalidade entre os segmentos

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = k$$

$k$  - razão de homotetia

A Homotetia pode ser de ampliação ou de redução e as figuras podem estar situadas no mesmo lado em relação ao centro de homotetia (homotetia direta) ou de lados opostos (homotetia inversa).

Homotetia de razão positiva      Homotetia de razão negativa

Quando a razão é positiva, a figura transformada surge do mesmo lado da figura original em relação ao centro de homotetia. Homotetia Direta

Quando a razão é negativa, a figura transformada surge do lado oposto à figura original em relação ao centro de homotetia. Homotetia Inversa

Homotetia de Ampliação/Redução

A figura transformada pode ficar ampliada (razão maior que 1) ou reduzida (razão menor que 1) em relação à figura original.

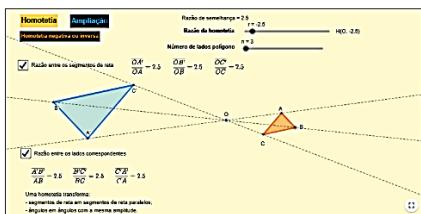
**Figura 49.** 14.<sup>a</sup> Postagem – Observando a Homotetia

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACap-UERJ em 8 de dezembro de 2021

A postagem convida a manipular outra planilha do GeoGebra<sup>63</sup> (Figura 50), na qual é possível escolher a razão de homotetia, a posição do centro de homotetia em relação à figura original e o número de lados do polígono original; observar as figuras transformadas resultantes das escolhas; e visualizar a razão dos lados correspondentes.

<sup>63</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/pfx348kq> Acesso em: 6 dez. 2021.

Clique na imagem para acessar a planilha dinâmica no site do Geogebra - [Homotetia - GeoGebra](#)



O importante é perceber que a Homotetia, diferentemente das transformações isométricas que já estudamos, trabalha com **figuras semelhantes** que se posicionam em relação a um ponto (centro de homotetia).

Convido-os para mais um exercício no Geogebra. Não vale nota, ok?

[Um Geogebra de Natal para você!](#)

Até mais.

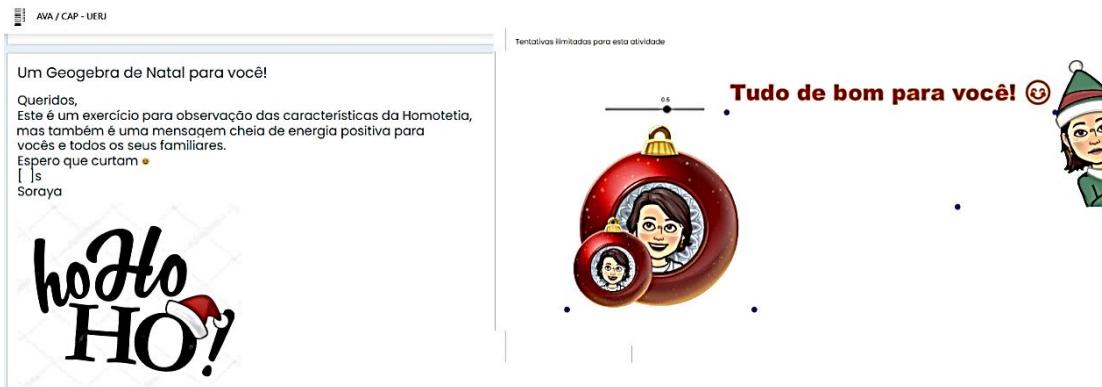
\*\*\*\*\*

Um Geogebra de Natal para você!

**Figura 50.** 14.<sup>a</sup> Postagem – Planilha dinâmica – GeoGebra Homotetia

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 8 de dezembro de 2021

Finalizando, a postagem destaca a questão do posicionamento das figuras homotéticas em relação ao centro de homotetia, isto é, as figuras homotéticas são figuras semelhantes posicionadas no plano em relação a um ponto. Complementando, a docente enviou uma mensagem de Natal (Figura 51) para os estudantes através de uma planilha do GeoGebra com uma transformação homotética análoga à simulação da Figura 47.



**Figura 51.** Um GeoGebra de Natal

Fonte: arquivo da pesquisa de campo

## 15.<sup>º</sup> Encontro Síncrono

### Fragmento do Apêndice B

15	Homotetia	Atividades no GeoGebra ClassRoom Atividade b 15-12-2021 Série 1: Observar os princípios das homotetias	1	Observar a existência de semelhança ou não entre as figuras. Observar a posição dos lados e ângulos das figuras homotéticas.	1- OVNI2  2- Atividade b (15-12-21)	
----	-----------	--	---	---	---	--

O 15.<sup>º</sup> encontro síncrono aconteceu às vésperas do recesso de final de ano e das férias de janeiro. Para esse encontro foram planejadas atividades no GeoGebra *Classroom* para que os estudantes pudessem manipular as planilhas dinâmicas e respondessem questões sobre as características da homotetia.

Denominada OVNI (Figura 52), a atividade-a visava à identificação de figuras semelhantes e da transformação homotetia na planilha.

**OVNI?**

Autor: Soraya Barcellos Izar, Luara

Cônicas

- $c = 3.9$
- $c' = 4.29$
- $d: -1.65x^2 + 2.28xy$
- $d': -1.36x^2 + 1.08xy$
- $e: (x - 2.49)^2 + (y -$
- $e': (x - 2.16)^2 + (y -$
- $f: (x - 1.64)^2 + (y -$
- $f': (x - 1.23)^2 + (y -$
- $g: (x - 3.41)^2 + (y -$
- $g': (x - 3.17)^2 + (y -$

Mova o controle deslizante a e observe.  
O que acontece com a figura ao movimentar o cursor?  
Aa  $\pi$  Digite sua resposta aqui...

Ao se movimentar o cursor a..  
As figuras que aparecem são semelhantes entre si?  
Aa  $\pi$  Digite sua resposta aqui...

Qual o nome da transformação geométrica que ocorre entre a nave original e as naves transformadas?  
Aa  $\pi$  Digite sua resposta aqui...

**Figura 52.** Atividade no GeoGebra *Classroom*: OVNI  
Fonte: arquivo da pesquisa de campo

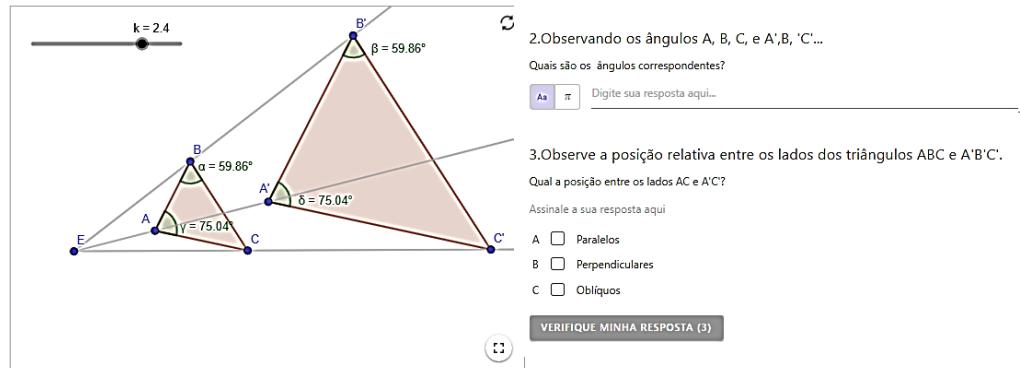
A atividade-b (Figura 53) tinha o propósito de identificar os vértices e os ângulos correspondentes; e observar que os vértices correspondentes ficam alinhados com o centro de homotetia, que – ao movimentar o cursor – a figura transformada tem seu tamanho ampliado ou reduzido proporcionalmente, que os ângulos correspondentes são congruentes e os lados homólogos são paralelos etc.

### GeoGebra

#### Atividade-b 15-12-2021

Autor: Soraya Barcellos Izar

Observando as posições dos lados e ângulos dos triângulos.



4. Observe os lados correspondentes dos triângulos ABC e A'B'C'.

Quais os pares de lados correspondentes dos triângulos ABC e A'B'C'?

Aa  Digitie sua resposta aqui...

5. Observe os lados correspondentes dos triângulos ABC e A'B'C'.

Qual a posição relativa entre os lados correspondentes dos triângulos ABC e A'B'C'?

Assinale a sua resposta aqui:

- A  Oblíquos
- B  Perpendiculares
- C  Paralelos

VERIFIQUE MINHA RESPOSTA (3)

6. Deslize o cursor k para a direita e observe

O que acontece com o tamanho do triângulo A'B'C' quando k é maior que 1?

Aa  Digitie sua resposta aqui...

7. Posicione o cursor na posição k=1 e observe.

O que acontece com o tamanho do triângulo A'B'C' quando k=1?

Aa  Digitie sua resposta aqui...

8. Deslize o cursor k para a esquerda e observe

O que acontece com o tamanho do triângulo A'B'C' quando k é menor que 1?

Aa  Digitie sua resposta aqui...

9. Movimente o ponto E.

O que acontece com o triângulo A'B'C' quando você aproxima ou afasta o ponto E do triângulo ABC?

Aa  Digitie sua resposta aqui...

10. O que acontece?

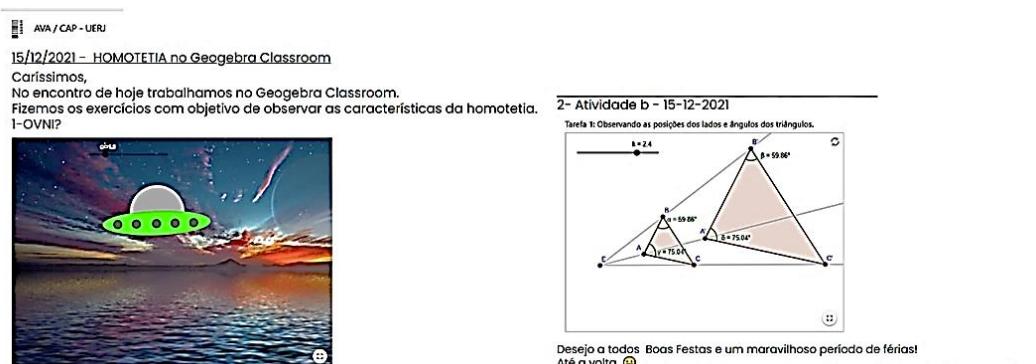
O que acontece com triângulo A'B'C' se você movimentar um dos vértices do triângulo ABC?

Aa  Digitie sua resposta aqui...

**Figura 53.** Atividade-b no GeoGebra Classroom

Fonte: arquivo da pesquisa de campo

A 15.<sup>a</sup> postagem no AVACAp registra as atividades realizadas no último encontro síncrono antes do recesso natalino e das férias de janeiro (Figura 54).



**Figura 54.** 15.<sup>a</sup> Postagem – Homotetia no Geogebra Classroom

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 15 de dezembro de 2021

As aulas retornaram em fevereiro de 2022 ainda na modalidade remota. No encontro síncrono de retorno foi feita uma revisão das transformações isométricas (Figura 55), visando posteriormente trabalhar a composição de simetrias, conforme solicitação dos professores de matemática do DMD do CAp-UERJ.

**Figura 55.** Revisão de Transformações Isométricas

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACap-UERJ em 9 de fevereiro de 2022

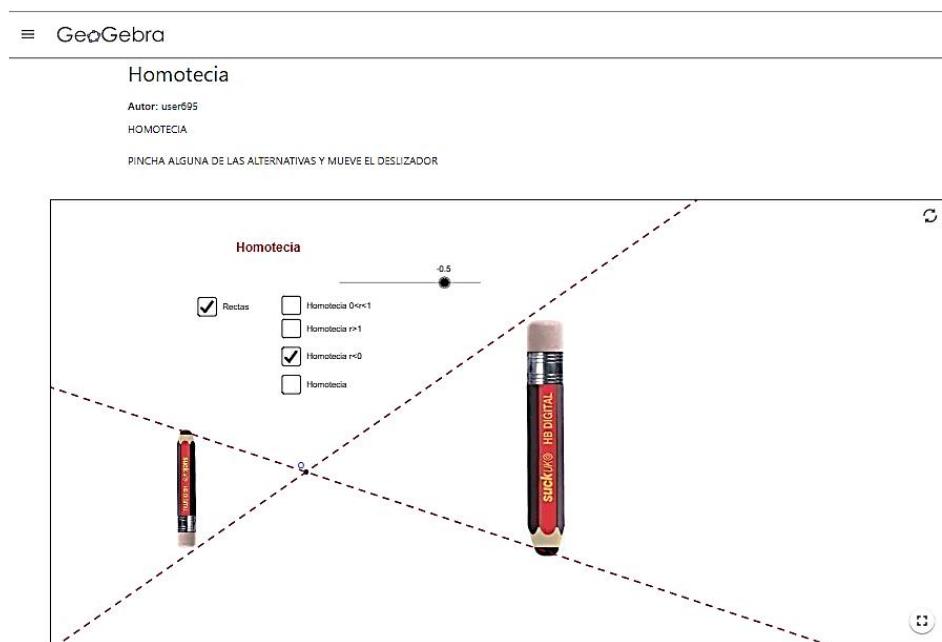
## 16.<sup>º</sup> Encontro Síncrono

Fragmento do Apêndice B

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Síncronas	Atividades Assíncronas	Observações
16	Homotetia inversa	A Câmara escura	1	Visualizar a inversão da imagem na homotetia inversa	Planilha Geogebra Homotetia – GeoGebra  Videos <a href="https://youtu.be/9JBs4T-sd6E">https://youtu.be/9JBs4T-sd6E</a>  	CÂMERA fotográfica PINHOLE DE LATA (EXPERIÊNCIA de FÍSICA) - How to make pinhole camera - youtube  	

Para o 16.<sup>º</sup> encontro síncrono da pesquisa de campo, planejamos mostrar uma aplicação da homotetia inversa: a câmara escura. Iniciamos o encontro síncrono com uma revisão sobre

os elementos da homotetia, utilizando o vídeo do Manual do Mundo sobre a confecção do pantógrafo e a planilha dinâmica do GeoGebra do Piu Piu, ambos trabalhados no 12.<sup>º</sup> encontro síncrono. Posteriormente foi apresentada uma planilha do GeoGebra contendo a imagem de um lápis e um ponto. Contribuíram para a escolha da planilha a imagem do lápis, que remete à ideia de segmento de reta, e as caixas de seleção que mostram a opção de visualização das retas definidas pelo centro de homotetia e os vértices homólogos. A planilha permite que se visualizem a homotetia direta e inversa e a ampliação e redução do lápis. Esses recursos ajudariam na visualização dos elementos e das características da homotetia durante a revisão (Figura 56). A planilha revisou as características da homotetia direta e inversa, de ampliação e de redução.



**Figura 56.** Planilha do GeoGebra – Homotetia

Fonte: planilha do GeoGebra<sup>64</sup>

Após a manipulação da planilha, foi exibido o vídeo *Como fazer cinema na caixa/câmera escura – Experiência de física* (2012) do canal Manual do Mundo no YouTube. Nele, Iberê Thenório mostra a experiência da câmera escura e como a imagem se forma invertida no interior dela. Esse vídeo permitiu fazer as correlações com a homotetia inversa abordada no início do encontro que usou a planilha da Figura 56. Os estudantes perceberam que: o violão que será projetado na parede da câmera escura é a figura original na homotetia; o furo na caixa, que permite a entrada de luz no interior da câmera escura, é o centro de homotetia;

<sup>64</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/jUMSvpDR> Acesso em: 7 fev. 2022.

e a imagem projetada na parede da câmara escura é invertida devido à propagação retilínea da luz, analogamente à reta definida pelo centro de homotetia e os vértices homólogos das figuras homotéticas (Figura 57).



**Figura 57.** Vídeo *Como fazer cinema na caixa/câmara escura* (2012)  
Fonte: *Como fazer cinema na caixa/câmara escura – Experiência de física* (2012)

Para complementar, foi exibido outro vídeo do Manual do Mundo, denominado *Câmara escura com lente – Experiência de física* (2012). Nesse experimento, diferentemente do primeiro, foi possível que os estudantes, situados do lado externo da câmara escura, visualizassem a imagem invertida, devido à utilização de um papel vegetal como anteparo para a imagem projetada.

A atividade assíncrona convidava os discentes a assistirem ao vídeo sobre a Câmara fotográfica Pinhole e refletirem sobre os elementos e as características da homotetia inversa. A postagem resume as atividades desenvolvidas no 16.<sup>º</sup> encontro síncrono (Figura 58).

**Figura 58.** 16.<sup>a</sup> Postagem – Revisão e Homotetia Inversa  
Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 16 de fevereiro de 2022

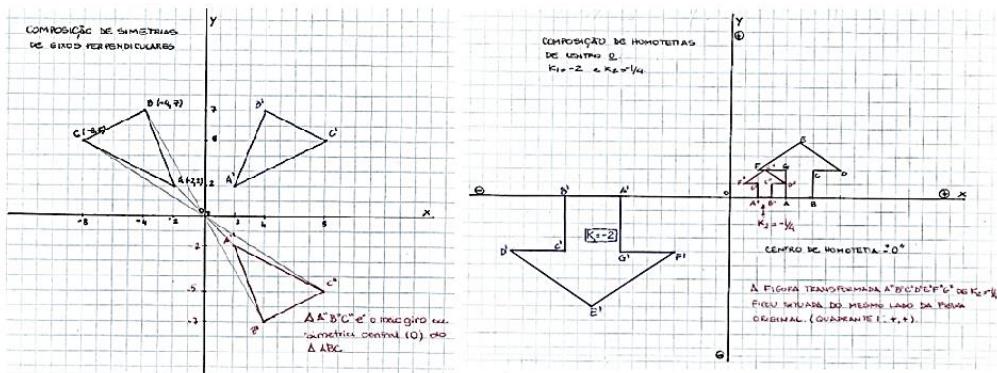
## 17.º Encontro

### Fragmento do Apêndice B

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Atividades Presenciais	Atividades no AVACAp.	Observações
17	Composição de simetrias de eixos perpendiculares. Composição de Homotetias (1ª aula presencial após o período de lockdown)	Meio Giro da Figura final  Cambalhota da figura	1	Visualizar que a transformação final de duas simetrias de eixos perpendiculares é o meio giro em relação ao ponto de concorrência dos eixos.  Visualizar através da homotetia que o produto de duas transformações de razões negativas gera uma figura de razão positiva.	Trabalho em folha quadriculada em aula presencial.	Manipulação na planilha do Geogebra disponível no AVACAp.	

O 17.º encontro da pesquisa de campo aconteceu presencialmente. As aulas foram retomadas na sede nova do CAP-UERJ. A pedido dos colegas de matemática do departamento e visando facilitar o entendimento de conteúdos futuros que pudessem ser abordados através desses recursos, foram abordados os assuntos: composição de simetrias de eixos perpendiculares e composição de homotetias de razões negativas. Nesse encontro foram feitas duas atividades em papel quadriculado.

Uma delas foi a composição de simetrias axiais de um triângulo, situado no 3.º quadrante: primeiro em relação ao eixo y e depois em relação ao eixo x. A outra atividade foi a composição de homotetias de uma figura de razões -2 e -1/4 em relação à origem do plano cartesiano (Figura 59).



**Figura 59.** Composição de Simetrias Transformações Geométricas – Atividade da 1.ª aula presencial

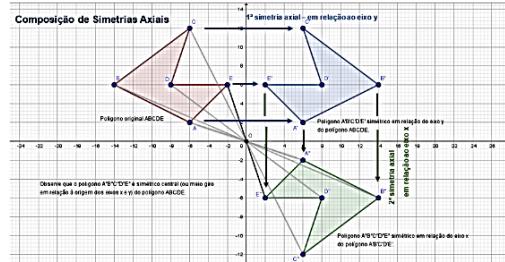
Fonte: arquivo da pesquisa de campo

A postagem do 17.<sup>º</sup> encontro – e primeira aula presencial após muito tempo de ensino remoto – serviu como registro da atividade (Figura 60).

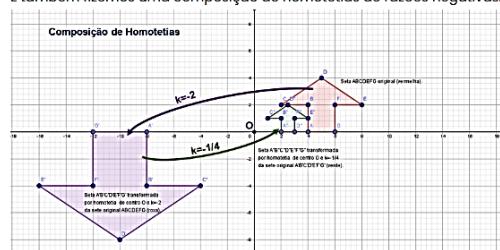
#### 23/02/2022 - Aula Presencial 1: Composição de Transformações Geométricas

Olá, caríssimos!

Na atividade de hoje, fizemos uma composição de simetrias axiais em relação aos eixos x e y do plano cartesiano no papel quadriculado.



E também fizemos uma composição de homotetias de razões negativas.



Assim relembramos as características e propriedades dessas transformações.

Faça os exercícios propostos no Geogebra:

Composição de Simetrias AxiaisGeoGebra

Composição de HomotetiasGeoGebra

Fiquei muito feliz de estar com vocês presencialmente ✨

Até mais.

**Figura 60.** 17.<sup>a</sup> Postagem – Composição de Transformações Geométricas

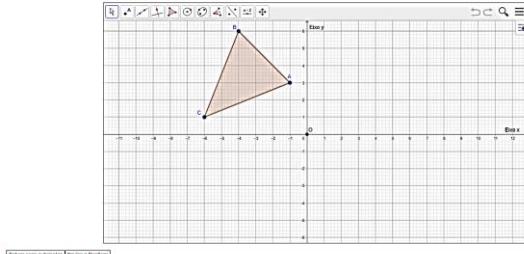
Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 23 de fevereiro de 2022

A atividade assíncrona convidava os estudantes a manipularem as planilhas do GeoGebra que retomava o mesmo conceito trabalhado na aula presencial (Figura 61).

**Composição de Simetrias Axiais**  
No arquivo do Geogebra, observe as distâncias (quadrados do milho quadriculado) de cada vértice do triângulo ABC, dada, em relação aos eixos perpendiculares x e y.  
Comissão:  
1) a simetria axial do triângulo ABC, dada, em relação ao eixo x.  
2)a simetria axial da transformação obtida no exercício 1 (triângulo A'B'C') em relação ao eixo y.  
3) Observe a transformação resultante do exercício 2 (triângulo A''B''C'') e o triângulo original (ABC). Qual a transformação geométrica existente?

R: \_\_\_\_\_

Transformações imóveis para este ato:

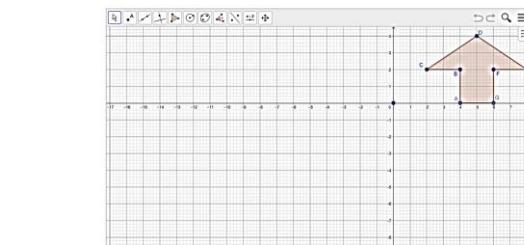


**Composição de Homotetias**

No arquivo do Geogebra, observe as distâncias (quadrados do milho quadriculado) de cada vértice da seta ABCDEF, dada, em relação ao Centro de Homotetia (O) situado no interseção dos eixos x e y.  
Comissão:  
1) a homotetia de razão k=2 da seta ABCDEF, dada.  
2) a homotetia de razão k=1/4 da transformação obtida no exercício 1 (seta A'B'C'D'E'F').  
3) Observe a transformação resultante do exercício 2 (seta A''B''C''D''E''F'') e o seta original (ABCDEF). As figuras ficaram do mesmo lado ou de lados opostos em relação ao centro de homotetia (O)?

R: \_\_\_\_\_

Transformações imóveis para este ato:



**Figura 61.** Atividade assíncrona da 17.<sup>a</sup> Postagem

Fonte: postagem elaborada pela regente no AVACAp-UERJ em 23 de fevereiro de 2022

Apresentamos as atividades que foram realizadas no ensino remoto e planejadas para desenvolver o conteúdo TG com linguagens híbridas (SANTAELLA, 2019), contendo recursos dinâmicos, vídeos e observações de objetos, instrumentos do cotidiano, composições artísticas que exemplificassem a congruência e a semelhança entre figuras geométricas e a proporcionalidades entre segmentos. A mediação e interação (VIGOTSKY, 2007) passa pela conversa, pela observação em conjunto, pelo uso de instrumentos e pelo olhar atento e estudioso

que percebe, visualiza, comprehende e internaliza. Os discentes dos anos finais da educação básica não podem prescindir de recursos que favoreçam a compreensão de conteúdos escolares e, em particular, conteúdos de Geometria. Peirce (CP5.212) ressaltou que os conceitos acessam o pensamento lógico pela percepção. Foi isso que o planejamento das atividades priorizou.

No próximo capítulo, apresentamos a interação vivenciada no ensino remoto, as atividades escolhidas para análise e a discussão dos resultados.

## CAPÍTULO VI - ANALISANDO AS TRANSFORMAÇÕES

Neste capítulo, apresentaremos as atividades que fizeram parte da intervenção pedagógica e as respectivas análises dessas atividades.

### 6.1 Sobre a Pesquisa

Esta pesquisa caracteriza-se pela abordagem qualitativa e possui natureza intervencionista. Bicudo (1993) ressalta que investigar qualitativamente é procurar compreensões e interpretações sobre o questionamento formulado, em busca de explicações mais convincentes, objetivas e claras. Segundo Kourganoff (1990), pesquisar significa congregar investigações, operações e trabalhos intelectuais ou práticos com o propósito de descobrir novos conhecimentos, intervir com novas técnicas e explorar ou gerar novas realidades. Garnica (1997, p. 111) ressalta que, em abordagens qualitativas, o termo “pesquisa” denota “[...] uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender” e projeta o olhar em direção à qualidade e aos componentes relevantes para o pesquisador.

Tal como Lüdke e André (1986), cremos que, no processo educativo, os fatos não podem ser desenredados ou desemaranhados de seu contexto original, o que dificulta o isolamento das variáveis envolvidas e a determinação objetiva dos responsáveis por determinado efeito ou causa. Para Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa não intenciona responder questões prévias ou testar hipóteses, mas priorizar a compreensão dos comportamentos pela visão dos envolvidos na pesquisa. Descritiva, a observação qualitativa considera dados como palavras ou imagens, que são analisados de forma indutiva. A fonte principal de coleta de dados é o ambiente natural. O foco da análise é o processo de investigação, de caráter primordial face aos resultados.

No panorama qualitativo, a pesquisa-intervenção direcionou a implementação das atividades e a análise. Spinillo e Lautert (2008, p. 295) afirmam que “[...] a pesquisa de intervenção comprehende tanto a ação do pesquisador para a produção do conhecimento como também a ação do pesquisador enquanto aquele que intervém sobre os indivíduos”. Nesse universo, a pesquisa-intervenção pode ser uma alternativa para a investigação das relações de causalidade. As autoras destacam que a causalidade em psicologia é relevante e complexa. Pesquisadores da área ressaltam a importância da identificação das mudanças no desenvolvimento e suas respectivas causas, mesmo reconhecendo a dificuldade de examinar e

estabelecer relações de causalidade. Bryant (1974, 1990 *apud* SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 295-296) afirma que uma das maneiras de atenuar essa questão “[...] é provocar a mudança através de situações específicas”. Tal alternativa define a natureza da pesquisa de intervenção e mostra sua tendência mais direta se comparada à observação sobre um determinado fenômeno estudado.

É importante considerar a pesquisa de intervenção no domínio dos debates sobre aprendizagem e desenvolvimento, observando que mudanças no comportamento podem estar relacionadas ao desenvolvimento e que pesquisas de intervenção podem atuar como experiências de aprendizagem (SPINILLO; LAUTERT, 2008).

Spinillo e Lautert (2008, p. 301) creem que o caráter da assistência proporcionada por um adulto que interage com a criança é um dos fatores primordiais na pesquisa de intervenção:

A instrução tutorada refere-se a uma assistência explícita sobre algo, requerendo do adulto um papel mais ativo do que na autodescoberta, visto que pode fornecer *feedback* e explicações a respeito da atuação da criança, propor regras ou estratégias de resolução, enfatizar aspectos ou princípios relevantes da situação, propor modelos para orientar e corrigir soluções e hipóteses inadequadas ou pouco efetivas.

Pesquisas de intervenção podem ocorrer em situações de laboratório e em sala de aula. Todavia, as intervenções que se desenrolam no ambiente da sala de aula, ainda que planejadas, não estão sujeitas a um controle rigoroso como nas situações experimentais. Na sala de aula, os alunos interagem com o professor, ou seja, com um adulto, mas também interagem entre si, o que configura um ambiente multifacetado de relações múltiplas e diversas no contexto escolar, onde as relações são determinadas pelos papéis sociais desempenhados por alunos e professor. No caso, estamos considerando a sala de aula adaptada para o ensino remoto estruturada em dois momentos: o ambiente de webconferência da RNP e o ambiente virtual de aprendizagem – o AVACAp.

## **6.2 Os Colaboradores**

Os parceiros neste trabalho são os estudantes do 7.º ano (12-13 anos) do Ensino Fundamental do Instituto Fernandes Rodrigues da Silveira, o CAp-UERJ. As atividades foram planejadas para serem desenvolvidas com as quatro turmas de 7.º ano sob a regência da professora doutoranda em 2020. O ano letivo de 2020 no CAp-UERJ se iniciaria em 16 de março de 2020, data postergada devido à pandemia de COVID-19. Os decretos n.º 46.970, de

13 de março de 2020 (RIO DE JANEIRO, 2020c)<sup>65</sup> e n.º 47.176, de 21 de julho de 2020 (RIO DE JANEIRO, 2020d)<sup>66</sup>, suspenderam as atividades pedagógicas, o que ocasionou a suspensão temporária da pesquisa de campo.

Embora as atividades e os exemplos tenham sido trabalhados com as quatro turmas de 7.º ano sob minha regência, a participação da Turma 71 foi significativa e importante para a evolução da pesquisa de campo, especialmente a observação ativa e curiosa de dois estudantes, nomeados aqui **A** e **V**.

Mesmo com as dificuldades do ensino remoto – adaptabilidade em relação ao novo modelo de ensino, problemas de conexão, eventuais instabilidades do AVACAp –, os estudantes da Turma 71 mostravam-se interessados no conteúdo, perguntavam e externavam suas dúvidas, faziam correlações com exemplos do cotidiano. A postura da turma em relação às aulas tornou o diálogo muito interativo, rico e produtivo.

Neste capítulo, escolhemos analisar a participação e interação dos estudantes da Turma 71 e de dois de seus integrantes (**A** e **V**) no decorrer dos encontros síncronos e em quatro atividades assíncronas relacionadas aos temas discutidos em nossas conversas: duas relacionadas às transformações geométricas isométricas e duas relacionadas ao bloco das transformações geométricas homotéticas.

O DMD do CAp-UERJ oferece a disciplina Desenho na grade curricular dos anos finais da educação básica ao 2.º ano do Ensino Médio. Assim, desde o 6.º ano os estudantes estão em contato com os termos e instrumentos específicos da disciplina.

Durante o período de isolamento social imposto pela pandemia da COVID-19, o CSEPE da UERJ aprovou, em 30 de julho, o ensino remoto emergencial (Deliberação n.º 14/2020<sup>67</sup>). O calendário acadêmico 2021-2021 passou a ser constituído por um Período Acadêmico Emergencial<sub>2</sub> (PAE<sub>2</sub>) de 13 semanas, de 13 de setembro a 17 de dezembro. No ensino remoto, para estudar, os estudantes precisaram se apropriar de *notebooks*, *webcams*, internet, conexão a cabo e conexão *wi-fi* – recursos que, até então, eram utilizados majoritariamente para entretenimento. No PAE, as aulas presenciais foram substituídas por encontros síncronos através do ambiente de webconferência da RNP e por atividades diversas registradas na plataforma Moodle – o Ambiente Virtual de Aprendizagem do CAp: o AVACAp. A pesquisa de campo foi realizada nesse contexto.

<sup>65</sup> Na UERJ, a suspensão das atividades foi regulamentada pelo Ato Executivo de Decisão Administrativa AEDA-013/Reitoria/2020 (Anexo F).

<sup>66</sup> Regulamentado pelo AEDA-35/REITORIA/2020 (Anexo G).

<sup>67</sup> Anexo D.

Para análise foram escolhidos quatro momentos do PAE<sub>2</sub> – incluindo encontros síncronos e atividades assíncronas – que pudessem mostrar o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes do 7.º ano de 2021 do CAp-UERJ sobre a visualização a partir da congruência até a proporcionalidade e a semelhança entre figuras planas, utilizando as transformações geométricas isométricas (translação, rotação, simetria axial e simetria central) e não isométricas (homotetia).

As atividades tinham o objetivo de levar os discentes a observar e analisar forma, tamanho e posição das figuras no plano, através de processos gráficos, imagens, vídeos, animações e planilhas dinâmicas do GeoGebra, e assim conduzir a pesquisadora a responder a seguinte questão de pesquisa:

– De que forma as transformações geométricas mediadas pelas linguagens híbridas e por *software* de geometria dinâmica contribuem para a visualização a partir da congruência até a semelhança entre figuras geométricas?

O Quadro 20 organiza as atividades escolhidas para análise, os objetivos específicos, os recursos utilizados e os instrumentos de produção de dados.

**Quadro 20.** Momentos pedagógicos analisados na pesquisa de campo (Continua)

		Atividade	Objetivos	Recursos	Instrumentos de Produção de Dados
As Atividades das Transformações Isométricas	1	A Translação em <i>O caminho</i> e em outros recursos	Observar a transformação geométrica Translação e identificar suas características.	Curta animação <i>O caminho</i> , vídeo <i>Isto é Matemática</i> , planilhas dinâmicas no GeoGebra, obras de Escher, imagens variadas, sala de videoconferência RNP, AVACAp.	Informações levantadas nas gravações das aulas; anotações da pesquisadora, formulário do Google Forms.
	2	Observando a Rotação, a Reflexão e o Meio-Giro	Observar as transformações geométricas Rotação, Reflexão e Meio-Giro e	Planilhas dinâmicas no GeoGebra, imagens variadas, sala de	Informações levantadas nas gravações das aulas, anotações da

			identificar suas características.	videoconferência RNP, AVACAp.	pesquisadora, formulários do Google Forms.
--	--	--	-----------------------------------	-------------------------------	--

**Quadro 20.** Continuação

Atividades das Transformações Não Isométricas	3	Sobre Proporcionalidade e Semelhança	Observar a proporcionalidade entre as dimensões das figuras e identificar a existência da semelhança.	Fórum no AVACAp; planilhas dinâmicas no GeoGebra, Paint, imagens diversas; sala de videoconferência RNP, AVACAp.	Informações levantadas nas gravações das aulas, anotações da pesquisadora, respostas dos estudantes no Fórum do AVACAp.
	4	A Homotetia no GeoGebra ClassRoom	Observar a relação homotética entre duas figuras e identificar seus elementos e suas características: o alinhamento dos vértices homólogos, a congruência dos ângulos correspondentes; o paralelismo dos lados homólogos.	GeoGebra Classroom, sala de videoconferência RNP, AVACAp.	Informações levantadas nas gravações das aulas, anotações da pesquisadora, respostas dos estudantes no Fórum do AVACAp.

Fonte: elaborado pela autora

As atividades foram planejadas para desenvolver com os estudantes do 7.<sup>º</sup> ano do Ensino Fundamental a visualização a partir da congruência até a proporcionalidade e a semelhança entre figuras, através das transformações geométricas isométricas e da homotetia. Planejamos trabalhar com recursos que dialogassem com outras áreas do conhecimento, conforme orientam os PCN:

[...] é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento”. (BRASIL, 1998, p. 51)

Para isso, utilizamos recursos visuais e dinâmicos – imagens, vídeos, programas de geometria dinâmica – próprios das linguagens híbridas (SANTAELLA, 2019). A utilização de recursos visuais favorece o processo de ensino com estudantes do Ensino Fundamental e é justificada por Santaella (2012a), que ressalta a rapidez como as imagens são processadas no cérebro humano em relação aos textos, por possuírem um maior valor de atenção, o que faz com que a informação permaneça mais tempo no cérebro. A autora enfatiza que “[...] somos mais capazes de memorizar descrições de objetos a partir de imagens do que a partir de palavras” (SANTAELLA, 2012a, p. 109).

Nos encontros síncronos do PAE<sub>2</sub>, foram abordadas as características das transformações geométricas isométricas (a congruência das medidas lineares e angulares) e da transformação geométrica não isométrica – a homotetia – (a proporcionalidade dos lados homólogos e a congruência dos ângulos correspondentes). Nas atividades assíncronas, buscamos verificar a percepção dos estudantes sobre cada tema desenvolvido nos encontros *online*. Analisaremos algumas transcrições resultantes das interações entre estudantes e professora nos encontros síncronos e as respostas das atividades assíncronas relacionadas aos conteúdos desenvolvidos nos respectivos encontros síncronos. Nas transcrições, os estudantes serão identificados pelas iniciais do nome, e a professora será identificada por P.

## **6.3 O Bloco das Atividades das Transformações Geométricas Isométricas**

### **E – A Translação em *O caminho* e em outros recursos**

No encontro síncrono, realizado em primeiro de setembro de 2021, recapitulei o conteúdo trabalhado no encontro anterior, quando foram utilizadas três planilhas do GeoGebra para apresentar a transformação geométrica translação. Durante o encontro conversamos sobre as características da translação.

De acordo com Arcavi (2003, p. 56), “[...] a interpretação, o uso e reflexão sobre desenhos” fazem parte da visualização. As imagens dinâmicas colaboram para o desenvolvimento da visualização (PINHEIRO; ALVES; ARAÚJO, 2020; PRESMEG, 1986), o que justifica a utilização das planilhas dinâmicas do GeoGebra. Na planilha de Simetria de Translação (Figura 62), as carinhas azuis eram as figuras originais (fixas no plano); e as carinhas cinzas, figuras transformadas conforme o vetor, movimentavam-se no plano conforme a direção, o sentido e o tamanho dos vetores (horizontais **e** e **f**; verticais **g** e **h**; inclinados **u**, **w**, **z** e **v**) definidos pelo manuseio do estudante. As cores mostram a posição e o deslocamento da figura transformada e ajudam o estudante a visualizar a posição e o tamanho do deslocamento

em relação à carinha original. A planilha dinâmica (imagem colorida + movimento) foi um dos recursos híbridos (SANTAEILLA, 2019) que favoreceram a compreensão da transformação. Vejamos este diálogo com os alunos:

**P:** O que a gente viu na semana passada? A gente trabalhou com 3 planilhas do GeoGebra. A das carinhas felizes ... (o que essa planilha fazia?), a do Garfield/Oggie com triângulos e a do Cristiano Ronaldo/Fusca/Sapinho.

**A:** Mudavam de lugar.

**H:** Translação.

**F:** Se movia.

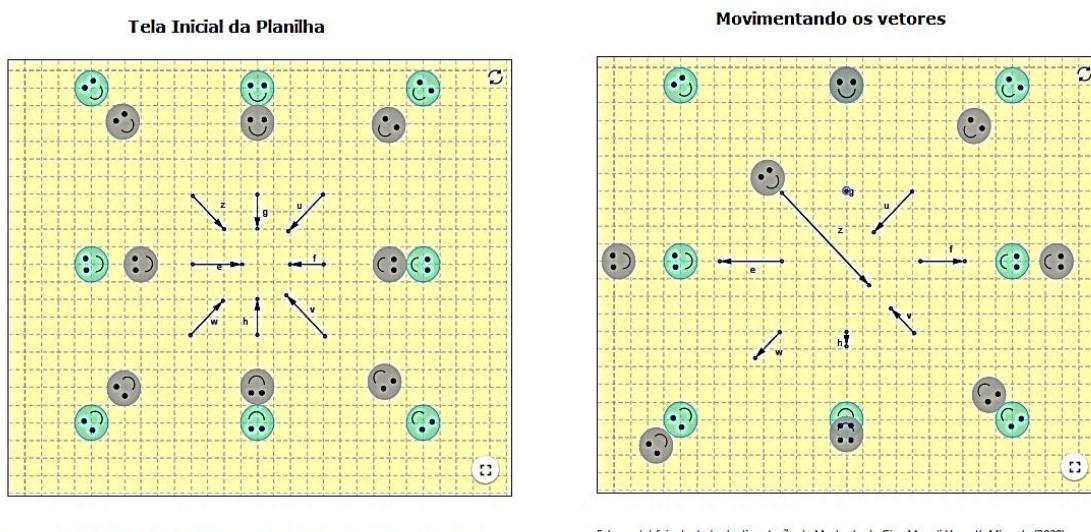
**P:** Ela se movia de acordo com o quê?

**F:** com um segmento de reta.

A Estudante F contribuiu para a conversa, dizendo que o movimento das carinhas acontecia de acordo com um segmento de reta, mostrando que tal movimento tinha um início e um fim.

**P:** Uma carinha azul (que era a original),

**A:** A carinha cinza se movia com a setinha e aí ela conseguia ficar no mesmo lugar que a carinha azul. Elas ficavam para cima e para baixo.



**Figura 62.** Planilha dinâmica de Simetria de Translação

Fonte: capturas de tela da planilha do GeoGebra<sup>68</sup>

É essencial destacar dois elementos na narrativa de A: a setinha e a sobreposição das carinhas. O uso do termo “setinha” sugere algo além do termo utilizado por F, pois, além da ideia de direção e de tamanho informada pelo segmento de reta, a seta indica o sentido do

<sup>68</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/emv2vtu8> Acesso em: 23 ago. 2021.

deslocamento, sinalizando o lugar onde a carinha cinza deveria estar. A percepção de que as carinhas podem ficar no mesmo lugar, sobrepostas, também é importante, pois mostra que as figuras possuem o mesmo tamanho, são congruentes, importante característica das transformações geométricas isométricas (preservam as medidas lineares e angulares). No caso das carinhas da planilha dinâmica, os diâmetros são congruentes. A isometria foi ressaltada pela docente na conversa.

**P:** Isso mesmo, **A**, e a gente percebeu que, quando ela (carinha cinza) ficava em cima da carinha azul, o tamanho era o mesmo. Isso acontecia com todas as outras carinhas (cinzas). Essa setinha nos dava... não era uma setinha apenas.

**L:** É o vetor.

**P:** Ela nos dava o tamanho desse deslocamento. Então ela nos informava a medida do deslocamento, a direção e o sentido.

**P:** O vetor. Exatamente, **L**. Esse vetor é importante para transformação. E a gente viu também que ela podia acontecer com qualquer forma. Mostrei isso na planilha do Garfield/Oggie, que são formas bem diferentes, assim como se pode aplicar nos triângulos, que são polígonos. E depois nós vimos uma outra planilha que mostrava a bola que o Cristiano Ronaldo chutava para o gol e o fusca se deslocando e o sapinho pulando. Todos esses casos apresentam as transformações que possuem um nome. Que nome se dá as essas transformações?

**V:** Translação.

**H:** Translação.

O Estudante L identificou o vetor da TG, acrescentando a setinha, identificada por **A**, com o segmento de reta, reconhecido por F. Nesse momento fiz a correlação com as outras planilhas trabalhadas no primeiro encontro síncrono (Figura 63), que aplicavam a mesma TG, identificada por **V** e **H**.

**Figura 63.** Planilhas dinâmicas apresentadas no 1.º Encontro Síncrono

Fonte: capturas de tela da planilha do GeoGebra<sup>69</sup>

<sup>69</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/yqntnpvm> e em: <https://www.geogebra.org/m/vw9utjdr> Acesso em: 23 ago. 2021.

Essa conversa introdutória promoveu uma importante interação (VIGOTSKY, 2007) e visou relembrar as características da TG que estava sendo estudada. A planilha dinâmica das carinhas tinha o propósito de movimentar as carinhas cinzas à medida que a manipulação das setinhas (vetores) acontecia. Dessa forma foi possível mostrar aos estudantes o movimento das figuras deslizando na tela (plano) conforme o tamanho, a direção e o sentido do vetor, característica da translação; e a congruência entre as figuras ao ficarem sobrepostas, característica das transformações geométricas isométricas. Nas planilhas seguintes, o objetivo era mostrar que também era possível aplicar a translação em outras figuras geométricas e desenhos.

No segundo momento do encontro síncrono, foram apresentados à turma os vídeos *O caminho* (2007) e *Isto é Matemática* (2013). Por problemas de conexão<sup>70</sup>, não consegui exibir os vídeos programados. Solicitamente a Estudante A fez a gentileza de apresentá-los para a Turma 71.

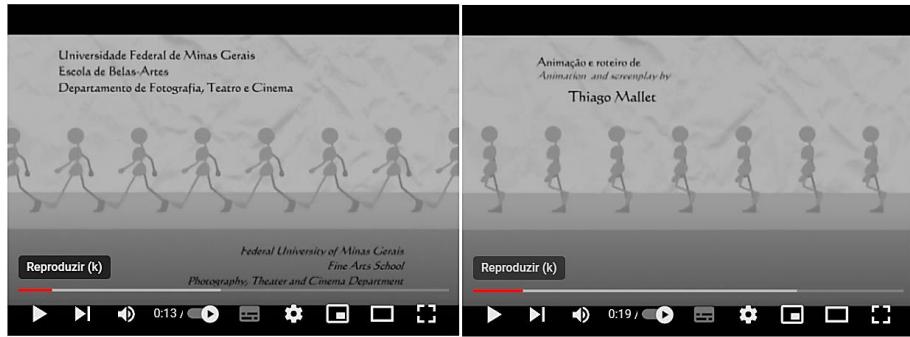
O vídeo constitui-se de uma linguagem híbrida (SANTAELLA, 2019) na qual a matriz sonora, a matriz visual e a matriz verbal estão reunidas para comunicar a mensagem. Entretanto, *O caminho* (2007), como a maioria dos curtas de animação, prioriza as matrizes visual e sonora (imagem e som) para contar a história. O objetivo da exibição do vídeo era instigar a observação e a percepção dos estudantes sobre a existência da TG que estava sendo estudada. Bairral (2009, p. 60) enfatiza que

[...] seja em que contexto for uma animação deve ter como princípios: a motivação, o envolvimento do sujeito (observação), o estímulo constante para a observação e criação e o desenvolvimento da capacidade imaginativa, criadora e comunicativa do sujeito.

O vídeo (Figura 64) exibido deixou os estudantes curiosos e envolveu a maioria deles, mostrando ser um recurso interessante para estimular a observação da audiência, como Bairral (2009) ressaltou.

---

<sup>70</sup> Durante o PAE, a minha conexão particular com a internet ficava lenta nos horários considerados de pico (10 h às 13 h) com grande número de conexões simultâneas, dificultando o compartilhamento de vídeos e de outros recursos *online*.



**Figura 64.** Início do curta de animação *O caminho* (2007)

Fonte: capturas de tela das cenas iniciais de *O caminho* (2017)

Após a exibição, eu e os estudantes conversamos sobre a mensagem do curta de animação. Destaquei que o vídeo, produzido em 2007, havia participado do Anima Mundi Festival<sup>71</sup> e perguntei a opinião deles sobre o vídeo de animação. De maneira geral, a turma gostou. Uns acharam legal, como V; outros, triste – e alguns, “meio louco”, como A.

Após a troca de impressões gerais, a conversa voltou-se para a identificação da TG presente no curta de animação exibido.

**P:** Que transformações geométricas podemos identificar no vídeo?

Alguns estudantes responderam no *chat* e identificaram a translação. O Estudante Y confundiu o nome da TG com um dos seus elementos. Entretanto, Y antecipa a resposta do próximo questionamento e identifica o deslocamento com o vetor da transformação.

**Y:** Deslocamento? Vetor.

**JP:** Translação?

**FH:** Translação?

A docente confirma que uma das TG presentes no vídeo é a translação e pergunta sobre o vetor. A mostra que ainda não está segura quanto ao conceito de vetor.

**P:** Translação, exatamente. E vocês conseguem identificar o vetor dessa translação?

Os bonequinhos andando todos iguaizinhos para trás é uma translação. Translação horizontal que vai da esquerda para direita. E qual é o vetor dessa translação?

**A:** O que é vetor mesmo?

O processo de visualização precisa ser estimulado (KALEFF, 2016). Assim, voltei a observar os elementos que compõem o vetor, mostrando o movimento das figuras do vídeo. Y responde que o vetor é o chão, identificando apenas a direção do vetor, mas não distinguindo o sentido e o tamanho. Fiz uma intervenção afirmando que o “chão” é uma resposta muito ampla

<sup>71</sup> O Anima Mundi Festival “foi criado em 1993, a partir do sonho dos animadores brasileiros Marcos Magalhães, Aida Queiroz, Cesar Coelho e Léa Zagury, que se conheceram num curso de animação que a Embrafilme fez em cooperação com o National Film Board do Canadá em 1985” (GOMES, 2008, p. 20).

e destaquei que as figuras do vídeo se movem em trechos determinados. Após essas observações, **A** observou que o tamanho do vetor seria o passo das figuras.

**P:** O vetor é o deslocamento. Eles estão na horizontal e indo da esquerda para direita. E qual é o tamanho?

**Y:** o chão.

**P:** O chão, **Y**, é muito amplo. Eles estão se deslocando de pouquinho a pouquinho. Que pouquinho é esse?

**A:** Cada passo.

**P:** O passo. Exatamente, cada passo.

Podemos visualizar as TG em situações diversas do cotidiano (KALEFF, 2016), por isso foi escolhido um vídeo que mostrasse algumas aplicações existentes na azulejaria e no trabalho do artista gráfico holandês M. C. Escher. Perguntei aos estudantes se eles já haviam ouvido falar de Escher, porém afirmaram que não conheciam o artista.

**P:** Essas transformações que estamos vendo também estão presentes nos azulejos que recobrem as paredes de cozinhas, banheiros e em revestimentos de assoalhos de casas. O vídeo do Museu Nacional do Azulejo mostra algumas transformações e fala de um artista que aplicou as transformações em suas obras: Escher. Vocês já ouviram falar de Escher?

**H:** Não.

**A:** Não.

No vídeo *Isto é Matemática* (2013), o matemático Rogério Martins visita o Museu do Azulejo em Portugal e, além de mostrar desenhos de pavimentações diversas, também apresenta o trabalho de Escher, repleto de TG. Após a exibição, os estudantes manifestaram as opiniões sobre o vídeo. A maioria achou interessante, inclusive os estudantes **A** e **V**.

Uma passagem muito interessante desse encontro síncrono aconteceu quando **A** associou as obras das construções impossíveis de Escher com as escadas mágicas do Castelo de Hogwarts, a escola de magia dos filmes de Harry Potter (Figura 65). **A** evocou um outro tempo registrado em sua memória (DAMÁSIO, 2000) e fez as correlações com as novas observações, o que enriqueceu um momento da intervenção pedagógica (LIBÂNEO, 2013, 2011; VIGOTSKI, 2007). O passeio pelo Museu do Azulejo, através da exibição do vídeo *Isto é Matemática* (2013), fez o Estudante AG externar que “*Nunca mais vou olhar um azulejo da mesma forma*”.



Escadas Móveis do Castelo de Hogwarts - Escola de Magia, Filme Harry Porter

ESCHER. Relatividade, litografia, 1953.

**Figura 65.** Hogwarts X Relatividade

Fonte: imagens da internet

**P:** Então turma, a gente pode perceber na azulejaria várias transformações geométricas...  
E no trabalho de Escher também.

**A:** Acho que Escher foi arquiteto de Hogwarts e fez aquelas escadas doidas.

**AG:** Nunca mais vou olhar um azulejo da mesma forma.

Compartilhei com a turma a página do *site* MC Escher Symmetry<sup>72</sup> e mostrei outros trabalhos do artista. Durante a exibição das obras, pedi que observassem e identificassem a TG que estava sendo estudada nas obras de Escher exibidas.

Após a exibição de alguns estudos do artista, **A** verbaliza que, até aquele momento, entendia a translação como o movimento da Terra no Sistema Solar. Expliquei que esse movimento da Terra é feito ao redor do Sol. É algo que acontece no espaço. E que a TG que estava sendo estudada relaciona-se com as distâncias entre os pontos de uma figura e de sua cópia em uma superfície plana. A cópia desliza no plano em relação à figura original segundo um vetor. **A** pergunta o que seria o vetor na obra de Escher que estava sendo exibida.

**A:** Aí o vetor... Aí, no caso é o quê? Cada nadada que o peixe dá?

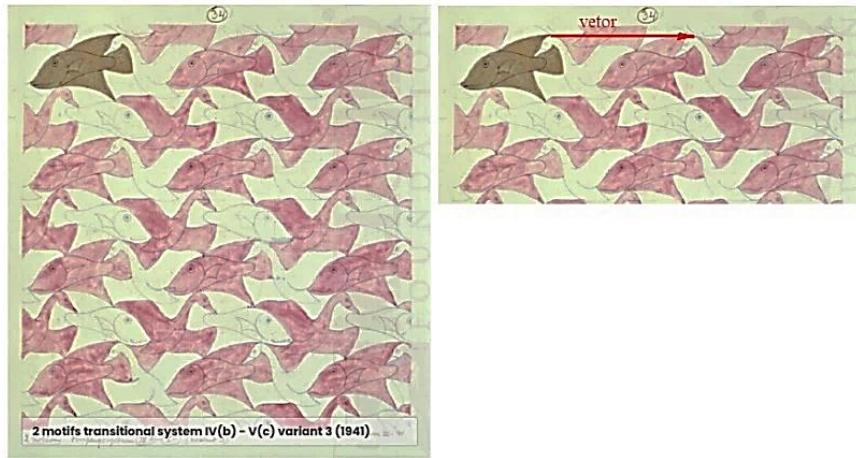
Resolvi mostrar o vetor em uma captura de tela da própria obra exibida, explicando para **A** e para os demais alunos (Figura 66).

**P:** A distância da ponta da nadadeira do peixe mais escuro até a ponta da nadadeira da cópia do peixe. Se você perceber, essas distâncias são as mesmas.

**A:** Esse é o vetor?

**P:** Sim. Vou compartilhar com vocês um exemplo no GeoGebra.

<sup>72</sup> Disponível em: <https://mcescher.com/gallery/symmetry/> Acesso em: 2 set. 2021.

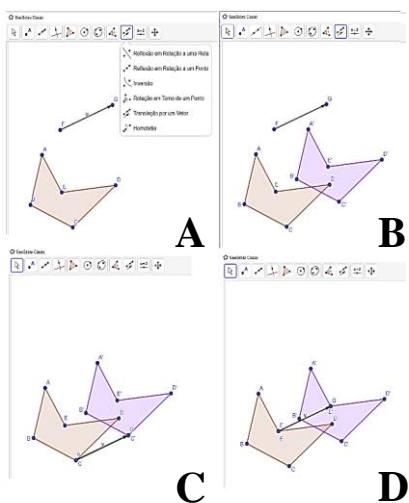


**Figura 66.** Destaque de um vetor na obra de Escher  
Fonte: site MC Escher Symmetry

Na sequência, compartilhei a tela do *software* GeoGebra. Construí no *software*, como exemplo, um pentágono irregular e um vetor e comuniquei aos discentes o que faria na sequência: a translação do pentágono segundo o vetor  $u$  (Figura 67-A e Figura 67-B).

O propósito era mostrar que as distâncias entre os vértices correspondentes do polígono original e da cópia transladada possuem o mesmo tamanho, ou seja, são congruentes ao tamanho do vetor (Figura 67-C e Figura 67-D).

**P:** Vou usar a ferramenta translação por um vetor disponível no GeoGebra (Figura 67-A). Translação de quê? Do polígono de acordo com o vetor. Surgiu outro polígono congruente ao primeiro (Figura 67-B). Então, se eu deslocar o vetor passando em cada vértice do polígono original, a gente pode verificar que o vetor termina no vértice correspondente do polígono copiado e que as distâncias são as mesmas (Figuras 67-C e D).



**Figura 67.** Distâncias dos vértices correspondentes na translação  
Fonte: capturas de tela da construção feita pela autora no GeoGebra

Para Pinheiro, Alves e Araújo (2020), o trabalho com o GeoGebra associado à percepção do movimento pode estimular o estudante a fazer conjecturas. As imagens dinâmicas favorecem a visualização (PRESMEG, 1986). A construção de um exemplo no GeoGebra auxiliou a esclarecer a dúvida de A e do Estudante JP. As imagens trabalhadas no GeoGebra contribuíram para a visualização do vetor na figura transladada. A linguagem visual (SANTAELLA, 2019) viabilizou o processo de entendimento do conteúdo apresentado.

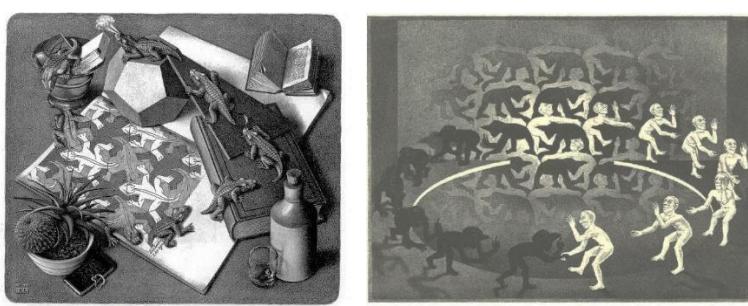
No momento seguinte, A fez a descrição do que entendeu sobre o vetor e novamente destaquei que a noção de vetor agrega um terceiro elemento ao segmento de reta (que indica apenas tamanho e direção): o sentido.

A: Agora eu entendi de verdade o que é vetor. Vetor é a distância dos vértices da cópia à imagem antiga.

P: Isso. Vou mudar a cor do pentágono cópia e deslocar o vetor novamente para visualizar que as distâncias entre os vértices correspondentes é a mesma. O tamanho é o mesmo e precisa deslocar no mesmo tamanho. Por que que a gente chama de vetor? Porque o segmento de reta não tem sentido. Ele só tem direção e tamanho, comprimento. O sentido é informado pela setinha. O vetor tem a setinha, logo informa a direção, o sentido e o tamanho do deslocamento.

JP: Agora eu entendi.

O vídeo *Isto é Matemática* (2013), sobre o Museu do Azulejo e Escher, mostrou obras em que o artista parecia se divertir com a representação do bi e do tridimensional. As litografias *Répteis* e *Encontro* (Figura 68) exemplificam esse registro de transição da representação 2D para a representação 3D. Em *Répteis*, Escher representa os jacarés saindo da tela da obra, passeando sobre os objetos e voltando para a obra. Faz o mesmo na obra *Encontro*: representa os homens saindo do plano de fundo, caminhando em trajetória elíptica (perspectiva do círculo) e cumprimentando-se no primeiro plano da obra. O entendimento dessa passagem nas obras de Escher fazia sentido para os estudantes, pois, no programa de curso da disciplina Desenho no CAp-UERJ, o conteúdo Figuras Planas e Não Planas e suas respectivas representações é abordado no 6.º ano do Ensino Fundamental.



**Figura 68.** Obras de Escher  
Fonte: MC Escher Symmetry

Após observar as obras de Escher e o exemplo no GeoGebra da Figura 67, V visualizou a possibilidade de representação de figuras não planas através da translação. Associou o vetor com a reprodução da terceira dimensão nas representações de um objeto em 3D, ou seja, em perspectiva: a mediação didática (D'ÁVILA, 2011; LIBÂNEO, 2013) promovendo a mediação simbólica (VIGOTSKY, 2007).

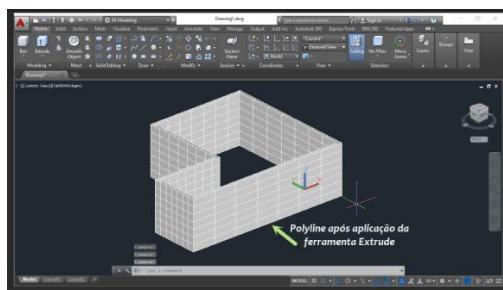
**V:** Para fazer uma figura 3D sempre existe um vetor?

**P:** Dá para desenhar uma figura 3 D com um vetor. Se eu fechar essas figuras...

**A:** Então o vetor... Por exemplo, um cubo... Então aquelas linhas que ligam cada vértice é um vetor?

**P:** Podem ser congruentes a um vetor. Por exemplo, poderia construir um prisma aqui. Vou construir aqui um triângulo.

No fluxo da conversa, A descreve sua visualização de como um cubo seria gerado. A descrição de A sobre a geração do cubo lembra uma ferramenta do *software* Autocad para representar peças tridimensionais a partir de uma linha poligonal fechada denominada extrusão (Figura 69). A descrição da Estudante A evocou minhas imagens mentais (DAMÁSIO, 2000) e me fez lembrar de uma atividade no referido *software*.



**Figura 69.** Exemplo de extrusão do AutoCad  
Fonte: AprenderWeb<sup>73</sup>

Voltando ao GeoGebra, construí um quadrado e um vetor para ilustrar o processo de visualização de A, que concordou com a representação feita. A linguagem híbrida formada pela junção da imagem em movimento com a descrição verbal. O movimento do GeoGebra (PINHEIRO; ALVES; ARAÚJO, 2020) conduz a visualização do processo descritivo. Para a representação ficar bem próxima da perspectiva de um cubo, desenhei as arestas tracejadas – as arestas internas naquele ângulo de visão (Figura 70).

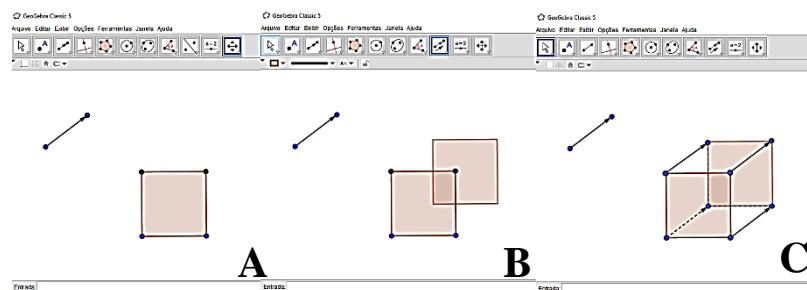
**A:** E... tipo assim, você construir uma carreira de quadrados... Quer dizer... um cubo, dá um espaço, um cubo, um espaço, aí botar um vetor. Aí, entre um e outro vai criar outro cubo.

<sup>73</sup> Disponível em: <https://aprenderweb.com.br/wp-content/uploads/2016/02/desenho-finalizado-apos-o-uso-da-ferramenta-extrude.png> Acesso em: 15 dez. 2022.

**P:** Sim. Construí um quadrado e um vetor, aqui. Agora vou fazer a translação desse quadrado com esse vetor. Se eu ligar os vértices correspondentes, crio um cubo.

**A:** Então... era dessa linha que eu tava falando.

**P:** Vou colocar essas linhas tracejadas para indicar que estão dentro do cubo.



**Figura 70.** Exemplificando a translação de um quadrado

Fonte: capturas de tela da construção feita pela autora no GeoGebra

Após responder a questão de **A**, fui esclarecer a dúvida de **V**. Compartilhei uma nova tela no GeoGebra com exemplo de outra figura (um triângulo) em outra posição com um outro vetor (vertical e para cima).

**P:** A mesma construção eu posso fazer com um triângulo. Vou traçar o vetor para cima e na vertical. Vou fazer a translação do triângulo de acordo com o vetor. Observe que se eu copiar o vetor e colar nos vértices correspondentes, o tamanho será o mesmo. E precisa ser o mesmo, pois a translação foi feita com o tamanho do vetor.

Destaquei que a representação formada pelo conjunto triângulo original, triângulo transladado e segmentos que unem os vértices correspondentes dos triângulos (cópias do vetor) recebe o nome de prisma: um sólido geométrico (Figura 71). Esse foi um momento muito importante da interação. O Estudante **V** visualizou, através da união das figuras transladadas, um sólido geométrico. A visualização de uma situação plana (a translação) promovendo uma visualização de objeto tridimensional (PRESMEG, 1986; SENECHAL *apud* COSTA, 2000).

**P:** Se considerarmos o sólido formado por esse conjunto (triângulo original, triângulo cópia e segmentos cópias do vetor), teremos um prisma de base triangular. Certo?

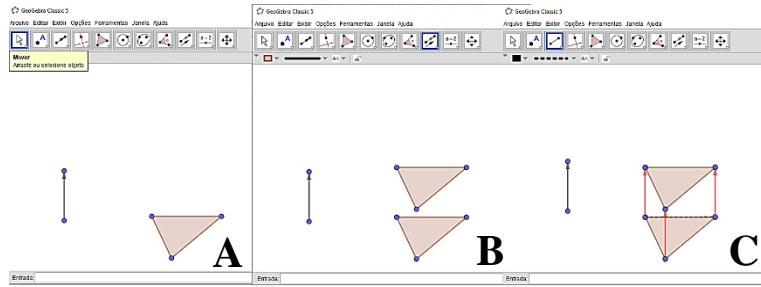
**V:** Ok.

**A:** Sim.

**JP:** Sim.

**FH:** Sim.

**I:** Sim.



**Figura 71.** Exemplificando a translação de um triângulo  
Fonte: capturas de tela da construção feita pela autora no GeoGebra

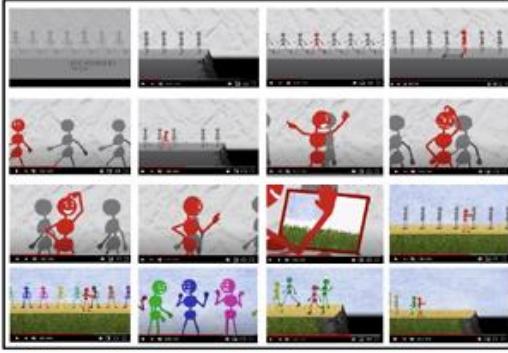
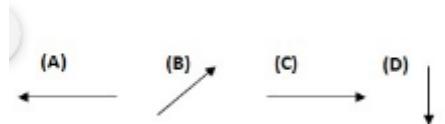
É significativo destacar que a translação é uma transformação geométrica plana que pode remeter a uma representação tridimensional, como no caso da Figura 70C e da Figura 71C. Os estudantes **A** e **V** visualizaram a possibilidade de representação de objetos 3D ao se depararem com os exemplos de polígonos transladados. Isso sugere que exercícios de representação de objetos tridimensionais em superfícies planas deveriam ser desenvolvidos mais frequentemente com estudantes ao longo do Ensino Fundamental.

Para concluir o encontro síncrono do dia, fiz uma breve introdução sobre a próxima transformação que seria estudada e convidei os estudantes a observarem novas obras de Escher e outro exemplo construído na tela do GeoGebra.

A atividade assíncrona relativa a esse encontro consistia em responder um formulário do Google (Apêndice C) cujo objetivo era levar os estudantes a identificarem as características da translação trabalhadas durante o encontro síncrono: a congruência entre as figuras; a direção, o sentido e o tamanho do deslocamento (vetor) das figuras. As perguntas do *Forms<sub>1</sub>* estão organizadas no Quadro 21.

O *Forms<sub>1</sub>* foi respondido por 97 dos 119 estudantes do 7.<sup>º</sup> ano, incluindo a Turma 71. As respostas dos estudantes **A** e **V** serão divulgadas posteriormente às respostas dos estudantes do 7.<sup>º</sup> ano. O propósito de observar as respostas do *Forms<sub>1</sub>* não é realizar um levantamento meramente estatístico, e sim visualizar pelos gráficos o entendimento das outras turmas no decorrer dos encontros síncronos.

**Quadro 21.** Sobre o vídeo de animação *O caminho* (2007) de Thiago Mallet

	
<p>1) Existem formas geométricas no vídeo <i>O caminho</i>? Caso positivo, escreva uma que você tenha visto. R. _____</p>	<p>2) No início do vídeo <i>O caminho</i>, os caminhantes possuem</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) formas diferentes e cores diferentes.</li> <li>b) formas iguais e cores diferentes.</li> <li>c) formas diferentes e cores iguais.</li> <li>d) formas iguais e cores iguais</li> </ul>
<p>3) Quanto ao tamanho das figuras dos caminhantes</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) possuem o mesmo tamanho.</li> <li>b) possuem tamanhos diferentes.</li> </ul>	<p>4) No vídeo os caminhantes estão andando...</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) para cima</li> <li>b) para baixo</li> <li>c) na horizontal para a direta</li> <li>d) na horizontal para esquerda</li> </ul>
<p>5) Os caminhantes estão se deslocando</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) na mesma velocidade.</li> <li>b) em velocidades diferentes.</li> </ul>	<p>6) A distância entre um caminhante e outro é</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) um passo</li> <li>b) um pouco maior que um passo</li> <li>c) um pouco menor que um passo</li> <li>d) zero</li> </ul>
<p>7) Marque a opção que representa o deslocamento dos caminhantes no vídeo.</p> 	<p>8) Em que momento do vídeo os caminhantes param de andar para trás? R. _____</p>
<p>9) O que muda na parte do vídeo em que os caminhantes ficam diferentes?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) o tamanho</li> <li>b) a cor</li> </ul>	<p>10) Na parte “cinza” do vídeo os caminhantes</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) possuem tamanhos diferentes e cores diferentes</li> <li>b) andam em direções diferentes, com deslocamentos distintos</li> <li>c) possuem a mesma forma e cores iguais</li> <li>d) todos andam na horizontal, para traz e com o mesmo deslocamento.</li> </ul>

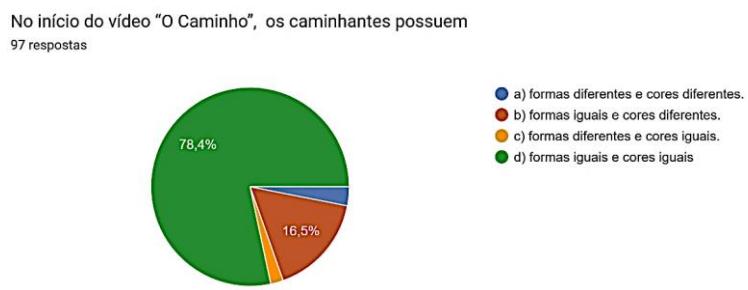
Fonte: elaborado pela autora

Para estimular a observação das formas geométricas presentes no vídeo, a questão 1 tinha o objetivo de fazer o estudante observar e registrar o reconhecimento de pelo menos uma dessas formas no curta de animação. Na pergunta aberta, a maioria identificou o círculo (60

identificações) e o retângulo (53 identificações) como 2 das formas geométricas presentes no vídeo. Outras identificações surgiram, mas em número expressivamente menor<sup>74</sup>. **A** e **V** visualizaram círculos e retângulos: **A**: “*Retângulos e círculos*”; **V**: “*Sim, circunferências e retângulos*”.

Nas perguntas 2 e 3 do formulário o estudante deveria observar forma, cor e tamanho iniciais dos caminhantes do vídeo para, em um momento posterior, visualizar os elementos da TG existente. A observação da cor dos caminhantes é interessante, pois será modificada após um momento crítico ao final do vídeo.

A Figura 72 mostra que 76 estudantes identificaram que a forma e as cores eram iguais, informações importantes para registro do trecho do filme em que a translação é a TG presente na movimentação dos caminhantes. A observação da cor é importante, pois, em determinado momento do curta, os caminhantes ficam coloridos e a TG se altera (reflexão). O setor circular vermelho indica que 16 estudantes perceberam que a forma dos caminhantes era a mesma, mas não identificaram corretamente a cor do trecho solicitado<sup>75</sup>. O setor circular laranja indica que 2 estudantes, apesar de visualizarem as cores iguais dos caminhantes, não perceberam que a forma dos caminhantes também era a mesma. O setor circular azul indica que 3 alunos entenderam que a forma e as cores dos caminhantes no início do filme eram diferentes. Os estudantes **A** e **V** optaram pela letra d (formas iguais e cores iguais) na questão 2.



**Figura 72.** Levantamento das respostas da 2.<sup>a</sup> questão do *Forms<sub>1</sub>*

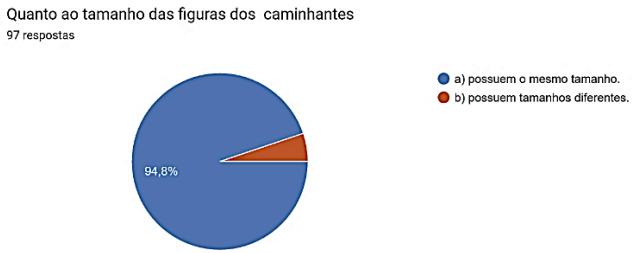
Fonte: Google Forms - 2021 - Sobre o vídeo de animação *O caminho* (2007) de Thiago Mallet

A questão 3 tinha o propósito de verificar a percepção dos estudantes sobre o tamanho dos caminhantes. A visualização dessa característica dos caminhantes é importante para a análise da transformação isométrica em que a figura original e as transformadas possuem o mesmo tamanho (congruentes). A Figura 73 mostra o levantamento das respostas dos

<sup>74</sup> Circunferência (1 identificação), quadro (2 identificações), quadrado (21 identificações), triângulo (5 identificações), linhas (1 identificação), bola (1 identificação), esfera (5 identificações), cubo (1 identificação), paralelepípedo (2 identificações), cilindro (1 identificação).

<sup>75</sup> A cor dos caminhantes no início do vídeo era cinza com variações de tonalidade.

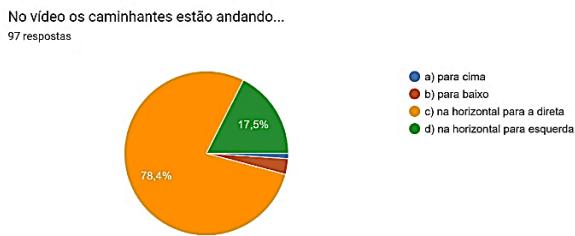
estudantes na questão 3. O setor circular azul indica que 92 alunos perceberam que o tamanho dos caminhantes era o mesmo e o setor circular vermelho indica que 5 discentes não visualizaram essa característica. Os estudantes A e V optaram pela letra a (tamanhos iguais) na questão 3.



**Figura 73.** Levantamento das respostas da 3.<sup>a</sup> questão do *Forms<sub>I</sub>*

Fonte: Google *Forms* - 2021 - Sobre o vídeo de animação *O caminho* (2007) de Thiago Mallet

As perguntas 4, 6 e 7 visavam identificar os elementos da TG que estávamos estudando no vídeo: a translação. O objetivo da questão 4 era observar se os discentes visualizavam a direção e o sentido do deslocamento dos caminhantes do vídeo. A Figura 74 mostra as opções dos discentes que responderam à questão. O setor circular laranja representa os 76 estudantes que marcaram a opção c (na horizontal e para a direita). O setor verde indica os 17 que visualizaram a direção (horizontal) mas se equivocaram quanto ao sentido (esquerda). As opções a (para cima) e b (para baixo) indicavam apenas o sentido do movimento sem definir explicitamente a direção. O setor vermelho indica que 3 alunos marcaram a opção b e o setor azul aponta 1 estudante que escolheu a letra a. Os estudantes A e V escolheram a opção c (na horizontal e para direita).

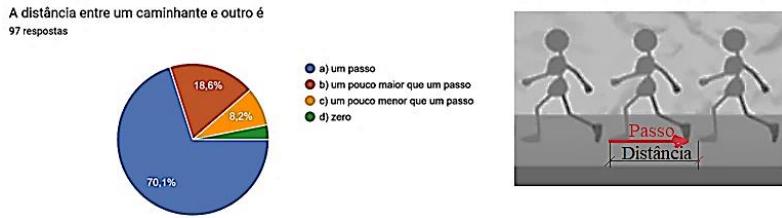


**Figura 74.** Levantamento das respostas da 4.<sup>a</sup> questão do *Forms<sub>I</sub>*

Fonte: Google *Forms* - 2021 - Sobre o vídeo de animação *O caminho* (2017) de Thiago Mallet

Na questão 6, o foco era apurar a percepção dos discentes sobre a distância entre os caminhantes. Nessa questão houve uma confusão entre a distância de um caminhante para outro e o tamanho do deslocamento. O tamanho do vetor era igual ao do passo dos caminhantes, mas a distância entre eles era um pouco maior. A Figura 75 apresenta o gráfico das respostas da questão 6 e a imagem que mostra o passo e a distância entre os caminhantes. O setor azul

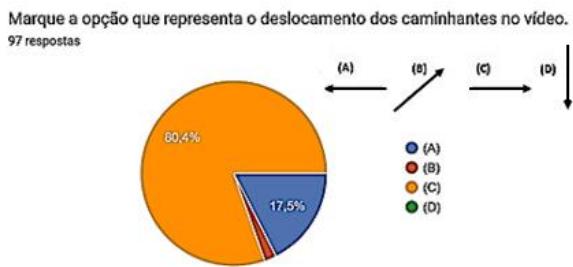
representa os 68 alunos que entenderam que a distância entre os caminhantes era 1 passo. Entretanto, a resposta esperada era a opção b (um pouco maior que 1 passo). O setor vermelho corresponde aos 18 discentes que perceberam essa diferença. O setor laranja mostra os 8 que optaram pela letra c (um pouco menor que 1 passo) e o setor verde indica os 3 estudantes que marcaram a opção d (zero). Nessa questão, **A** e **V** escolheram a opção a (1 passo).



**Figura 75.** Levantamento das respostas da 6.<sup>a</sup> questão do *Forms<sub>1</sub>*

Fonte: Google Forms - 2021 - Sobre o vídeo de animação *O caminho* (2007) de Thiago Mallet

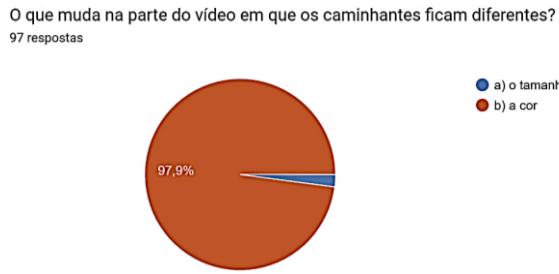
A questão 7 tinha o propósito de averiguar se os estudantes visualizavam, em um único elemento gráfico, a direção, o sentido e o tamanho do deslocamento, ou seja, o vetor da TG. A Figura 76 mostra como os estudantes responderam à questão. O setor laranja indica os 78 discentes que escolheram a opção c. O setor azul mostra que 17 alunos marcaram a opção a, acertando a direção, mas confundindo o sentido. O setor vermelho representa os 2 estudantes que registraram a opção b. Nenhum estudante marcou a opção d. **A** e **V** escolheram a opção c (→) na questão 7.



**Figura 76.** Levantamento das respostas da 7.<sup>a</sup> questão do *Forms<sub>1</sub>*

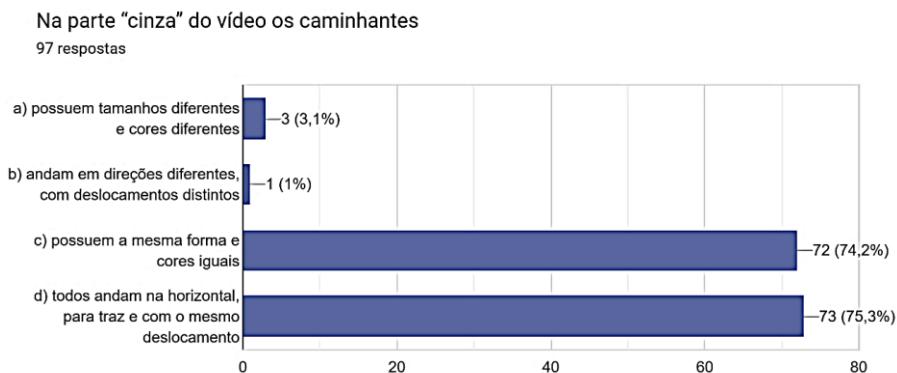
Fonte: Google Forms - 2021 - Sobre o vídeo de animação *O caminho* (2007) de Thiago Mallet

O objetivo da questão 9 era verificar que, embora a cor dos caminhantes mudasse em determinado momento do vídeo, o tamanho deles não se modificava, o que destaca o caráter isométrico da transformação. A Figura 77 indica que 95 respondentes visualizaram que a cor mudou (setor vermelho). O setor azul representa os 2 alunos que marcaram a opção a (tamanho). **A** e **V** estão entre os que escolheram a opção b (a cor).



**Figura 77.** Levantamento das respostas da 9.<sup>a</sup> questão do *Forms<sub>1</sub>*  
Fonte: Google Forms - 2021 - Sobre o vídeo de animação *O caminho* (2007) de Thiago Mallet

A questão 10 sintetizava as características da TG presente no vídeo. Nessa pergunta, que admitia mais de uma opção de resposta (c, d), os estudantes podiam ratificar o que foi trabalhado nas questões anteriores. A Figura 78 mostra que 72 estudantes marcaram a opção c (possuem a mesma forma e cores iguais) e 73 marcaram a opção d (todos andam para trás e com o mesmo deslocamento). Três estudantes marcaram a opção a (possuem tamanhos diferentes e cores diferentes) e 1 estudante escolheu a opção b (andam em direções diferentes com deslocamentos distintos). A escolheu as opções c, d; V marcou apenas marcou uma opção (d), não considerando a questão da isometria da transformação.



**Figura 78.** Levantamento das respostas da 10.<sup>a</sup> questão do *Forms<sub>1</sub>*  
Fonte: Google Forms - 2021 - Sobre o vídeo de animação *O caminho* (2007) de Thiago Mallet

Nesse encontro síncrono, os recursos dinâmicos (planilhas do GeoGebra, vídeos e imagens) promoveram a visualização dos elementos e das características da translação. Os gráficos sugerem que os respectivos objetivos das atividades foram alcançados, pois a maioria dos participantes respondeu as questões a contento.

## F – Observando a Rotação, a Reflexão e o Meio-Giro

No segundo encontro síncrono da pesquisa de campo, realizado em 8 de setembro de 2021, continuamos a estudar as transformações isométricas. O foco das observações era a

rotação, e essas observações seriam direcionadas para: o movimento da figura transformada em relação à figura original; e os elementos necessários para que a transformação fosse feita.

O encontro começou com a exibição de imagens de pisos com mosaicos geométricos que apresentavam transformações geométricas (Figura 79). Alguns estudantes identificaram logo a translação, mas perceberam que as imagens também apresentavam elementos que giravam em relação a um ponto.



**Figura 79.** Imagens de assoalhos com mosaicos geométricos  
Fonte: captura de tela de imagens da internet

Observando as imagens, perguntei aos estudantes o que é necessário saber para girar uma figura no plano. O grupo fica em silêncio, e, após um tempo, decidi mostrar um exemplo no GeoGebra.

**P:** O que é necessário saber para rotacionar uma figura no plano?

**I:** As pessoas não estão falando nem no áudio e nem no *chat*.

**V:** Pode repetir a pergunta?

**H:** Qual a pergunta que você fez?

Deixei de compartilhar as imagens de pisos com mosaicos para compartilhar a tela do GeoGebra. A resposta de **V** indicava a possibilidade de que o grupo estivesse pensando novamente no caso do movimento de translação da Terra, entretanto a resposta de **A** indicou que o sentido da pergunta estava claro, ou seja, para girar algo é necessário o conhecimento de algumas informações. Direcionei a conversa para a identificação de um dos elementos da rotação: o centro de giro.

**P:** O que preciso saber para girar alguma coisa no papel, no plano?

**V:** Vários padrões iguais mostrando a translação.

**P:** A gente, desculpa. Vocês estão pensando na translação da Terra, não é isso?

**A:** Não. Para mostrar o movimento tem que ter um caminho, assim, né? De várias imagens, como você mostrou para a gente.

**P:** Ótimo, um caminho de como chegar lá. Então para girar algo, mesmo que seja a translação da Terra, eu tenho que ter algo... um referencial para esse giro, concorda?

**H:** Sim.

**V** identifica o eixo de rotação, o que sugere que talvez estivesse pensando em uma situação não plana. Para localizar **V** na observação de uma situação plana, destaquei que estávamos pensando em representações no papel.

**P:** Então qual seria esse referencial?

**V:** O eixo?

**P:** O eixo! Que para nós pode ser o quê? No papel?

**V:** O centro?

**P:** O centro. Muito obrigada. Perfeito. Maravilha. Adorei.

Depois de identificarmos o centro de giro, passamos para a identificação do segundo elemento: o ângulo de rotação. Aqui houve uma confusão com o vetor da translação.

**P:** Além do centro é preciso saber o quanto a figura vai se deslocar, vai girar. Pode girar o círculo inteiro, a volta inteira ou girar pedaços e parar. Esse pedaço representa o caminho do deslocamento. Esse caminho é dado por um elemento geométrico. Que elemento é esse?

**V:** Semirreta?

**Y:** Vetor?

**P:** Não é um vetor. Lembra que é um giro. Giro lembra o quê?

**A:** Circunferência?

**P:** O que é um pedaço de circunferência?

**V:** Parte interna...

**A:** Arco?

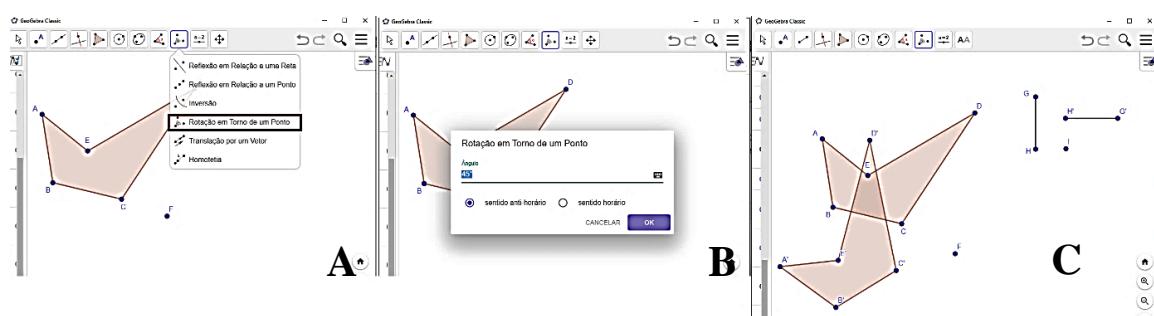
**V:** Raio?

**A:** O que lembra arco?

**P:** É o que dá o início e o final desse espaço que vai girar no plano.

**A:** É o raio? Não é o raio... é porque tem o... aquele... aquelas linhas que... que formam o arco. O pedaço do arco.

Compartilhei novamente a tela do GeoGebra para que os estudantes pudessem identificar os elementos necessários da transformação através da ferramenta Rotação em Torno de um Ponto. Desenhei um polígono e marquei um ponto no exterior para ser o centro de giro (Figura 80) e prossegui com a construção da figura rotacionada.



**Figura 80.** Exemplificando a rotação no GeoGebra

Fonte: capturas de tela da construção feita pela autora no GeoGebra

**P:** Quero girar este polígono em torno desse ponto. Então para fazer a rotação, clico no botão rotação em torno de um ponto. O GeoGebra vai pedir algumas coisas para fazer a transformação. O quê?

**Y:** O ângulo.

**JP:** O ângulo?

**P:** O ângulo. Exatamente. Para saber onde começa e onde termina o giro.

Faltava identificar o sentido de giro da transformação.

**P:** E além do ângulo... o que mais o GeoGebra pede? Posso girar para direita ou para esquerda, certo? Então o que mais o programa vai pedir?

**V:** O sentido?

**H:** Rotação.

**P:** Sentido de rotação. Então para fazer o giro de uma figura, de um ponto ou segmento que informações são necessárias? Alguém já havia comentado sobre o centro.

O grupo ficou em silêncio. No GeoGebra, desenhei um novo exemplo, a rotação de um segmento de reta, ao lado da rotação do polígono (Figura 80-C) e continuei a comentar.

**P:** Eu quero girar o segmento a  $90^\circ$  em torno deste ponto no sentido horário. Ok?

**V:** Sim.

**P:** Então quantos dados são necessários para fazer a rotação? Não são necessárias mais informações que na translação?

**A:** Não...

**P:** Não? Na translação o que é preciso conhecer?

**H:** A linha?

**A:** Não sei... Só precisa do ponto.

**P:** Jura?

**MJ:** A direção?

**A:** O grau...

Percebi que **A** estava misturando as informações das duas transformações. Para esclarecer sobre os elementos das transformações rotação e translação e com objetivo de mostrar as informações necessárias para transladar uma figura, desenhei outro exemplo de transformação: a translação de um quadrilátero (Figura 81).

**P:** Vamos lá. Quero transladar essa figura de acordo com esse vetor. O vetor possui muitas informações reunidas em um único elemento gráfico – direção, sentido e tamanho. Quantas informações são necessárias?

**MJ:** Duas.

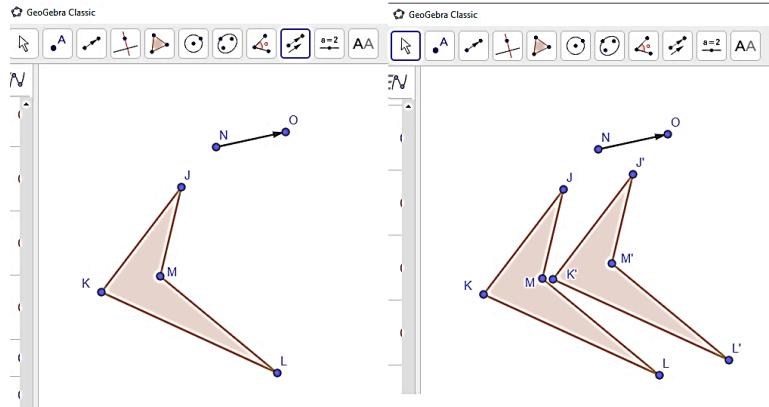
**P:** Duas: a figura e o vetor.

MJ rapidamente identificou os dois elementos necessários para fazer a translação. A seguir, perguntei sobre os elementos da rotação.

**P:** E para fazer a rotação, quantas informações são necessárias?

**V:** Três.

**P:** Três, além da figura. É preciso a figura e mais o quê?



**Figura 81.** Exemplificando outra translação

Fonte: capturas de tela da construção feita pela autora no GeoGebra

Nesse trecho da interação, V continua identificando o centro de rotação como eixo de rotação e A indica que identificou os dois elementos necessários para rotacionar uma figura.

V: O eixo.

P: O eixo ou centro de rotação e o que mais?

A: O centro, o sentido.

P: O centro, o sentido de giro e o que mais?

Y: E o ângulo.

P: Ok? Na rotação é preciso conhecer, além da figura, o centro de rotação, o ângulo de rotação e o sentido de rotação. Dúvidas?

Y: Não.

V: Sem dúvidas.

Após a identificação dos elementos da rotação, a atenção foi direcionada para o tamanho das figuras original e transformada. V identifica que as figuras original e transformada possuem o mesmo tamanho.

P: Outra pergunta... A figura original e a figura que gira... a figura rotacionada possuem o mesmo tamanho ou tamanhos diferentes?

V: O mesmo tamanho.

P: O mesmo tamanho. Exatamente.

A: O mesmo tamanho, só muda o lugar que ela fica. Nem a distância dos vértices muda.

P: Isso mesmo. A transformação preserva as distâncias e os ângulos. Só muda a posição no plano.

Nessa parte da conversa, começamos a identificar a rotação em objetos do cotidiano.

P: As pás da hélice do ventilador podem ser consideradas rotação?

AG: Sim.

A: Sim.

V: Sim. Também na tela da janela.

P: A tela de quê?

V: Aquela rede para o cachorro não cair.

P: Sim, a tela de proteção. O que tem a tela de proteção?

A: Tela de mosquito.

V: Ela tem um sentido... Dá para ser na diagonal, dá para ser no sentido para cima.

P: A tela de proteção é uma rotação ou translação?

**V:** Translação.

**P:** Perfeito.

As construções no GeoGebra mediaram a identificação dos elementos necessários para elaborar uma translação e uma rotação. A interface gráfica do *software* favorece a visualização, ratificando a importância da linguagem visual (SANTAELLA, 2011, 2019) no processo. Medeiros e Gravina (2015) evidenciam o potencial semiótico do GeoGebra nas representações dinâmicas utilizadas no ensino da matemática.

Nesse momento as estudantes **A** e **I** pedem para que eu explique a diferença entre translação e rotação nas imagens. Escolhi uma imagem de uma faixa decorativa na internet e compartilhei para que as características dos motivos geométricos fossem observadas e analisadas (Figura 82). O trecho da conversa destacado a seguir indica que **A** ainda está confundindo translação com rotação, não se atentando que na translação o movimento tem trajetória reta e na rotação o movimento é curvo. **V** identifica rapidamente a translação na faixa decorativa em exibição no compartilhamento de tela para a turma.

**P:** Vamos observar a faixa decorativa denominada grega. Existe um motivo que se repete continuamente ao longo da faixa.

**A:** Essa é uma rotação.

**P:** É uma rotação? Ou é uma translação? O motivo está girando ou está deslizando no plano?

**V:** Essa é uma translação.

**P:** É uma translação.

**A:** Ah, então a rotação é com vetor e tal?

**P:** Não, **A**. A translação se desloca segundo um vetor.

**V** afirma que não está seguro sobre a rotação e pergunta se o chute de trivila tem alguma relação com a rotação.

**V:** Eu entendi o que é translação. Não entendi bem o que caracteriza uma rotação.

Entendi que tem um giro, algo assim, mas não entendi outros exemplos.

**P:** Isso é um friso, que apresenta translações.



**Figura 82.** Identificando a translação

Fonte: adaptação feita pela autora em uma imagem da internet

V identifica o movimento retilíneo da translação e o associa com o chute rasteiro do futebol. O estudante visualiza situações do cotidiano e faz as correlações entre uma situação que está sendo discutida e a visualização de um exemplo real (KALEFF, 2016). V associa o chute de trivela com a rotação e me pergunta se a comparação estaria correta, mas eu não conhecia o chute mencionado e fui procurar conhecê-lo. A interação promovendo o desenvolvimento individual dos participantes (OLIVEIRA, 1997; VIGOTSKY, 2007).

**V:** Professora, então basicamente a translação é uma coisa que vai reto, diferenciando um chute rasteiro direto.

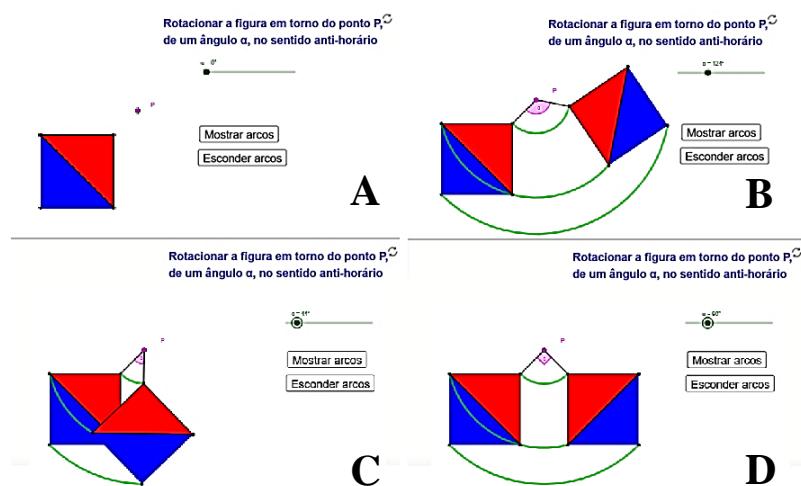
**P:** Aquele exemplo do chute do Cristiano Ronaldo...

**V:** Não sei se você sabe o que é isso, mas tem um chute chamado Trivela, que a bola vai em uma direção depois ela vai para outra. Ela meio que gira no ar. Isso seria uma rotação?

**P:** Não conheço essa trivela. Vou procurar...

**V:** Trivela chute.

A Estudante I pediu para que eu explicasse novamente a rotação. Compartilhei uma planilha dinâmica do site do GeoGebra sobre rotação (Figura 83) para mostrar as diferenças entre as duas transformações que estavam sendo estudadas e pedi atenção para a movimentação.



**Figura 83.** Observando a rotação na planilha dinâmica  
Fonte: capturas de tela da planilha dinâmica<sup>76</sup>

**P:** Nessa tela temos um quadrado dividido pela diagonal em dois triângulos: um vermelho e um azul. Temos um ponto exterior P e um cursor deslizante onde modificamos os ângulos. O que ele quer aqui? Ele quer que eu rotacione...

Nesse momento, A tentou correlacionar a transformação que estava sendo revista na planilha dinâmica – das carinhas azul e cinza – que analisamos no primeiro encontro síncrono. Ficou decepcionada quando soube que a referida planilha estava trabalhando a translação.

**A:** Ahhhhhh.... A rotação é aquele negócio das carinhas?

<sup>76</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/eX3xG38X> Acesso em: 6 set. 2021.

**P:** Não. Aquela planilha é translação.

**A:** Deus, tudo é translação...

**Y:** Professora...

Vários estudantes falam juntos, não sendo possível entendê-los.

**P:** Olha só. Calma. Eu só expliquei a translação. Hoje é que estamos vendo a rotação.

Se eu deslizar o cursor... Repara bem: 1.<sup>o</sup>, 2. <sup>o</sup>, 3. <sup>o</sup>... O que acontece com a cópia do quadrado?

Vários estudantes respondem juntos: ela está girando...

**P:** Girando ao redor de quê?

**Y:** De P.

**A:** Do ponto.

**I:** Do ponto.

**V:** Ponto.

Parei o cursor da planilha dinâmica em determinada posição e comecei a perguntar sobre o ângulo de giro aos estudantes. A visualização dos arcos de giro combinada com a medida do ângulo aparecendo no cursor e com a movimentação da planilha dinâmica contribuiu para o esclarecimento.

**P:** E quantos graus ele girou? (Figura 83-B)

**A:** Tem 124.

**I:** 124 graus.

**V:** 124.

**V** visualiza que a figura rotacionada poderia ficar sobreposta ou alinhada à figura original, o que caracteriza o giro completo e o giro a 180°. Duas situações notáveis: o giro completo mostra, com a sobreposição, que as figuras possuem tamanhos congruentes, e o giro de 180° indica um caso particular da rotação, o meio-giro ou simetria central, em que não se faz necessária a indicação do sentido de giro, uma vez que os movimentos de giro nos dois sentidos determinarão a figura transformada na mesma posição. **H** indica que visualizou o movimento curvilíneo da rotação. **A** demonstra novamente estar confundindo o vetor da translação com o centro e o movimento de giro da rotação.

**P:** Então a cópia do quadrado está fazendo um movimento diferente da translação, não está?

**V:** Professora, o ângulo pode deixar a cópia ficar reta assim... uma em cima da outra, uma do lado da outra.

**P:** Depende do ângulo de rotação, **V**.

**P:** Na translação a cópia desliza no plano. Na rotação a cópia faz o quê?

**H:** Na translação ela vai de um lugar para o outro, na rotação é que ela gira.

**P:** Ela gira. Gira ao redor de quê?

**A:** Do vetor.

**H:** De algum ponto.

**V:** Do centro.

**P:** De um ponto ou um eixo. Vou mostrar os arcos na planilha.

A planilha que eu estava manipulando possui um botão que exibe os arcos da rotação de cada vértice ao redor do ponto P. Cliquei no botão para que os alunos visualizassem os arcos de rotação do quadrado. Nesse trecho da conversa, **V** interage comigo e mostra que identificou o ângulo de giro e o sentido de giro como elementos necessários para a rotação de um elemento.

**P:** Então todos os vértices da figura cópia giram junto. Por exemplo, deslizei o cursor para o ângulo  $45^\circ$  (Figura 83-C), todos os vértices irão girar no mesmo sentido e com o mesmo ângulo (amplitude de giro). Vou aumentar o ângulo para  $90^\circ$  (Figura 83-D). Repare que todos os vértices giram  $90^\circ$  graus. Então a palavra-chave na rotação é giro, mas para girar é preciso ter um referencial, um ponto ou eixo, e é preciso saber a amplitude do giro. Qual é a figura geométrica...

**V:** A circunferência.

**P:** Sim...

**V:** Ela vai sempre ter um espaço para fazer o movimento dela, que vai se repetindo.

**P:** Então qual é o elemento geométrico que me dá o início e o fim desse arco de giro? Que vocês aprenderam o ano passado...

**A:** O ângulo.

**P:** O ângulo. Ele que indica o início e o final do arco de rotação. Só que eu posso girar para um lado ou para o outro, então é necessário conhecer o...

**V:** Sentido... Horário e anti-horário.

Voltei a comentar sobre o vetor da translação, já que as perguntas indicavam que **A** ainda tinha dúvidas. Pergunto sobre o relógio de ponteiro e **V** identifica a rotação no movimento dos ponteiros, mas não aborda a questão do tamanho diferente dos ponteiros.

**P:** O vetor na translação também indica o sentido, mas o vetor é reto. Na rotação o movimento é curvo. Então aqui, na rotação, é preciso conhecer o sentido de giro. Posso girar no sentido horário (para direita) ou no sentido anti-horário (para esquerda).

**V:** Professora, uma dúvida...

**P:** Vocês sabem ver hora em relógio de ponteiro?

**V:** Eu sei. Era essa a minha dúvida. O relógio de ponteiro é uma translação... Ele é uma rotação, não é?

**P:** Uma rotação. Certo.

**V:** Então sempre uma rotação vai funcionar em torno de uma circunferência?

**P:** A rotação acontece em torno de um ponto ou eixo. A rotação vai gerar arcos (pedaços) de circunferência ou circunferências se for um giro completo.

A essa altura da conversa, voltei a pedir que os estudantes identificassem a rotação em objetos do cotidiano (KALEFF, 2016). Esse momento foi muito interessante, pois **V** identificou o chute de trivela como rotação. Novamente o Estudante **V** fez uma conexão do movimento de um chute de efeito com a transformação que estávamos estudando.

**P:** O quadrado exemplificado na planilha que estamos observando é uma figura simples, mas podemos identificar a rotação em objetos do nosso dia a dia? Por exemplo, as pás de um ventilador de teto ou de mesa.

**V:** Sim, os dois.

**I:** Sim.

**A:** Sim.

**V:** O ponto seria o centro onde as pás se grudam, se colam.

H: Nos dois tem rotação.

V: O brinquedo *spinner*.

A: O compasso.

V: O chute da trivela... eu acho que é uma rotação.

A: O brinquedo de parquinho que tem vários lugares ao redor de um eixo e forma um círculo.

A Figura 84 ilustra os objetos identificados pelos estudantes com a transformação rotação. V identificou a rotação no movimento da bola do chute de trivela e no brinquedo conhecido como *spinner*. A identificou a rotação no movimento da haste da ponta de grafite em relação à haste da ponta seca no compasso e no brinquedo do parque de diversões. Kaleff (2016, p. 20) ressalta que, “[...] ao visualizar objetos geométricos, o indivíduo passa a mobilizar um conjunto de operações cognitivas, isto é, de ações mentais, relacionada à habilidade da visualização e exigidas no trato da Geometria”. As conexões estabelecidas são importantes para o desenvolvimento da visualização.



**Figura 84.** A rotação identificada pelos estudantes em objetos do cotidiano  
Fonte: captura de tela de imagens da internet

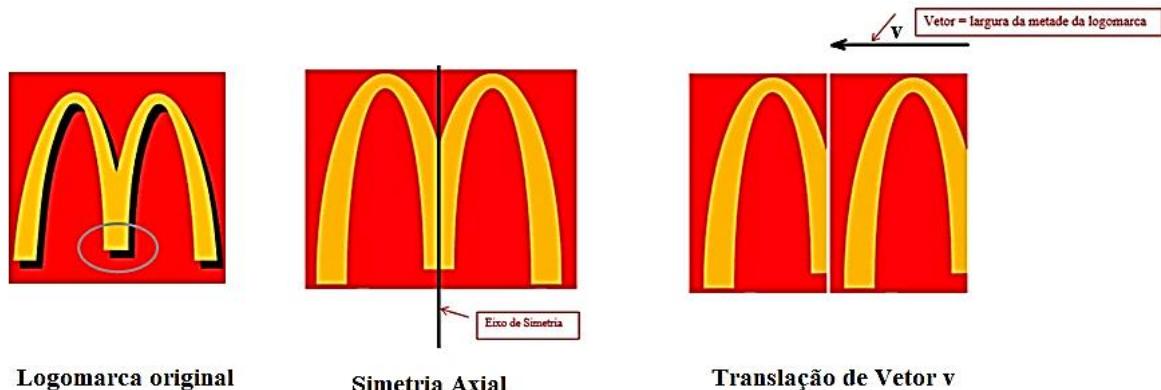
A simetria axial, também conhecida como reflexão, foi objeto de observação e análise no encontro síncrono de 6 de outubro de 2021. Conforme descrito no quinto capítulo, vídeos foram exibidos, mostrando as características da simetria axial/reflexão. Devido a um problema técnico, a gravação da aula não foi realizada, entretanto um episódio particular que envolveu a Estudante A ficou registrado em documento à parte.

Após exibir a logomarca do McDonald's, perguntei aos discentes que TG poderia ser identificada na imagem. A respondeu que parecia uma translação. Outros alunos identificaram a simetria axial. Talvez A estivesse se referindo à sombra da logomarca, que representa uma translação da figura principal, entretanto A não relatou maiores informações sobre a observação realizada. Na análise, vemos que o eixo de simetria passa no meio da logomarca, mostrando que um lado é um espelhamento do outro lado. A não percebeu um detalhe fundamental na

forma da logo que ajuda na identificação da TG: a parte interna do M ligeiramente mais curta, conforme pode ser observado na Figura 85.

Solicitei que **A** observasse com mais atenção a imagem, considerando os conceitos de translação e de simetria axial/reflexão. Mostrei a edição da imagem no Paint com as duas transformações para que **A** e a Turma 71 percebessem a diferença (Figura 85).

Durante o encontro síncrono, **A** tomou a iniciativa, editou a imagem da logomarca no Paint e mostrou para a turma, afirmando que havia entendido a sutil diferença presente neste caso da logomarca do McDonald's.

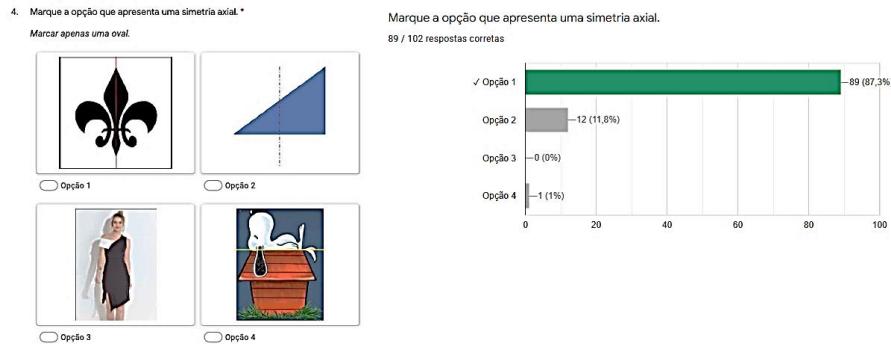


**Figura 85.** Análise da TG da logomarca do McDonald's  
Fonte: elaborado pela autora no Paint

A atividade assíncrona desse encontro foi um Google *Forms* (Apêndice D) com objetivo de avaliar se os estudantes seriam capazes de identificar figuras simétricas e os elementos da transformação (*Forms<sub>2</sub>*).

O número de estudantes que participaram da atividade assíncrona do Google *Forms* sobre a simetria axial foi muito bom (108 respondentes de um total de 120 discentes). Os gráficos mostram que a maioria dos respondentes identificou corretamente as figuras simétricas, seus elementos e características. A Figura 86, a Figura 87, a Figura 88, a Figura 90 e a Figura 91 mostram as questões e os respectivos gráficos sobre as opções assinaladas pelos discentes.

O objetivo da questão 1 era identificar figuras simétricas em relação a um eixo de simetria. Os discentes precisavam observar com atenção e fazer uma análise visual sobre a congruência das distâncias de cada metade da figura em relação ao eixo de simetria. A opção A foi marcada por 89 respondentes.

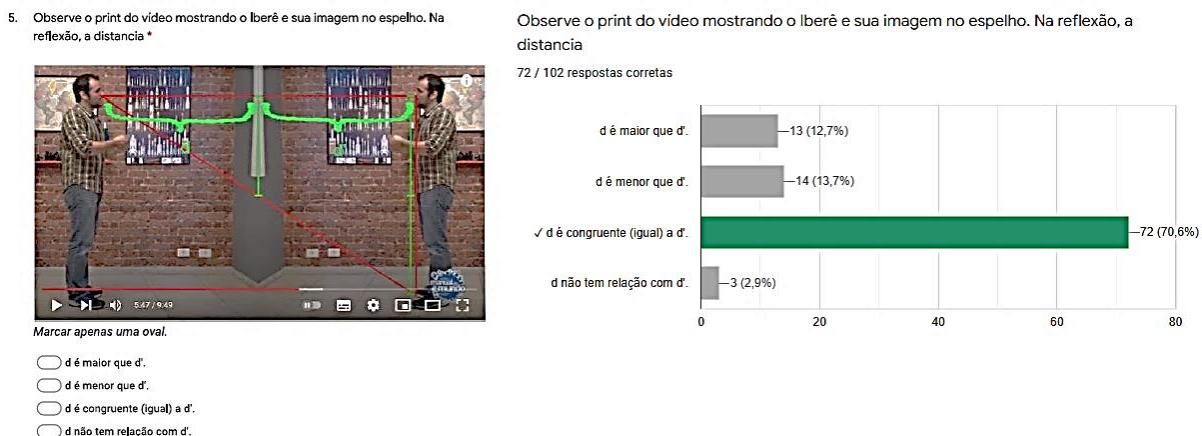


**Figura 86.** Questão 1 da atividade assíncrona – Google *Forms* de Simetria Axial

Fonte: captura de tela de imagens da internet

Nessa questão, **A** marcou a opção 1, identificando corretamente o caso de simetria axial. **V** escolheu a opção 2, não considerando que o terceiro vértice do triângulo também deveria ter sido refletido.

A questão 2 tinha como foco resgatar os conceitos desenvolvidos no vídeo do Manual do Mundo (VOCÊ..., 2018), principalmente a questão das distâncias entre o objeto e o espelho e entre a imagem refletida e o espelho (Figura 87). A opção que indicava a congruência entre a distância que separava Iberê e o espelho ( $d$ ) e a distância da imagem de Iberê para o espelho ( $d'$ ) foi escolhida por 72 respondentes. Na questão 2, **A** e **V** marcaram a terceira opção:  $d$  é congruente (igual) a  $d'$ .



**Figura 87.** Questão 2 da atividade assíncrona – Google *Forms* de Simetria Axial

Fonte: captura de tela da Questão 2 e do respectivo gráfico das respostas do *Forms*

A questão 3 tinha o propósito de verificar se os estudantes sabiam identificar os elementos envolvidos na transformação simetria axial: a figura original, o eixo de simetria e a figura transformada. O gráfico (Figura 88) mostra que 69 respondentes marcaram a quarta opção. **A** e **V** escolheram a quarta opção (figura original, eixo de simetria e figura transformada).

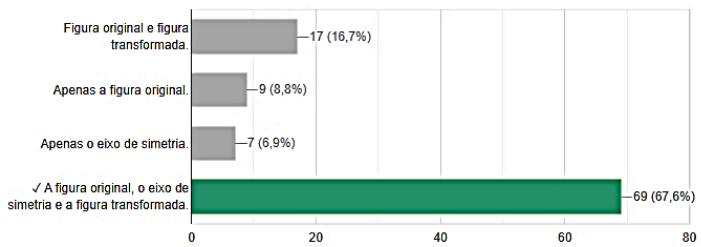
6. Marque a opção que indica corretamente os elementos que estão envolvidos em uma reflexão.\*

*Marcar apenas uma oval.*

- Figura original e figura transformada.
- Apenas a figura original.
- Apenas o eixo de simetria.
- A figura original, o eixo de simetria e a figura transformada.

- Marque a opção que indica corretamente os elementos que estão envolvidos em uma reflexão.

69 / 102 respostas corretas

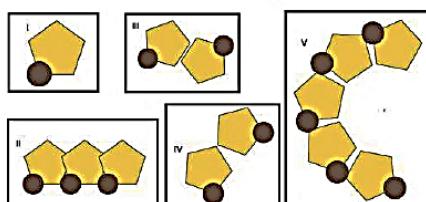


**Figura 88.** Questão 3 da atividade assíncrona – Google *Forms* de Simetria Axial

Fonte: captura de tela da questão 3 e do respectivo gráfico das respostas do *Forms*<sub>2</sub>

A questão 4 tinha o propósito de identificar o caso de simetria axial dentre outros agrupamentos (Figura 89). Nas imagens das transformações não foram marcados alguns elementos das transformações, como eixo ou centro de simetria, ângulo de rotação e vetor da translação. Os estudantes deveriam identificar a simetria axial sem auxílio do eixo de simetria. Um pouco mais da metade dos respondentes (53) conseguiu identificar que a simetria axial era a figura IV. A identificou a figura IV, mas V marcou a opção da figura II (simetria central), confundindo com a transformação solicitada.

7. Em qual dos conjuntos da imagem abaixo existe uma simetria axial? \*

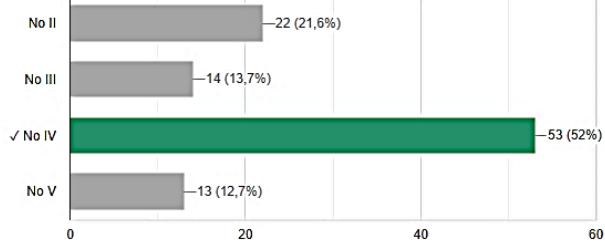


*Marcar apenas uma oval.*

- No II
- No III
- No IV
- No V

- Em qual dos conjuntos da imagem abaixo existe uma simetria axial?

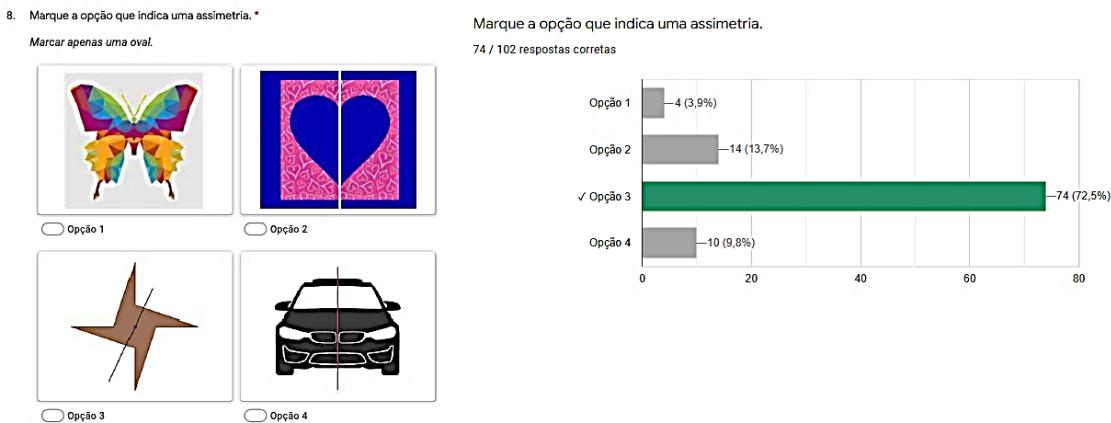
53 / 102 respostas corretas



**Figura 89.** Questão 4 da atividade assíncrona – Google *Forms* de Simetria Axial

Fonte: captura de tela da questão 4 e do respectivo gráfico das respostas do *Forms*<sub>2</sub>

O intento da questão 5 (Figura 90) era identificar a figura assimétrica. Nas imagens foram traçados os eixos de simetria. A maior parte dos respondentes (74) percebeu que a figura assimétrica estava na opção 3. Os estudantes A e V estão entre os que identificaram corretamente o caso.

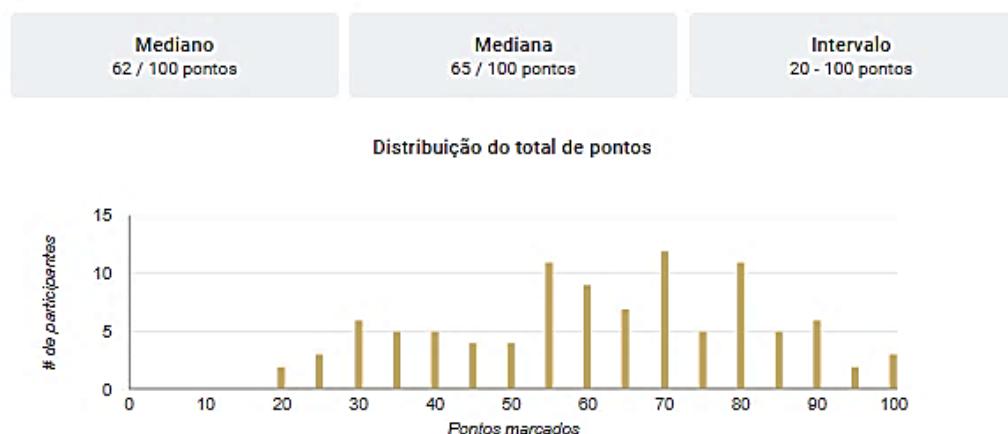


**Figura 90.** Questão 5 da atividade assíncrona – Google *Forms* de Simetria Axial

Fonte: captura de tela da questão 5 e do respectivo gráfico das respostas do *Forms*<sub>2</sub>

Após a conclusão do trabalho com as transformações isométricas, foi apresentado o *Forms*<sub>3</sub> – 2021: Transformações Geométricas como atividade assíncrona do 6.º encontro síncrono (Apêndice E). O formulário, disponibilizado para todas as turmas do 7.º ano de 2021 (119 estudantes), foi respondido por 100 discentes e reunia questões sobre as 4 transformações isométricas: translação; rotação; simetria axial ou reflexão; e simetria central ou meio-giro. O *Forms*<sub>3</sub> foi estruturado com questões teóricas e com questões de observação de imagens, nas quais seria necessário identificar as transformações geométricas isométricas, seus elementos e suas características.

O gráfico da Figura 91 mostra o desempenho geral dos estudantes nas respostas do *Forms*<sub>3</sub>. O Quadro 22 mostra o número de questões acertadas e a quantidade de acertos de cada estudante. As colunas em destaque mostram os maiores índices de acertos.



**Figura 91.** Levantamento Participantes X Pontuação – *Forms*<sub>3</sub> – Transformações Geométricas

Fonte: Google *Forms* - 2021: Transformações Geométricas

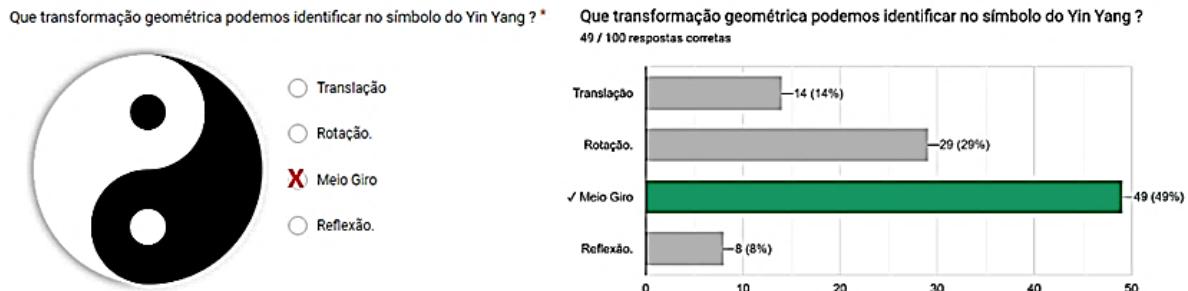
**Quadro 22.** N.º de questões acertadas X N.º de estudantes

N.º de questões	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
N.º de estudantes	3	6	10	9	10	14	12	5	12	10	1	3	0	0	0

Fonte: Google Forms - 2021: Transformações Geométricas

As perguntas do *Forms*<sub>3</sub> foram elaboradas para verificar se os estudantes identificariam as TG, suas características e particularidades. As questões 1, 2 e 3 serviam para identificação dos estudantes e das turmas. Algumas imagens utilizadas nesse formulário também foram utilizadas nos encontros síncronos.

A questão 4 do *Forms*<sub>3</sub> utilizou a imagem de uma planilha dinâmica do GeoGebra do 6.<sup>º</sup> encontro síncrono e visava identificar a transformação existente no símbolo do Yin Yang (Figura 92). A parte branca (Yin) rotaciona 180° em relação ao centro da circunferência de círculo limite/frontera do símbolo e gera a parte escura (Yang), invertida, mas complementar em relação à primeira. Essa rotação caracteriza uma meia-volta, ou seja, um giro de 180° em relação ao centro da maior circunferência, também conhecido como meio-giro.

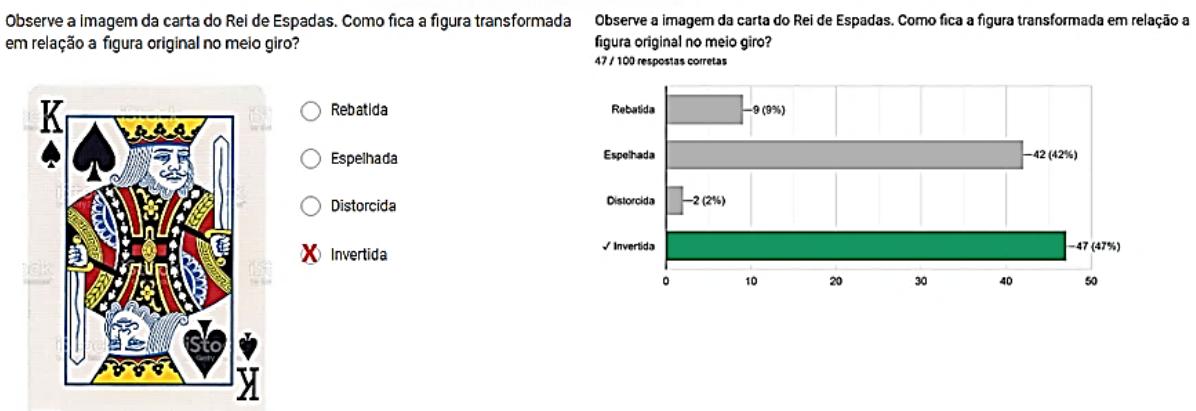
**Figura 92.** Questão 4 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas

Fonte: Google Forms - 2021: Transformações Geométricas

Os estudantes que observaram essa característica visualizaram o meio-giro no símbolo do Yin Yang. A Figura 92 mostra o desempenho dos respondentes da questão: 49 identificaram o meio-giro; 29 visualizaram a rotação; 14 responderam translação; e 8 marcaram a opção reflexão. A e V estão entre os 49 estudantes que visualizaram o meio-giro nessa questão.

Na questão 5 do *Forms*<sub>3</sub> (Figura 93) foi utilizada a imagem de uma planilha dinâmica do GeoGebra trabalhada no 6.<sup>º</sup> encontro síncrono: o rei de espadas. A imagem do rei da parte inferior é transformada por simetria central ou meio-giro da imagem do rei superior em relação ao centro geométrico da carta (ponto de interseção das diagonais do retângulo). A pergunta

tinha o propósito de verificar se os estudantes conseguiam perceber e identificar a característica da imagem gerada pelo meio-giro: a inversão.



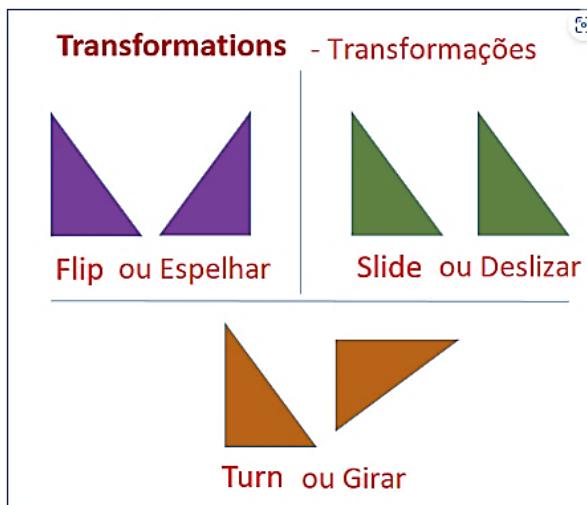
**Figura 93.** Questão 5 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas

Fonte: Google *Forms* - 2021: Transformações Geométricas

O gráfico de desempenho dos estudantes na questão 5 do *Forms*<sub>3</sub> (Figura 93) mostra que 47 respondentes perceberam que a imagem resultante do meio-giro fica invertida em relação à original; 42 responderam espelhada, confundindo com a transformação reflexão; 9 marcaram a opção rebatida e 2 responderam distorcida. A e V marcaram a opção invertida.

Os discentes foram apresentados ao termo “distorcida” no início dos trabalhos com as transformações isométricas para evidenciar a importância da manutenção das medidas da figura original nas figuras transformadas. Os termos “espelhada” e “rebatida” foram apresentados por ocasião dos estudos da reflexão ou simetria axial e identificam a posição da figura transformada em relação à figura original: espelhada ou rebatida em relação a uma reta ou eixo de simetria.

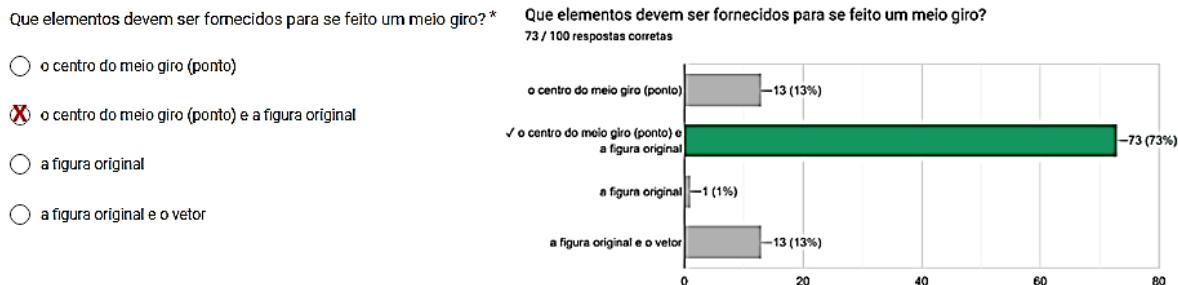
Na questão 5 do *Forms*<sub>3</sub>, a maioria das respostas dividiu-se entre as opções invertida e espelhada, indicando, talvez, a possibilidade de equívoco entre os significados dos termos. Imaginamos que, se as opções tivessem sido desenhadas (ícones) como as indicadas na Figura 94, isso poderia facilitar a identificação e, quiçá, levar a um acréscimo na porcentagem de acertos. Santaella (2012a) destaca a facilidade que o cérebro humano tem de memorizar descrições de objetos a partir de imagens.



**Figura 94.** Ícones das Transformações Isométricas

Fonte: site Online Math Learning<sup>77</sup>

A questão 6 do *Forms*<sub>3</sub> (Figura 95) visava verificar se os estudantes sabiam que dados são necessários para representar o meio-giro ou a simetria central de uma figura.



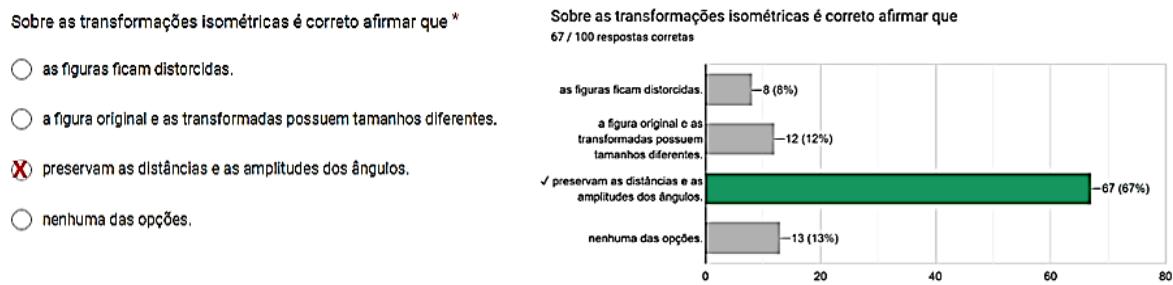
**Figura 95.** Questão 6 da atividade assíncrona - *Forms* de Transformações Isométricas

Fonte: Google *Forms* - 2021: Transformações Geométricas

O gráfico de respostas da questão 6 do *Forms*<sub>3</sub> (Figura 95) mostra que 73 estudantes entenderam que são necessários o centro do meio-giro e a figura original. A e V marcaram a segunda opção: o centro do meio-giro (ponto) e a figura original.

O objetivo da questão 7 (Figura 96) era verificar se os estudantes haviam fixado o conceito de isometria – e se sabiam identificar que a figura original e a transformada possuíam o mesmo tamanho e que, para isso acontecer, as distâncias e as amplitudes dos ângulos permaneciam as mesmas. A comparação visual da forma e das medidas das figuras seria importante para a visualização das características das figuras homotéticas estudadas na segunda etapa.

<sup>77</sup> Disponível em: <https://www.onlinemathlearning.com/flip-slide-turn.html> Acesso em: 18 set. 2022

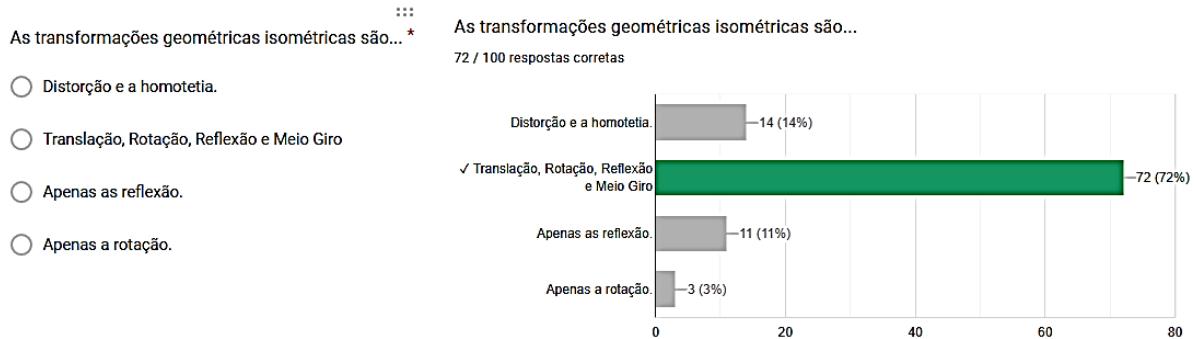


**Figura 96.** Questão 7 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas

Fonte: Google Forms - 2021: Transformações Geométricas

O desempenho dos discentes na questão 7 (Figura 96) indica que a maioria dos respondentes (67) indicou a terceira opção (preservam as distâncias e as amplitudes dos ângulos). A e V foram 2 dos 67 que responderam a opção 3.

O propósito da questão 8 do *Forms<sub>3</sub>* (Figura 97) era conferir se os discentes sabiam identificar as quatro transformações geométricas isométricas.



**Figura 97.** Questão 8 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas

Fonte: Google Forms - 2021: Transformações Geométricas

A Figura 97 mostra que 72 estudantes optaram pela resposta que indicava as 4 transformações – translação, rotação, reflexão e meio-giro –, conforme o esperado. A e V também marcaram a segunda opção (translação, rotação, reflexão e meio-giro).

Na questão 9 do *Forms<sub>3</sub>* (Figura 98), o estudante deveria observar as figuras e verificar a existência ou não de isometria entre elas, justificando a resposta. A proposta da resposta curta foi averiguar como os estudantes iriam expressar suas observações.

Na imagem existe isometria? Por quê? \*



Texto de resposta curta

Levantamento das respostas da Questão 9 do Forms 3	
100 respondentes	
Respostas	Quantidade
<b>1</b> Não, pois está distorcida.	<b>14</b>
<b>2</b> Não, justificando que há isometria de diversas formas.	<b>35</b>
3 Não, relacionando com outras transformações geométricas.	04
4 Não, justificando com área ou proporção.	02
<b>5</b> Não sem justificativa.	<b>03</b>
6 Sim sem justificativa.	01
<b>7</b> Sim com justificativa de não.	<b>06</b>
8 Sim com justificativas confusas.	17
9 Respostas sem sim ou não.	10
10 Dúvida	04
11 Respostas em branco (ponto)	04

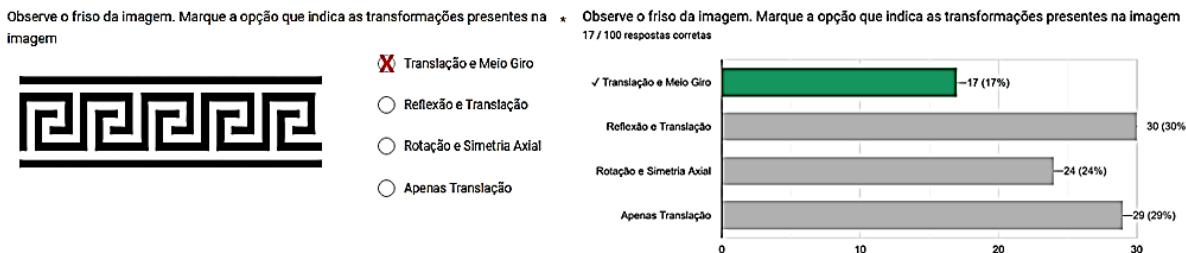
**Figura 98.** Questão 9 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas

Fonte: Google Forms - 2021: Transformações Geométricas

O não era a resposta esperada, com a justificativa de que as figuras não eram isométricas – ou seja, não possuíam ângulos e lados congruentes – ou que uma figura estava distorcida ou alongada em relação à outra. O levantamento das respostas da questão 9 mostra que alguns responderam sim com a justificativa do não. Considerando as linhas destacadas (1, 2, 5 e 7) no levantamento, 58 alunos responderam o esperado nessa questão.

A percebeu que as figuras não eram isométricas, sendo objetiva em sua resposta: “Não, pois a figura muda de tamanho”. V também respondeu que não eram isométricos, entretanto sua resposta foi mais detalhada e incluiu a medida dos ângulos internos: “Não, porque na isometria os ângulos têm que ser exatamente iguais, e na segunda figura os ângulos estão maiores e a figura fica mais esticada”.

A questão 10 (Figura 99) solicitava que fossem identificadas as transformações existentes no friso<sup>78</sup> da imagem. No 3.º encontro síncrono foram observados frisos semelhantes e identificadas as transformações existentes nos frisos observados.



**Figura 99.** Questão 10 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas

Fonte: Google Forms - 2021: Transformações Geométricas

<sup>78</sup> Segundo o Dicionário Aurélio, friso é “**1.** Arquit. Parte plana do entablamento, entre a cornija e a arquitrave. **2.** Banda ou tira pintada em parede. **3.** Baixo-relevo ou ornato em friso. **4.** Beirada contínua de qualquer coisa. **5.** Tabua estreita e aparelhada que tem nas beiras um preparo em meia-cana, e própria para forros e tetos” (FRISO, 1985, p. 813).

No friso apresentado na imagem da questão há uma repetição horizontal do tema, segundo um vetor (direção, sentido e tamanho definidos), configurando uma translação. Também há uma rotação a 180° (meio-giro ou simetria central) dos vértices da linha poligonal em relação ao ponto central.

No levantamento das respostas da questão 10 (Figura 99), a resposta que indicava a translação e o meio-giro era a esperada, entretanto apenas 17 estudantes visualizaram essas transformações no friso. Um grupo de estudantes (30 respondentes) optou pela opção reflexão e translação, porém não há espelhamento da linha poligonal que compõe o módulo principal do friso. Outro grupo de estudantes (24 respondentes) considerou a opção rotação e simetria axial (reflexão) e uma parte considerável (29 respondentes) indicou que existia apenas a translação no friso. **A** e **V** visualizaram apenas a translação no friso, como a segunda maior parte dos respondentes.

O intuito da questão 11 (Figura 100) era levar o estudante a identificar a TG presente nos frisos da imagem. A imagem apresentava três frisos de formatos distintos daqueles da questão 10.

A transformação geométrica presente nos frisos da imagem é...  
Disponível em <https://pt.dreamstime.com/imagens-de-stock-frisos-image201034>.  
Acesso 06 OUT2020.



Texto de resposta curta

Levantamento das Respostas da Questão 11 Forms 3	
100 respondentes	
Respostas	Quantidade
1 Translação	50
2 Translação e Rotação	1
3 Translação e simetria axial	2
4 Meio Giro ou simetria central	3
5 Simetria Axial ou Reflexão	18
6 Rebatida	12
7 Rotação	15
8 Isometria e transformação isométrica	53
9 Isométrica	72
10 Grega	1
11 Não Sei	1
12 Não entendi	5
13 Respostas que não se relacionam	7

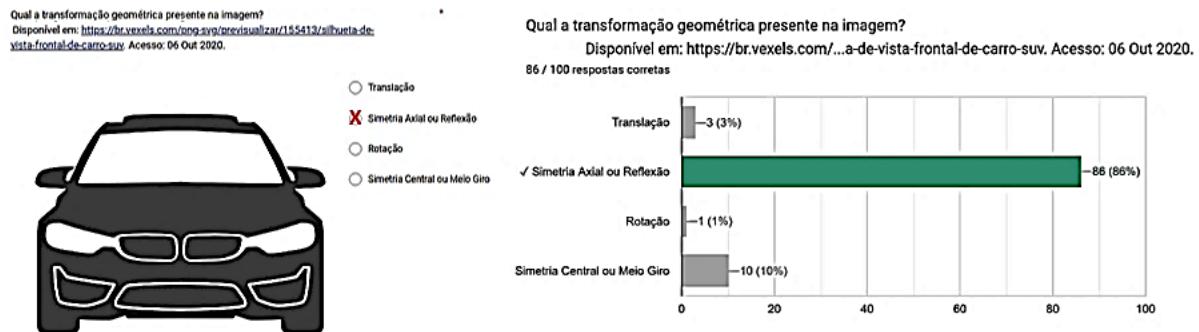
Elaborado pela autora com base nas respostas do Forms 3.

**Figura 100.** Questão 11 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas  
Fonte: Google *Forms* - 2021: Transformações Geométricas

O tipo de questão (resposta curta) foi elaborado para que o discente pudesse analisar e responder sem influência das opções. O quadro de levantamento das respostas mostra a variedade de termos utilizados pelos estudantes. A translação (resposta esperada) foi identificada por 50 respondentes. **A** visualizou a translação nos frisos da questão e **V** identificou equivocadamente a existência da simetria central nos frisos da imagem 100.

As imagens utilizadas nas questões 12, 13 e 16 foram escolhidas para que os estudantes percebessem as transformações isométricas em algumas situações presentes no dia a dia dos cidadãos. A questão 12 do *Forms* (Figura 101) solicitava a identificação da TG presente no

desenho da face frontal de um automóvel. Informação útil para identificar a posição de peças de reposição automobilísticas simétricas.



**Figura 101.** Questão 12 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas  
Fonte: Google *Forms* - 2021: Transformações Geométricas

O levantamento das respostas da questão 12 (Figura 101) indica que 86 estudantes visualizaram a reflexão – simetria axial ou espelhamento – na imagem do carro apresentada. Os estudantes A e V também identificaram a simetria axial na imagem do carro.

A imagem da questão 13 (Figura 102) mostrava uma rendeira confeccionando uma renda de bilros<sup>79</sup> circular, na qual se intencionava que os estudantes visualizassem a rotação, o meio-giro (ou simetria central) e a reflexão (ou simetria axial ou espelhamento). Novamente optou-se por uma questão de resposta curta para que os discentes pudessem se expressar mais livremente.

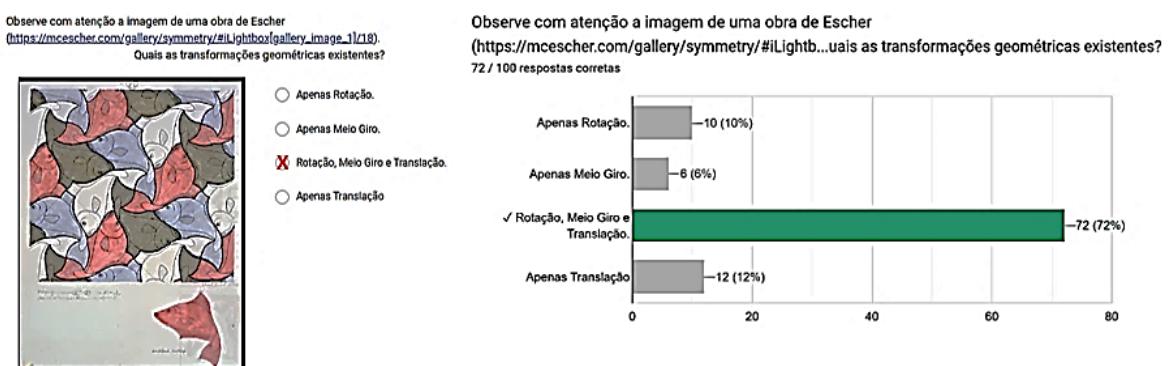


**Figura 102.** Questão 13 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas  
Fonte: Google *Forms* - 2021: Transformações Geométricas

<sup>79</sup> Segundo o Dicionário Aurélio, bilro é uma “[...] peça de madeira ou de metal semelhante ao fuso, usada para fazer rendas de almofada” (BILRO, 1985, p. 258).

O quadro de levantamento da questão 13 do *Forms<sub>3</sub>* exibe as respostas dos aprendizes na questão. As linhas destacadas indicam que a maioria dos respondentes visualizou as transformações que poderiam ser consideradas na renda da imagem, ou seja, 35 estudantes visualizaram a rotação; 23, o meio-giro; e 17, a reflexão. Apesar de ser minoria, um grupo conseguiu visualizar duas possibilidades de resposta (linhas 5, 6 e 7 do quadro), demonstrando conhecimento dos conceitos dessas transformações e capacidade para distingui-las. **A** e **V** responderam apenas a simetria axial.

A 14.<sup>a</sup> questão do *Forms<sub>3</sub>* (Figura 103) explorava as TG presentes em uma obra de M. C. Escher, especificamente as existentes na obra *E20 Symmetry Fish*<sup>80</sup>: a translação, a rotação e o meio-giro. No segundo encontro síncrono foram exibidas obras de Escher e exercitaram-se a observação e a identificação de transformações geométricas isométricas em algumas de suas obras.

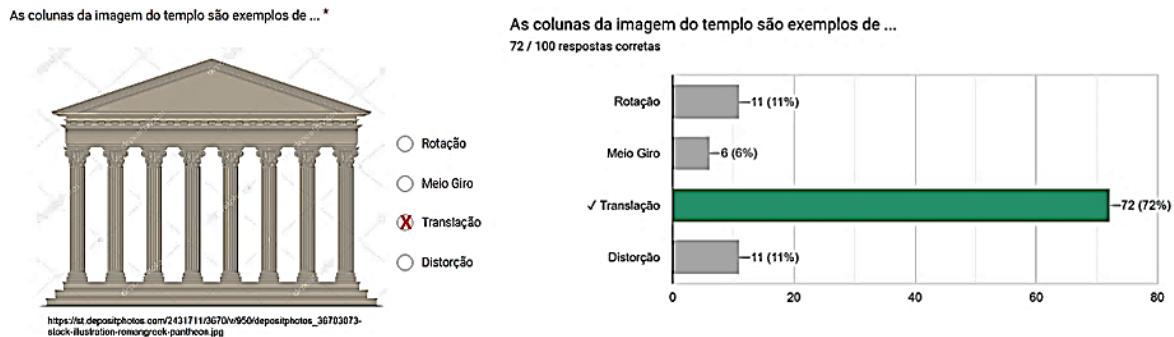


**Figura 103.** Questão 14 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas  
Fonte: Google *Forms* - 2021: Transformações Geométricas

O desempenho dos estudantes na questão 14 do *Forms<sub>3</sub>* (Figura 103) indica que poucos deles visualizaram apenas uma transformação e que 72 respondentes visualizaram as transformações esperadas no exercício. **A** e **V** responderam que havia rotação, meio-giro e translação no trabalho de Escher, conforme a maioria dos respondentes.

A 15.<sup>a</sup> questão do *Forms<sub>3</sub>* solicitava que fosse identificada a transformação presente na imagem da fachada do templo grego. As colunas repetiam-se em distâncias regulares, configurando uma translação. A Figura 104 mostra que a maioria dos discentes (72 respondentes) visualizou a translação na imagem da fachada do templo, tal como os estudantes **A** e **V**.

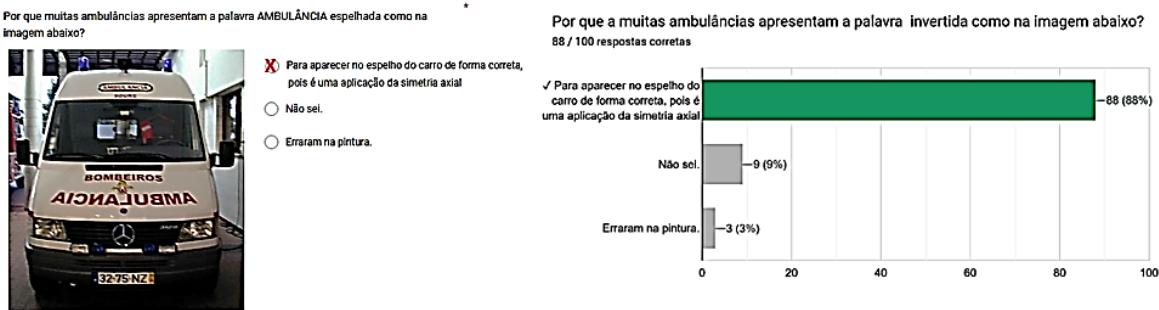
<sup>80</sup> Disponível em <https://mcescher.com/gallery/symmetry/>. Acesso em: 2 set. 2022.



**Figura 104.** Questão 15 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas

Fonte: Google Forms - 2021: Transformações Geométricas

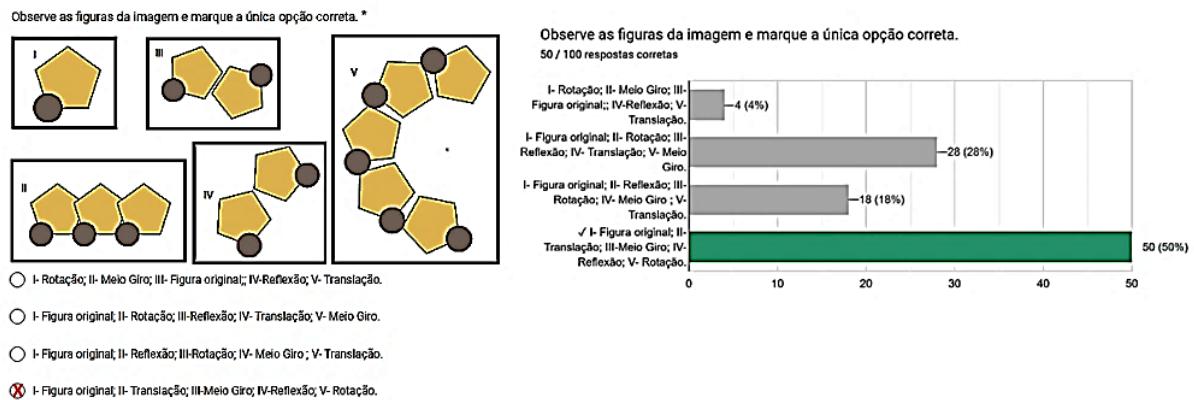
A questão 16 (Figura 105) tinha o propósito de estimular a visualização para uma situação presente em alguns veículos de emergência médica. O termo “ambulância” é pintado espelhado na frente desses veículos, pois assim vai aparecer correto nos espelhos dos automóveis que estão à frente, facilitando a leitura dos motoristas, que devem liberar a passagem da ambulância. Uma aplicação da reflexão, simetria axial ou espelhamento. O gráfico das respostas da questão 16 mostra que a maioria dos estudantes (88 respondentes) visualizou essa transformação, conforme o esperado.



**Figura 105.** Questão 16 da atividade assíncrona – *Forms* de Transformações Isométricas

Fonte: Google Forms – 2021: Transformações Geométricas

Concluindo o *Forms*, a questão 17 pede que o estudante identifique corretamente o módulo principal e suas respectivas transformações isométricas (Figura 106). O gráfico mostra como os estudantes responderam à questão e indica que metade dos respondentes optou pela resposta esperada.



**Figura 106.** Questão 17 da atividade assíncrona – *Forms de Transformações Isométricas*

Fonte: Google Forms - 2021: Transformações Geométricas

As interações (VIGOTSKY, 2007) entre os estudantes e a professora, mediadas pelos recursos (instrumentos) utilizados nos encontros síncronos e nas atividades assíncronas no bloco das transformações isométricas, tinham o propósito de estimular a observação, a visualização e levar à compressão da principal característica da isometria: a congruência entre a figura original e a figura transformada, com destaque para a mudança de posição da figura transformada no plano em relação à figura original; ora deslizando, ora girando, ora espelhando. Para isso, as distâncias entre os pontos correspondentes de cada figura e os ângulos correspondentes precisavam ser congruentes. Também nos preocupamos em distinguir os elementos de cada transformação.

As análises das respostas das atividades assíncronas mostram que um número significativo de discentes das quatro turmas do 7.º ano, onde a pesquisa de campo foi realizada, compreendeu os elementos e as características das transformações isométricas.

Na próxima seção, analisaremos as atividades relacionadas à observação, à visualização e à compreensão da proporcionalidade entre os segmentos e da semelhança entre figuras geométricas através da transformação geométrica homotetia.

#### 6.4 O Bloco da Homotetia – A Transformação da Proporcionalidade

Nesse bloco, os encontros síncronos e as atividades assíncronas tinham o objetivo de promover a visualização da proporcionalidade entre as dimensões e da semelhança entre figuras, através da transformação não isométrica – a homotetia – com os estudantes do 7.º ano do Ensino Fundamental.

No primeiro momento começamos estimulando o processo de visualização da proporcionalidade entre as dimensões de figuras para depois discutirmos a questão da

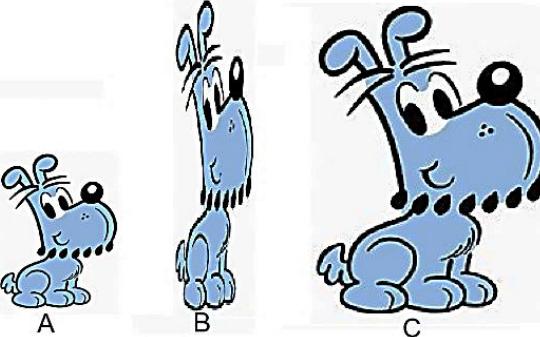
semelhança. Analogamente ao que foi desenvolvido com as transformações isométricas, no decorrer dos encontros foram exibidos vídeos, imagens e planilhas do GeoGebra para mostrar, além da semelhança entre as figuras, aplicações da homotetia em outras áreas do conhecimento. Na conclusão, foi destacado que a homotetia relaciona figuras semelhantes à posição no plano, isto é, a homotetia é a transformação que associa duas figuras semelhantes posicionadas no plano em relação a um ponto denominado centro de homotetia. Como nas transformações isométricas, a posição também é uma palavra-chave importante na homotetia.

### G – Sobre Proporcionalidade e Semelhança

No encontro síncrono de 10 de novembro de 2021 foram apresentados três vídeos sobre a questão da proporcionalidade com o objetivo de abordar futuramente o conceito de semelhança (Capítulo 4, p. 86). A atividade assíncrona desse encontro consistia em observar e responder em um fórum no AVACAp as perguntas sobre as dimensões das imagens do personagem Bidu exibidas na Figura 107. Dos 30 estudantes da Turma 71, apenas 6 participaram do fórum antes do encontro síncrono do dia 17 de novembro. Por esse motivo, decidi conversar sobre as questões levantadas no fórum logo no início do encontro síncrono seguinte.

São Proporcionais  
quarta, 10 Nov 2021, 21:46

Caros estudantes,  
Após nossa reflexão sobre proporcionalidade, vamos observar as dimensões das imagens do Bidu abaixo.



A      B      C

O que vocês acham que aconteceu com a imagem B se compararmos com a imagem A?  
E a imagem C em relação a imagem A?  
As dimensões (altura e largura) são proporcionais de B para A? E de C para A?  
Escreva suas impressões aqui no fórum.

**Figura 107.** Fórum “São Proporcionais?”

Fonte: captura de tela do AVACAp

Iniciamos o encontro síncrono de 17 de novembro de 2021 com uma conversa sobre a proporcionalidade entre as dimensões das imagens do Bidu e sobre o significado do termo

“semelhança”. Novamente **A** e **V** se destacaram durante a conversa, participando ativamente de todo o encontro síncrono.

**P:** No encontro síncrono passado, nós assistimos a três vídeos sobre a matemática a geometria.

**V** e **A** foram logo comentando o que haviam respondido no fórum.

**V:** Ah, como eu respondi no fórum a gente vê que na figura A, é... comparando com a B, ela dobra de tamanho né, mas a largura continua a mesma, ou seja, ela não é proporcional em ambas na largura e na altura, mas comparando a A com a C a gente vê que dobra proporcionalmente nos dois sentidos (tanto na largura quanto na altura).

**P:** Muito bom! É isso aí. Alguém acha diferente?

**A:** A mesma coisa. O C é proporcionalmente igual para largura e altura em relação a A.

**P:** Então pelo que vocês responderam posso dizer que a figura B não tem dimensões proporcionais à figura A? É isso?

**A:** Achei.

**V:** Sim.

**P:** Já a figura C tem uma proporcionalidade em relação às dimensões da figura A. Em relação à semelhança, quer dizer ao termo semelhante... O que vocês entendem quando eu falo que uma figura é semelhante à outra?

**P:** Isso está claro para todo mundo, pessoal?

**JP:** Sim.

**Y:** Sim.

**L:** Sim.

**P:** Porque às vezes uma pessoa vê isso e outras não veem. Então o que é óbvio para uma pessoa pode não ser óbvio para outra... Então não se acanhem de perguntar.

Pairou um momentâneo silêncio. Logo depois os estudantes perguntaram se podiam ainda participar do fórum. Respondi que sim. Após o encontro síncrono, mais 13 estudantes responderam aos questionamentos do fórum, totalizando 19 participações. Voltamos a conversar sobre as imagens.

**P:** Bom, pessoal! Acho que vocês entenderam que existe uma proporcionalidade entre as dimensões do Bidu C e do Bidu A. E em relação ao termo semelhança... O que vocês entendem quando se diz que uma figura é semelhante à outra?

**V:** Semelhante seriam as coisas que teriam o mesmo traço.

**Y:** Parecido.

**V:** No caso, pode chamar de semelhante até coisa parecida com os mesmos traços, a mesma aparência. Normalmente com o mesmo tamanho e largura. Mas aí a gente vê que é proporcional. Pode chamar de semelhante também.

Interessante que **V** associa a semelhança com a proporcionalidade. Logo a seguir **A** e **V** começaram a fazer observações sobre as dimensões do Bidu B para verificar se era semelhante ao Bidu A.

**P:** Então dentre essas 3 figuras A, B e C dos Bidus... Qual delas vocês considerariam semelhantes?

**A:** Acho que a A e a C. Por que... a B está meio distorcida, está meio estranha...

**P:** Então a distorção...

**L:** A e C.

**A:** Mas assim... eles têm o mesmo formato, têm a mesma cor...

**P:** Então a cor te confunde um pouco, né?

**A:** Não tipo... a A e a C estão viradas para o mesmo lado...

**P:** Mas a B também está.

**A:** Professora, mais ou menos... A B parece que está meio de lado.

**P:** É por causa da distorção, né?

**A:** É.

**V:** Sim, basicamente a A só que... (**A** interrompe).

**A:** Nossa, realmente... Eu tava vendo de lado, mas ela está só magrinha.

**V:** É, a largura é a mesma que a da A, ela só está esticada aí parece que tá... é que tá toda distorcida, estranha.

**A:** Ela está toda errada, sei lá...

Nesse momento, faço uma provocação ao perguntar se a semelhança tem relação com a proporcionalidade. **A** mostra que seu raciocínio vai no sentido do significado de semelhança. **V** faz uma associação com a resolução da imagem, entretanto percebi que seria melhor mostrar como manipulei as imagens do Bidu B para que ficassem daquela forma.

**P:** É verdade... (silêncio). Então a semelhança tem a ver com a proporcionalidade?

**A:** Não, tipo... é mais uma coisa que é parecida, né?

**P:** ah ham

**V** escreve no chat: 1080 x 1080

**P:** V o que é que isso: 1080 x 1080.

**V:** É só tava (incompreensível) a resolução da...

**P:** imagem?

**V:** é meio esticado quando você bota na resolução assim...

Após essa conversa, manipulei cada uma das dimensões da imagem da personagem Mônica Toy no Paint para que os estudantes entendessem o que tinha acontecido com as imagens do Bidu (IZAR; BAIRRÁL, 2013). Compartilhei a tela do Paint e abri a imagem original da Mônica Toy na tela do *software*. A seguir perguntei para os estudantes como era possível obter uma cópia da imagem original no Paint.

**A:** Seleciona e Ctrl C.

**P:** Todo mundo sabe, né?

**A:** Ah ham, Ctrl C e Ctrl V

**P:** E para colar?

**Vários:** Ctrl V.

**P:** E para recortar?

**A:** Ih, profa. Isso eu não sei não...

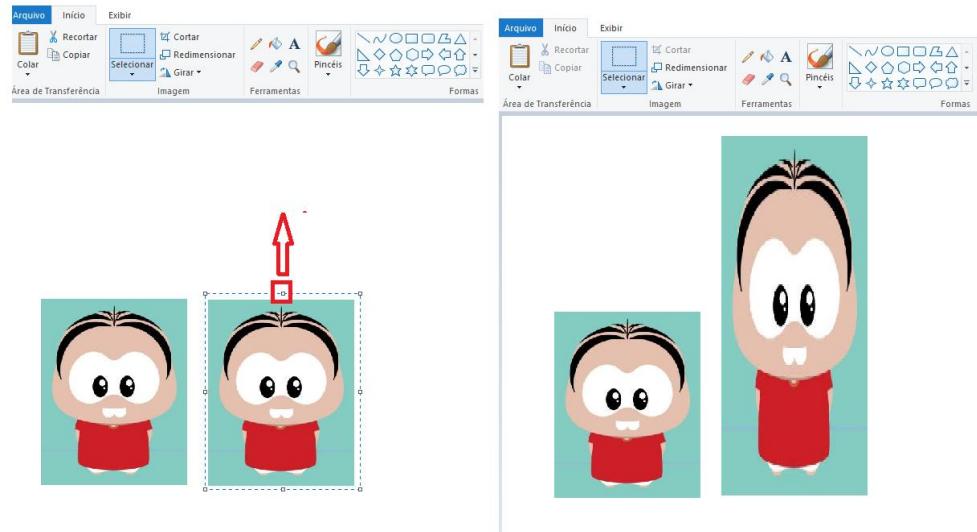
**P:** Ctrl X.

**V:** Ctrl C e Ctrl V é o básico do básico do básico.

Puxei a marca (quadradinho da seleção) do meio da borda superior na vertical para cima, alterando apenas uma dimensão: a altura da imagem. Destaquei que apenas uma dimensão da imagem foi manipulada, gerando a distorção que aconteceu com a imagem B do Bidu (Figura 108).

**V** associou a dimensão manipulada ao eixo y do plano cartesiano.

**V:** Dimensão do eixo y.



**Figura 108.** Manipulando apenas a altura da imagem da Mônica Toy

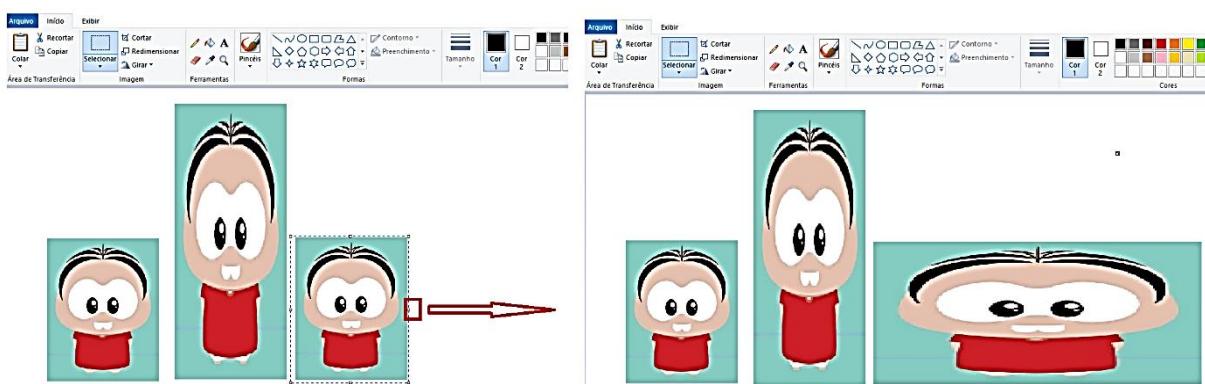
Fonte: captura de tela do Paint

**P:** Vou aplicar um outro Ctrl V e colocar a imagem aqui do lado (fiz uma translação aqui).

Desloquei o marcador médio da borda direita da imagem na horizontal para o lado direito e perguntei que dimensão da figura estava sendo alterada. **V** identifica como o eixo x do plano cartesiano (Figura 109).

**V:** O eixo x.

**P:** O eixo x, a largura no caso aqui.



**Figura 109.** Manipulando apenas a largura da imagem da Mônica Toy

Fonte: captura de tela do Paint

Destaquei que, ao alterar apenas uma dimensão (largura), mantendo a altura inalterada, a imagem gerada ficou desproporcional em relação à imagem original.

**P:** E se você quiser que ela fique proporcional. Que a imagem fique maior (ampliada proporcionalmente)? O que precisamos fazer com essas dimensões?

**A:** Você vai ter que... Ah, mas fácil você pegar o...

**V:** Eu acho que...

**A:** as diagonais.

**V:** Exato. Quando você puxa na diagonal, ela aumenta proporcionalmente.

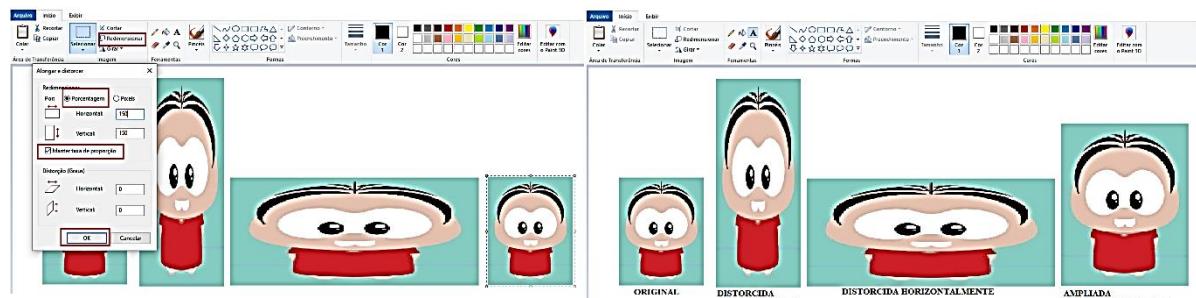
**P:** Muito bom.

**A:** O difícil é que você tem de ir bem retinho na diagonal. Porque se você puxar um pouco mais para cima do que para o lado, ela fica mais alta do que gordinha.

Em nossa conversa ressaltei que, se manipular a dimensão pela diagonal (quadrado do seletor do canto superior direito ou esquerdo), mantendo a tecla *Shift* pressionada, as duas dimensões do retângulo da figura são alteradas simultaneamente. O Word permite o uso da tecla *Shift*. No Paint o comando da tecla *Shift* não funciona, mas existe a opção redimensionar (ao lado do botão selecionar), que permite ampliar ou reduzir proporcionalmente a imagem (Figura 110). Ampliei uma vez e meia o tamanho da imagem original da Mônica Toy.

**A:** Onde você clicou?

**P:** Aqui, no redimensionar.



**Figura 110.** Manipulando as duas dimensões da imagem da Mônica Toy

Fonte: captura de tela do Paint

A seguir, reduzi à metade uma cópia da figura original, utilizando a opção redimensionar do Paint (Figura 111). Ao final da explicação, voltei a perguntar quais das imagens eram semelhantes à imagem original.

**A:** A penúltima e a última.

**L:** As duas últimas.

**P:** Muito bom. Então, pessoal, fiz no Paint o que a gente observou nas figuras do Bidu do fórum.

Nesse momento da conversa, comecei a relacionar a ampliação e a redução proporcional das figuras a objetos utilizados em outros campos do conhecimento.

**P:** Os mapas são semelhantes? Os mapas com os quais vocês trabalham em Geografia são semelhantes?

**A:** Eu acho que não.

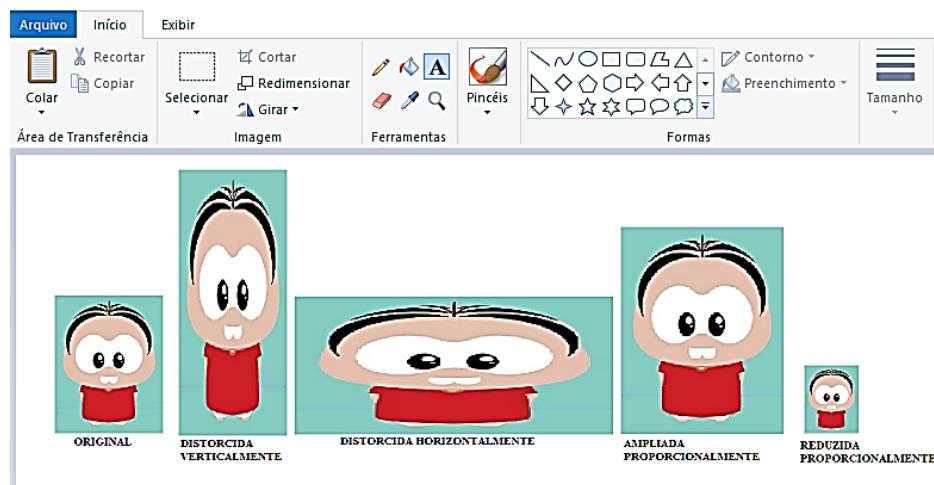
**P:** Por exemplo, mapa da cidade..., da mesma cidade que eu quero dizer, do Rio de Janeiro. Um pequeninho e um grandão? Eles são semelhantes?

**V:** Aí sim, nesse caso, sim.

**P:** Qual é a diferença entre o pequeno e o grande?

**V:** O tamanho, né? Porque aí não tenho o “foco” de como é em volta dele.

**P:** Outro exemplo: as máquinas de xerox podem fazer cópias ampliadas ou reduzidas de um original. Essas cópias ampliadas ou reduzidas são semelhantes ao documento original?



**Figura 111.** Reduzindo a imagem da Mônica Toy

Fonte: captura de tela do Paint

A comentou que não sabia que as máquinas de xerox ampliavam e reduziam cópias. H diz que as cópias ampliadas ou reduzidas realizadas pelas máquinas de xerox são semelhantes e que apenas os tamanhos são diferentes.

**P:** Olha quanta coisa estamos trabalhando em relação à semelhança. Os tamanhos das cópias não são congruentes, mas são proporcionais.

**P:** Vocês já ampliaram ou reduziram alguma imagem/figura usando o papel quadriculado?

Muitos estudantes responderam que não, incluindo A. V afirmou que já havia trabalhado a ampliação/redução com auxílio do papel quadriculado.

**V:** Já.

**A:** Não. Na verdade, já fizemos um trabalho em Matemática em que tínhamos que reduzir uma imagem à metade. O triângulo tinha área 16 e a gente tinha que desenhar com a metade da área.

**P:** E como foi? Foi bem? Fizeram direitinho?

**A:** É...

**V:** O GeoGebra tem essa função. E só você...

**P:** Mas se não fosse no GeoGebra?

Na atividade assíncrona relativa à visualização da proporcionalidade entre as dimensões das imagens do Bidu, as respostas de A e V demonstraram que ambos entenderam a proposta

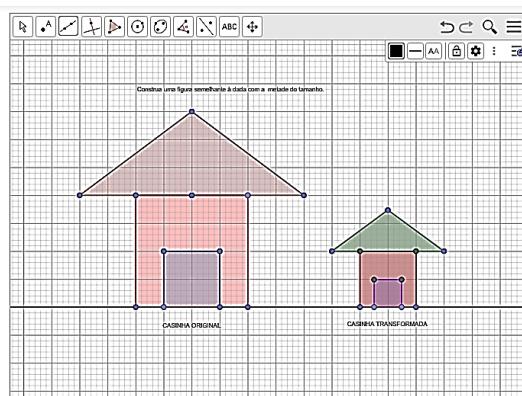
do fórum, que era visualizar quando uma figura possui as dimensões proporcionais (ampliadas ou reduzidas) em relação a uma figura original. O Quadro 23 mostra as respostas de **A** e **V** no fórum.

**Quadro 23.** Respostas dos estudantes A e V às questões do fórum “São Proporcionais”

Perguntas	Respostas da Estudante A	Respostas do Estudante V
1. O que vocês acham que aconteceu com a imagem B se compararmos com a imagem A?	“A altura dela aumentou, mas a largura ficou igual a A”.	“A imagem B duplicou de altura, mas não de largura”.
2. E a imagem C em relação a imagem A?	“A imagem C é exatamente o dobro da A”.	“Na imagem C o Bidu aumentou proporcionalmente de largura e altura (duas vezes maior em ambos)”.
3. As medidas das dimensões (altura e largura) são proporcionais de B para A? E de C para A?	“B pra A não, mas C pra A sim”.	“Como falei acima, de A para a B não aumentou proporcionalmente somente aumentou a altura da imagem. Já de A para a C a imagem duplicou proporcionalmente na altura e na largura”.

Fonte: elaborado pela autora, consultando as respostas do Fórum no AVACAp

As imagens manipuladas durante o encontro síncrono mostraram visualmente aos participantes a questão da proporcionalidade entre as dimensões, estimulando a visualização do processo. Aplicando o conteúdo desenvolvido, foi proposta a atividade assíncrona que consistia em construir uma casinha semelhante com metade do tamanho da casinha dada na malha quadriculada do GeoGebra (Figura 112).



**Figura 112.** Construção de figura semelhante em malha quadriculada

Fonte: captura de tela da página da atividade no AVACAp

Alguns estudantes pediram para esclarecer dúvidas que surgiram no momento da execução da atividade, o que foi feito no encontro síncrono seguinte. Dos 30 estudantes da Turma 71, 23 fizeram a atividade assíncrona da casinha: 11 fizeram corretamente a transformação, 6 não reduziram alguma parte da casinha, 5 só reduziram corretamente 1 dos polígonos, e 1 estudante não atendeu a condição de semelhança. A mostrou um ótimo desempenho na atividade e V não observou um detalhe de posição de 1 dos polígonos em relação ao conjunto.

## H – Observando a Homotetia

Após trabalharmos o conceito de proporcionalidade entre as dimensões e introduzirmos o conceito de semelhança entre polígonos, passamos para a segunda etapa da observação, a posição das figuras no plano em relação a um ponto. A homotetia é uma transformação na qual a posição entre a figura original e a figura transformada em relação ao centro de homotetia define a razão de homotetia (razão de semelhança).

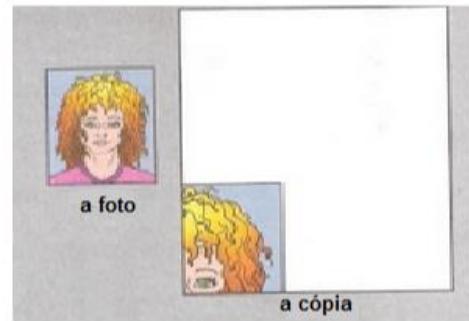
No encontro síncrono de 27 de novembro de 2021, começamos a observar algumas aplicações da semelhança no nosso cotidiano. Comecei com o exemplo da fotocopiadora,<sup>81</sup> que reduz e amplia documentos originais. Mostrei uma parte da história em quadrinhos de Clarice, que queria ampliar um retrato na fotocopiadora, mas o resultado não saiu como imaginado.

**P:** Essa é a história de Clarice, que queria tirar uma cópia de sua foto ampliada. Ela colocou a foto no meio da placa de vidro da máquina e na cópia saiu cortada (apenas o quarto superior direito da foto). O que Clarice deveria fazer para que a cópia não ficasse cortada? (Figura 113)

Clarice queria tirar uma cópia ampliada de sua foto e posicionou-a no meio da placa de vidro da fotocopiadora.



Quando pegou a cópia ficou surpresa com o resultado.



**Figura 113.** Clarice e a cópia ampliada

Fonte: captura de tela da página do site Homotetia Através de Aplicativos Dinâmicos

<sup>81</sup> Disponível em: <https://homotetiacomaplicativosdinamicos.blogspot.com/2013/02/ampliando-por-homotetia.html?view=tileslide> Acesso em: 27 dez. 2022.

**A:** Eu não sei o que ela faria. Estou confusa.

**P:** Vamos pensar... Se ela colocou a foto no meio da placa de vidro e faltou espaço para o restante da foto, o que ela teria que fazer para que a cópia saísse do tamanho correto na folha?

**Y:** Posso falar?

**P:** Pode, Y.

**Y:** Eu acho que ela deve ter colocado o tamanho da cópia maior do que a foto e não deixou sincronizar no negócio. Aí ficou meio torto. Eu acho que foi isso.

**P:** Pode ser. Mas não seria a posição da foto na placa de vidro?

**Y:** É a posição da foto...

**P:** Posição da foto na placa de vidro?

**Y:** Foi o que eu falei.

**P:** Ok. Entendi. Vou mostrar a outra parte da história.

**Clarice pediu ajuda ao amigo Gaspar que lhe mostrou a maneira correta de ajustar a foto sobre a placa de vidro da fotocopiadora.**



E, assim, Clarice obteve o que pretendia.



**Figura 114.** Clarice pede ajuda para tirar a cópia

Fonte: captura de tela da página do site Homotetia Através de Aplicativos Dinâmicos

**P:** Aí, Clarice pediu ajuda para o amigo que trabalhava na fotocopiadora. Então o amigo mostrou a maneira correta de ajustar a foto na placa de vidro. O que ele fez com a foto?

**A:** A tá, agora eu entendi. Então se colocar a foto no canto ela vai crescer e aí, tipo, vai pegar até a metade...

**P:** E o que aconteceu? A cópia saiu na folha inteira. Não é isso? Então o que a gente conclui? Que a fotocopiadora não está ampliando em relação ao meio/centro da placa de vidro. A copiadora está ampliando em relação a que parte do vidro?

A turma fica em silêncio e eu pergunto.

**P:** Ela amplia do meio do vidro?

**A:** Hum? O quê?

**P:** A máquina está ampliando do meio do vidro?

**A:** Não. Ela está ampliando do canto...

**P:** Do canto.

A correlaciona a ampliação da fotocopiadora com o método de ampliação ou de redução da diagonal do retângulo.

**A:** Meio que puxou pela diagonal... a foto.

**P:** Um muito bem. Gostei. Foi o que V falou e vocês confirmaram na aula anterior.

**P:** Isso tem alguma relação com o que estamos conversando há duas aulas? Essa ampliação tem relação com a semelhança? A cópia ampliada e a foto são semelhantes?

Silêncio da turma.

**P:** O que vocês acham?

**A:** São semelhantes. Só muda o tamanho.

**MJ:** Sim.

**P:** Se ela reduzisse a foto, também seria semelhante?

**A:** Sim.

**L:** Sim, seria.

**P:** Ok. Então eu vou simular no GeoGebra o que aconteceu na fotocopiadora.

Por ser um personagem engraçado, escolhi a foto do Mr. Bean (Figura 115) para inserir no GeoGebra e expliquei como inseri-la no *software*. Mostrei o processo de redução da foto por homotetia como se ela estivesse na fotocopiadora.

**P:** Após inserir a foto no GeoGebra, vou usar a ferramenta chamada homotetia para simular o que a fotocopiadora faz para ampliar ou reduzir imagens.

Após selecionar o botão homotetia, selecionei a foto, o ponto no canto inferior esquerdo (como na fotocopiadora) e depois o programa vai pedir para indicar quantas vezes você quer que reduza ou amplie a imagem (fator).

Se eu quiser uma cópia com a metade da original vou escrever na caixa do fator “ $\frac{1}{2}$ ” ou “0,5”. Ao clicar ok, surgirá a cópia.

**P:** O que aconteceu com a foto?

**V:** Ela diminuiu proporcionalmente.

**P:** Isso, pela metade, né? E seu quiser ampliar farei a mesma coisa: selecionei a imagem, selecionei o ponto do cantinho que é o ponto referencial da transformação e indico quantas vezes quero ampliar na caixa do fator. Se eu quiser dobrar, digito 2. Então a cópia sairá ampliada ou reduzida em relação a esse pontinho aqui (canto inferior esquerdo da foto). Se a gente observar, a largura da foto tem o dobro da largura da foto original, definida pelos dois pontinhos azuis. A altura também vai ser ampliada proporcionalmente. Ok?



**Figura 115.** Reduzindo e ampliando como na fotocopiadora

Fonte: capturas de tela do GeoGebra

Turma fica em silêncio.

**P:** Pergunta. Essas imagens, a ampliada e a reduzida, são semelhantes à original?

**A:** Sim.

**V:** Sim.

**Y:** Sim.

**JP:** Sim.

**P:** Agora, se houvesse distorção, ou seja, se as duas dimensões não estivessem sendo reduzidas ou ampliadas na mesma proporção, aí não teria a...

Nesse momento, **V** associa o comentário da foto distorcida com o exemplo do Bidu da aula anterior e brinca, dizendo que teve pesadelos com o Bidu correndo atrás dele.

**V:** Iria ficar igual aquele Bidu distorcido.

**A:** Gente, aquele Bidu eu ainda não sei se ele está olhando para o lado ou para a frente...

**V:** Tive pesadelos com o Bidu, três dias seguidos.

**P:** Ai, gente. Que horror!

**V:** O Bidu 2D correndo atrás de mim.

**A:** Mentira, ele está brincando. A professora ainda cai nesse negócio.

**H:** Meu Deus!

**V:** Foram noites terríveis! Rsrss

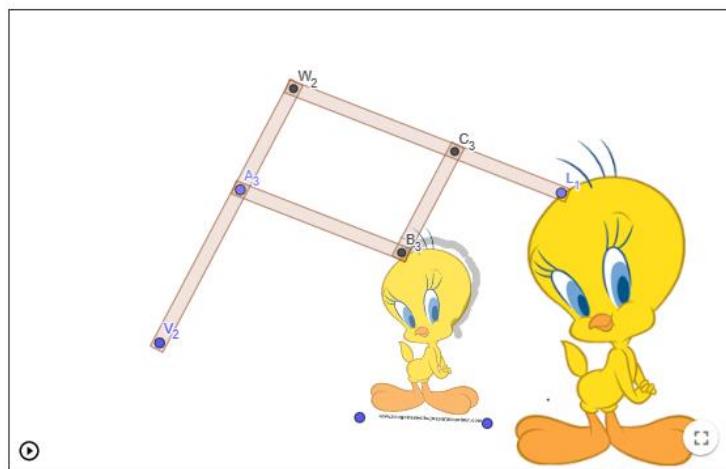
**P:** Até aqui está tudo bem? Alguma dúvida?

Para apresentar o instrumento pantógrafo de Scheiner, mostrei imagens de várias portas pantográficas. Alguns estudantes lembraram das portas de elevadores de prédios antigos. Comentei que a função da porta ou da janela pantográfica é fechar o vão, oferecer segurança e ventilação ao cômodo, mas que a janela ou porta pantográfica precisa ser do mesmo tamanho do vão que está fechando. Não tem função de ampliar ou reduzir as dimensões do espaço original da porta.

Após essa conversa, mostrei a planilha dinâmica do GeoGebra contendo um pantógrafo virtual (Figura 116).

### Pantógrafo

Autor: Esteban Rubén Hurtado Cruz



**Figura 116.** Pantógrafo de Homotetia

Fonte: captura de tela do site do GeoGebra

**P:** Aqui temos um pantógrafo. Vocês estão vendo? Qual desses dois Piu Pius é a figura original?

**V:** O menor, que está um pouco transparente.

**P:** Muito bem. E o que o pantógrafo está fazendo?

**JP:** Fazendo círculos em volta do Piu Piu.

**V:** Tem o ponto  $B_3$  e  $L_1$ . Onde você passa com o  $B_3$  em volta, no perímetro do primeiro pássaro vai copiando o segundo, só que proporcionalmente maior.

**P:** Isso, e se eu inverter? Vamos supor que eu coloque a ponta seca no  $L_1$  e a ponta de grafite no  $B_3$ . O que vai acontecer com o desenho? Vai ampliar ou reduzir?

Aqui **V** confunde a ampliação com a redução no pantógrafo virtual.

**V:** Vai ampliar, porque você está passando a ponta seca no contorno do Piu Piu maior...

**P:** Olha só, qual dos Piu Pius você acha que é a figura original?

**V:** O menor, mas você disse que iria inverter...

**P:** Então, vamos supor que eu não tivesse o Piu Piu pequeno e que o original fosse o grande. Então a ponta seca ficaria em  $L_1$  e, ao contornar o Piu Piu maior, a cópia ficaria maior ou menor?

**V:** Menor.

**P:** Então o mesmo pantógrafo, se inverter as pontas, ele também faz uma redução.

**A** afirma que está confusa com o pantógrafo cheio de pontas.

**V:** Professora, eu não estou entendendo nada.

**P:** O que você não está entendendo, **A**?

**A:** Não... Agora não me lembro. Esse negócio me deixa confusa. Ele tem tanta ponta...

Nesse momento, conduzi a observação de **A** e dos demais estudantes para o ponto fixo e os pontos móveis do pantógrafo, aquele que contorna o desenho original e desenha a cópia semelhante (ampliada ou reduzida).

**P:** Olha só, o pantógrafo é uma régua articulada. Tem um ponto que fica fixo. Que ponto é esse?

**A:** O  $V_2$ .

**P:** O  $V_2$ . Ele é um ponto fixo, certo? E tem dois pontos que são responsáveis pelos desenhos. Quais são eles?

**A:** Pontos responsáveis pelo desenho?

**P:** Sim, qual o ponto que está fazendo o desenho?

**A:** O  $L_1$ .

**P:** O  $L_1$  e o  $B_3$ .

**A:** O  $B_3$  também!

**P:** Não é isso? O  $B_3$  é que está contornando o Piu Piu original e o  $L_1$  acompanha, não é?

**A:** Sim, acompanha.

**P:** E os outros pontos? Eles só estão acompanhando o movimento.

**A:** É, mas  $B_3$  faz o contorno do Piu Piu pequeno...

**P:** E o  $L_1$  vai desenhando a cópia, seguindo a escala de ampliação.

Entendeu, **A**?

**A:** Sim, agora eu entendi.

**P:** E para que servem os outros pontos? Para a gente graduar essa escala. Entendeu?

Esses pontos articulados formam um paralelogramo. Eles são articulados para os pontos  $B_3$  e  $L_1$  se movimentarem e assim contornar a figura original para gerar uma cópia semelhante. Não é maneiro?

**Y** pergunta se é possível fazer o mesmo com o pantógrafo físico.

**Y:** Você pode fazer isso com o seu pantógrafo?

**P:** Com o pantógrafo físico? Sim, Y. Esse meu pantógrafo físico serve para ampliar ou reduzir mapas. Entendeu, Y?

**Y:** Sim, obrigado.

**P:** Tudo isso para a gente pensar nas possibilidades de ampliação e redução e nos vários recursos que temos para esse fim. É bom conhecer esses recursos, pois as figuras semelhantes existem em nosso dia a dia.

**P:** Até aqui alguma pergunta?

**Y:** Não.

**JP:** Não.

**AV:** Não.

**H:** Não.

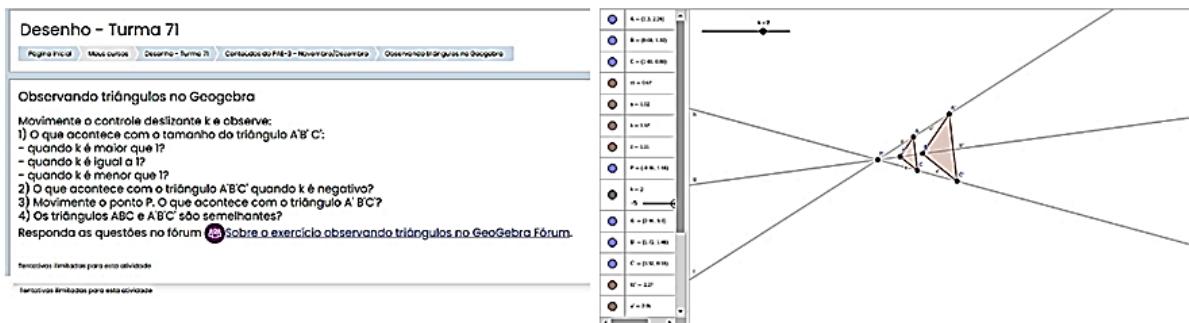
**FH:** Não.

**AG:** Não.

Nesse ponto da conversa, correlacionei o caso das portas pantográficas com os pantógrafos de homotetia. Disse que, no caso das portas pantográficas, ora elas se expandem para fechar o vão, ora se encolhem para deixar o espaço aberto, diferentemente do pantógrafo de homotetia, cuja função é ampliar ou reduzir imagens e, em casos particulares, fazer o desenho do mesmo tamanho, quando a razão de proporcionalidade for igual a 1.

No encontro síncrono de primeiro de dezembro de 2021, continuamos a falar da homotetia, mas destacando a questão da posição das figuras semelhantes no plano em relação a um ponto (o centro de homotetia), ou seja, assim como as transformações isométricas, a homotetia também determina figuras semelhantes em uma determinada posição no plano.

A atividade assíncrona desse encontro consistia em manipular uma planilha do GeoGebra com dois triângulos posicionados em relação ao centro de homotetia (Figura 117). Através da interação com a planilha, o estudante poderia observar e responder as questões do fórum “Observando triângulos no GeoGebra”, cujo objetivo era visualizar a semelhança entre as figuras e entre a proporcionalidade existente entre seus correspondentes.



**Figura 117.** Atividade assíncrona “Observando triângulos no GeoGebra”

Fonte: captura de tela do fórum no AVACAp

O Quadro 24 mostra as respostas dos estudantes que participaram do fórum sobre o exercício “Observando triângulos no GeoGebra”.

**Quadro 24.** Respostas do fórum sobre o exercício “Observando triângulos no GeoGebra” – Turma 71/2021 (Continua)

Aluno	O que acontece quando: k é maior que 1?	k é igual a 1?	k é menor que 1?	O que acontece com o triângulo A'B'C' quando k é negativo?	Movimento o ponto P. O que acontece com o triângulo A'B'C'?	Os triângulos ABC e A'B'C' são semelhantes?
I	“O triângulo se move para a direita, (minha direita)”.	“A figura fica posicionada sobre o triângulo original”.	“O triângulo se move para a esquerda (minha esquerda)”.	“Ele começa a ficar do lado oposto do triângulo original, como uma reflexão”.	“A figura se mexe ficando de acordo com o sentido do ponto P”.	“Sim, a única coisa que se altera é o tamanho, quando se mexe o k”.
Y	“O triângulo A'B'C' fica maior”.	“O triângulo A'B'C' fica igual”.	“O triângulo fica menor”.	“Ele fica invertido e maior”.	“Movimentando o ponto P o triângulo A'B'C' gira”.	“Sim por que tem um momento em que o A'B'C' fica igual a ABC., e os lados do triangulo A'B'C' aumentam proporcionalmente aos lados do triangulo ABC”.
V	“Quando o triângulo A'B'C' se move para a direita”.	“Quando ela fica sobreposta ao triângulo usado de base (original)”.	“Para ele diminuir tem que ir para a esquerda”.	“Ele fica posicionado ao lado oposto do triângulo base (original), ou seja, de cabeça para baixo”.	“Ele faz o movimento de meio giro”.	“Sim, mesmo mudando de forma e tamanho são semelhantes, mas todos em relação ao um certo ponto que no caso foi o k, como aprendemos na aula”.
JP	“Quando o triângulo se move para a direita”.	“Quando a figura fica em cima do triângulo original”.	“Quando o triângulo é movido para a esquerda”.	“Ele fica do lado contrário da figura original”.	“O triângulo A' B' C' se mexe de acordo como o ponto P se mexe”.	“Sim, só se muda o tamanho, quando se movimenta o ponto P”.

Quadro 24. Continuação

ML	“o triângulo abc se move para direita”.	“O triângulo abc se iguala”.	“Quando o triângulo se move para esquerda”.	“Ele fica invertido”.	“O triângulo gira”.	“Sim, eles ficam iguais e o triângulo abc aumenta proporcionalmente”.
H	“quando A' B' C' ficam no lado direito em relação à figura A B C”.	“quando A' B' C' ficam em cima do triangulo A B C”	“quando A' B' C' ficam no lado esquerdo em relação à figura A B C”.	“Ele vai para o lado contrário, virando uma reflexão”.	“ele se move junto com o ponto”.	“sim, só muda o tamanho quando aumentamos ou diminuímos o k”.
LV	“K fica maior em relação ao triângulo ABC”.	“K fica do mesmo tamanho em relação ao triângulo ABC”.	“K fica com o menor em relação ao triângulo ABC”.	“O triângulo fica espelhado”.	“O triângulo A'B'C' se move <u>sempre na direção oposta</u> do ponto P”.	“O triângulo ABC e o A'B'C' são semelhantes”.
LL	“O triângulo se amplia”.	“O triângulo fica na posição inicial e com o tamanho de origem”.	“o triângulo diminui”.	“O triângulo fica na posição invertida”.	“Ele movimenta somente a cópia em relação a original, sem modificar o seu tamanho”.	“São semelhantes”.
DR	“o triângulo abc se move para direita”.	“O triângulo abc se igual ao a'b'c'”.	“Quando o triângulo se move para esquerda”.	“Ele fica invertido”.	“O triângulo gira”.	“Sim, eles ficam iguais e o triângulo abc aumenta proporcionalmente”.
FP	“Quando ele vai para a direita”.	“Quando ele fica parado”.	“Quando ele vai para a esquerda”.	“Ele inverte”.	“Ele se move de acordo com os movimentos do ponto p”.	“Sim”.
AV	“Quando o triângulo A'B'C se move para a direita”.	“Que o triângulo A'B'C se iguala”.	“O triângulo fica menor”.	“O triângulo fica invertido”.	“Ele se move junto com o ponto”.	“Sim, eles ficam iguais e o triângulo abc aumenta proporcionalmente”.

**Quadro 24.** Continuação

R	“Aumenta”	“Fica igual”.	“Diminui”	“Quando K é negativo, o triângulo A'B'C' vai para o outro lado”.	“O triângulo se movimenta junto com o ponto P inversamente (por exemplo, se P é movimentado para baixo, o triângulo vai para cima)”.	“São semelhantes”.
A	“Quando deslizamos a linha (e movemos a figura cópia para direita) para a direita”.	“Quando fica sobre a figura original”.	“Quando desliza para a esquerda”.	“Ele <u>aumenta</u> para o lado contrário de ABC”.	“Ele se move junto com o ponto P, sem mudar de tamanho”.	“Sim, apenas <u>não têm o mesmo tamanho</u> (às vezes)”.
GJ	“Se move para a direita”.	“Fica normal”.	“O triângulo se move para esquerda, fica menor”.	“Ele muda de tamanho para maior, e fica invertido”.	“Ele gira junto com o ponto”.	“Sim, a única coisa que se altera é o tamanho, quando se mexe o k. Sim eles ficam iguais e o triângulo abc mudam proporcionalmente”.
S	“Quando o triângulo A'B'C' se move a direita”.	“quando fica em cima do triângulo original”.	“quando o triângulo é movido a esquerda”.	“Ele fica ao contrário do original, espelhado”.	“Ele se move de acordo com o ponto P”.	“Sim são iguais”.

Fonte: elaborado pela autora baseado nas respostas dos estudantes no fórum

O primeiro tópico a ser observado durante a manipulação da planilha era o tamanho do triângulo transformado A'B'C' em relação ao triângulo original ABC, quando o controle deslizante indicasse a razão de proporcionalidade (k) maior que 1. Nas respostas organizadas no Quadro 23, é possível verificar que a maioria dos respondentes (11) indicou o sentido do movimento do triângulo transformado (move-se para direita) e não observou o tamanho conforme o solicitado. Apenas quatro respondentes notaram que o triângulo A'B'C' ficava

maior que o original. Nesse tópico, **A** e **V** responderam indicando o sentido do deslocamento em vez do tamanho do triângulo.

O segundo tópico a ser examinado era o tamanho do triângulo  $A'B'C'$  quando o  $k$  fosse igual a 1 (caso particular, que indica a congruência entre os triângulos pela sobreposição). As observações de sete estudantes indicaram que o triângulo transformado ficava sobreposto ao original, outros sete assinalaram que o triângulo  $A'B'C'$  ficava com o mesmo tamanho do triângulo original, e um estudante respondeu que o triângulo  $A'B'C'$  ficava parado. **A** e **V** notaram que os triângulos ficariam sobrepostos.

No terceiro tópico, os estudantes deveriam observar o tamanho do triângulo transformado  $A'B'C'$  quando o controle deslizante indicasse um  $k$  menor que 1. Novamente alguns estudantes (oito) observaram o sentido do movimento do triângulo  $A'B'C'$  (para a esquerda), cinco estudantes responderam que o triângulo transformado ficava menor que o original, e dois respondentes indicaram que, para diminuir o controle deslizante, este deveria ir para a esquerda. **A** observou que o controle deslizante deveria se movimentar para a esquerda e **V** associou a redução do tamanho do triângulo transformado com o movimento do controle deslizante para a esquerda.

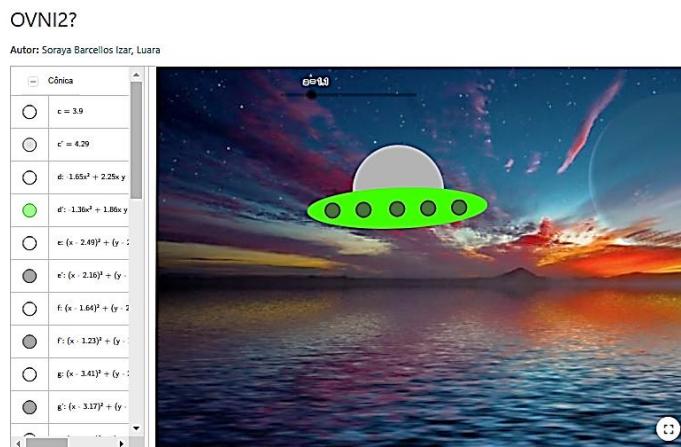
No quarto tópico, os estudantes deveriam observar a inversão do triângulo transformado em relação ao triângulo original e a posição deles em relação ao centro de homotetia (ponto P). Cinco estudantes perceberam que o triângulo  $A'B'C'$  ficava invertido; dois observaram que o triângulo transformado ficava do lado oposto ao triângulo original em relação ao centro de homotetia; um estudante visualizou que o triângulo  $A'B'C'$  ficava invertido e do lado oposto; dois estudantes responderam que o triângulo estudo ficava invertido e maior – não perceberam que, dependendo da posição do controle deslizante, o triângulo transformado poderia ser menor que o original. Algumas respostas indicaram a correlação com uma transformação isométrica. Quatro respondentes afirmaram que o triângulo  $A'B'C'$  ficaria do lado oposto como em uma reflexão ou espelhamento. Realmente na reflexão as figuras ficam de lados opostos, mas em relação a uma reta. **A** afirmou que o triângulo transformado aumentava para o lado contrário e **V** observou que o triângulo ficava do lado oposto e de cabeça para baixo (invertido).

O quinto tópico tinha o propósito de mostrar que a figura transformada estaria sempre posicionada no plano em relação ao centro de homotetia e a figura original e os vértices correspondentes dos triângulos estariam alinhados com o centro de homotetia. Seis estudantes observaram que o triângulo  $A'B'C'$  se movimentava junto com o centro de homotetia. Quatro respondentes utilizaram o termo “girar”, ao afirmar que o triângulo transformado girava junto

com o centro de homotetia. Três estudantes observaram que o triângulo A'B'C' se move na direção oposta ao ponto P (centro de homotetia). Um aluno indicou que somente movimenta a cópia sem modificar o seu tamanho. Nenhum dos estudantes observou o alinhamento do centro de homotetia (P) com os vértices correspondentes do triângulo original e do triângulo transformado. A observou que o triângulo cópia se move junto com o centro de homotetia sem mudar o tamanho. V observou um caso particular da homotetia, quando  $k = -1$ , o que gera uma figura congruente à figura original, mas posicionada no plano do lado oposto à figura original em relação ao centro de homotetia, característica do meio giro.

No sexto tópico, 12 estudantes afirmaram que os triângulos ABC e A'B'C' eram semelhantes. A maioria observou que existia proporcionalidade entre os lados dos triângulos homotéticos. As respostas dos estudantes que participaram do fórum sugerem que as interações nos encontros síncronos foram produtivas.

No encontro síncrono de 15 de dezembro de 2021, utilizamos o GeoGebra *Classroom* para fazer duas atividades relacionadas à homotetia: OVNI<sub>2</sub> (Figura 118) e a Atividade-b (Figura 119). Semelhantes à atividade do fórum sobre o exercício “Observando triângulos no GeoGebra”, as atividades foram realizadas durante o encontro síncrono e muitos alegaram não conseguir entrar no GeoGebra *Classroom* ou ter problemas de conexão.



**Figura 118.** Atividade OVNI<sub>2</sub>  
Fonte: captura de tela do GeoGebra *Classroom*

O objetivo da atividade OVNI<sub>2</sub> era verificar se os estudantes percebiam a semelhança entre as imagens que apareciam ao movimentarem o cursor e se identificavam a transformação homotetia. Quinze estudantes da Turma 71 realizaram a atividade.

A maioria percebeu que, quando movimentavam o controle deslizante, a imagem original do OVNI<sub>2</sub> reduzia ou ampliava proporcionalmente o tamanho. Dos 15 estudantes, 12

responderam que as imagens que apareciam ao movimentar o cursor eram semelhantes e 3 não responderam. Sobre a identificação da transformação, 8 afirmaram que era homotetia, 1 disse que era reflexão, 2 viram uma translação e 1 afirmou ser uma translação ou meio-giro. Observei que a maioria dos estudantes que acertaram as questões da atividade OVNI<sub>2</sub> participou ativamente das conversas nos encontros síncronos e fez as atividades assíncronas. A respondeu satisfatoriamente as 4 questões da atividade OVNI<sub>2</sub> e V só respondeu a 1 das perguntas.

A Atividade-b (Figura 119) do encontro síncrono tinha o objetivo de identificar características das figuras homotéticas: alinhamento dos vértices homólogos com o centro de homotetia, vértices e ângulos correspondentes, paralelismo entre os lados homólogos. Algumas questões eram as mesmas do fórum “Observando triângulos no GeoGebra” postadas no dia 1 de dezembro de 2021.

**Autor:** Soraya Barcellos Izar  
**Observando as posições dos lados e ângulos dos triângulos.**

**4. Observe os lados correspondentes dos triângulos ABC e A'B'C'.**  
 Quals os pares de lados correspondentes dos triângulos ABC e A'B'C'?

**5. Observe os lados correspondentes dos triângulos ABC e A'B'C'.**  
 Qual a posição relativa entre os lados correspondentes dos triângulos ABC e A'B'C'?  
 Assinale a sua resposta aqui:  
 A  Obliquos  
 B  Perpendiculares  
 C  Paralelos

**6. Deslize o cursor k para a direita e observe**  
 O que acontece com o tamanho do triângulo A'B'C' quando k é maior que 1?

**7. Posicione o cursor na posição k=1 e observe.**  
 O que acontece com o tamanho do triângulo A'B'C' quando k=1?

**8. Deslize o cursor k para a esquerda e observe**  
 O que acontece com o tamanho do triângulo A'B'C' quando k é menor que 1?

**9. Movimento o ponto E.**  
 O que acontece com o triângulo A'B'C' quando você aproxima ou afasta o ponto E do triângulo ABC?

**10. O que acontece?**  
 O que acontece com triângulo A'B'C' se você movimentar um dois vértices do triângulo ABC?

**Figura 119.** Atividade-b GeoGebra Classroom

Fonte: captura de tela do GeoGebra Classroom

Treze estudantes da Turma 71 participaram da Atividade-b. Na questão de identificação dos pares de ângulos congruentes e identificação dos ângulos correspondentes, sete estudantes identificaram corretamente. O paralelismo entre os lados homólogos foi

identificado por 7 estudantes. Sobre a relação entre o tamanho da figura transformada e o movimento do cursor, 5 alunos perceberam que, quando  $k$  é maior que 1, a cópia fica maior que a figura original. Três estudantes afirmaram que o tamanho da cópia é o mesmo da original quando  $k$  é igual a 1, e 2 estudantes visualizaram a sobreposição das figuras quando  $k$  é igual a 1, evidenciando uma importante informação quando se trata da posição das figuras em relação ao centro de homotetia. Muitos estudantes acessaram a atividade, mas não responderam as questões. Sete estudantes não responderam as questões de 5 a 10.

Mesmo com uma participação pouco expressiva nas atividades OVNI e Atividade-b, foi perceptível que os estudantes que participaram ativamente das conversas conseguiram mostrar que sabiam algo sobre as propriedades das figuras homotéticas.

De uma maneira geral, a interação com os estudantes no encontro síncrono foi muito proveitosa. Como em uma sala de aula presencial, alguns participaram entusiasmados, outros nem tanto. Todavia, a interação de um grupo de discentes comigo foi significativa devido aos exemplos, às dúvidas e às ideias que me levaram a elaborar possibilidades e caminhos para o desenvolvimento dos objetivos propostos para cada encontro.

Mesmo com as câmaras fechadas – o que me impede de perceber as reações dos alunos, comuns em uma aula presencial – as trocas foram bem produtivas e refletiram-se nas respostas das atividades assíncronas.

Em tempos de ensino remoto, entendemos que a interação e a mediação (D'ÁVILA, 2011; LIBÂNEO, 2011, 2013; VIGOTSKY, 2007) foram imprescindíveis na pesquisa de campo – e destacamos a participação agregadora da Turma 71 e, em particular, dos estudantes **A** e **V**. A reunião de recursos audiovisuais híbridos (SANTAELLA, 2019) contribuiu para a visualização a partir da congruência até a proporcionalidade (ARCAVI, 2003; HERSHOWITZ, 1994; KALEFF, 2016; PRESMEG, 1986). As planilhas dinâmicas do GeoGebra colaboraram fortemente para a visualização das características e propriedades das TG, pois o movimento e o dinamismo proporcionados pelo *software* estimulam o entendimento dos conceitos (GASPAR; CABRITA, 2014; PINHEIRO; ALVES; ARAÚJO, 2020). Em suma, as análises sugerem que as TG mediadas pelas linguagens híbridas e por *software* de geometria dinâmica contribuíram para a visualização, pelos estudantes do 7.º ano do Ensino Fundamental do CAp-UERJ, da congruência até a semelhança entre figuras geométricas.

No capítulo seguinte apresentaremos algumas considerações sobre a experiência vivenciada da pesquisa.

## CONSIDERANDO SOBRE AS TRANSFORMAÇÕES

Encontrar recursos que promovessem a visualização de características e propriedades dos temas de Geometria e Desenho foi uma meta particular. Os desenhos estáticos no quadro de giz não favoreceriam a visualização e o raciocínio geométricos. Nessa procura, que visava beneficiar o diálogo entre o processo de ensino e o processo de aprendizagem, a utilização de materiais concretos iniciou essa trajetória até encontrar a geometria dinâmica. A movimentação dos elementos na tela do *software* de geometria dinâmica, associada à produção de pequenos vídeos no próprio ambiente, incrementou as representações gráficas e promoveu a visualização e o pensamento geométricos.

A escolha pelas TG deu-se em razão da versatilidade que o conteúdo oferece. Além de aplicações em outras áreas do conhecimento, vislumbrei a possibilidade de trabalhar a visualização de figuras congruentes e figuras semelhantes com transformações isométricas e não isométricas. A parceria com as linguagens híbridas justifica-se pela possibilidade de utilizar recursos multimídia diversos – animações, vídeos, conteúdos interativos – reunidos pela tecnologia para promover a visualização das características da congruência e da semelhança entre figuras pelos estudantes.

Nesse contexto, a questão norteadora desta pesquisa foi elaborada: a fim de promover aprendizagens de estudantes do Ensino Fundamental, de que forma as transformações geométricas mediadas pelas linguagens híbridas e por *software* de geometria dinâmica contribuem para a visualização a partir da congruência até a semelhança entre figuras geométricas em um cenário de ensino remoto?

Visando orientar a resposta de nossa questão, os seguintes objetivos foram elencados:

- Elaborar uma sequência de atividades para o AVACAp que, com recursos multimídia diversos, trabalhe a visualização das características das transformações geométricas isométricas (simetria central, simetria axial, translação, rotação).
- Elaborar uma sequência para o AVACAp que, com recursos multimídia diversos, trabalhe a visualização das características das transformações geométricas não isométricas (homotetia).

- Analisar a aprendizagem dos alunos sobre as transformações tendo como referência o desenvolvimento da visualização e as formas de interação e de representação.

A sequência de atividades para a visualização das características das transformações isométricas foi planejada em uma estrutura híbrida, utilizando recursos multimídia disponibilizados no ambiente virtual de aprendizagem. Vídeos, textos, planilhas dinâmicas do GeoGebra e imagens diversas foram a base para uma estratégia mais visual. Os recursos foram utilizados nos encontros síncronos e organizados no AVACAp. Considerando as restrições do ensino remoto, apontamos que esse conjunto de recursos foi eficiente para a maioria dos estudantes do 7.º ano do CAp-UERJ, como mostrou a análise da intervenção pedagógica durante os encontros síncronos e a análise das atividades assíncronas.

As participações dos estudantes **A** e **V** da Turma 71 deram o tom aos encontros síncronos. A curiosidade e a vontade de ambos em participar das discussões, mesmo na condição atípica do ensino remoto, foi importante para a pesquisa de campo. **A** e **V** foram a linha condutora e a força motriz para motivar a participação dos colegas mais tímidos ou descrentes de que poderiam aprender algo no ensino remoto. **A**, **V** e outros estudantes de outras turmas do 7.º ano motivaram-me a continuar a pesquisa de campo.

No bloco de atividades das transformações geométricas isométricas, surgiram comparações interessantes, que visualizavam e relacionavam situações planas a situações espaciais. Uma delas foi a associação, feita por **A**, das obras impossíveis de Escher com as escadas mágicas do Castelo de Hogwarts, a escola de magia dos filmes de Harry Potter. Outro exemplo foi a observação da movimentação de uma figura transladada na planilha dinâmica do GeoGebra. Nesse exemplo, **A** e **V** visualizaram que a translação pode gerar a representação de figuras tridimensionais. Outra notável percepção de **V** foi a correlação do chute de trivela com a rotação. Devido à forma como o jogador bate na bola (com o peito do pé), o chute de trivela faz a bola girar no seu eixo e em relação a um ponto exterior, configurando uma trajetória curva em direção ao gol. Uma quarta participação significativa foi a dúvida de **A** sobre a transformação existente na logomarca do McDonald's: translação ou reflexão? A observação da forma do logotipo em ambos os casos gerou um desenho elaborado por **A**, que mostra as duas transformações. A análise atenta mostrou a existência da reflexão no desenho do logotipo do McDonald's.

Esses exemplos sugerem que a participação ativa e constante dos estudantes foi essencial para a aprendizagem das transformações geométricas isométricas. As atividades propostas e a interação promovida pelos recursos híbridos estimularam a percepção dos

estudantes e provocaram, em um primeiro momento, a visualização e, posteriormente, a compreensão das características das transformações isométricas. Nos encontros síncronos, foram utilizados os recursos próprios do Moodle/AVACAp e recursos externos (planilhas dinâmicas do GeoGebra, vídeos, animações, Google *Forms*).

Para a sequência de transformações não isométricas, foram disponibilizados no AVACAp recursos multimídia em que os estudantes pudessem visualizar a proporcionalidade entre segmentos e a semelhança dos polígonos gerados pela homotetia. Foram apresentados vários exemplos do cotidiano que se relacionam à construção de figuras semelhantes ou cujo princípio de funcionamento se respalda no conceito de homotetia.

A análise da aprendizagem dos estudantes sobre as TG foi estruturada na interação ocorrida nos encontros síncronos e na observação das respostas das tarefas assíncronas. Pela análise, notamos que a maioria dos discentes envolvidos na pesquisa de campo desenvolveu a visualização a partir da congruência até a proporcionalidade e a semelhança entre figuras ao trabalhar com recursos de geometria dinâmica e com o editor de imagens do Windows (Paint), observando e refletindo sobre o princípio de funcionamento do caleidoscópio, do pantógrafo, da câmara escura.

O percurso do campo, devido ao ensino remoto, teve limitações de origem tecnológica, de condução ou de tempo. A ausência de estabilidade na conexão com a internet foi um nó considerável para muitos – precisamos nos equipar e nos adaptar para a realidade do ensino remoto em tempo recorde. A adaptação dos estudantes à nova modalidade de ensino também foi um nó a ser desatado. Alguns alunos não conseguiam participar dos encontros síncronos por problemas de acesso ou mesmo por falta de um local apropriado para os estudos. A adaptação das atividades e a carga horária da disciplina (reduzida à metade durante o ensino remoto) caracterizaram outros nós nesse percurso.

As contribuições teóricas desta tese voltam-se para os estudos sobre a visualização geométrica, sobre as linguagens híbridas no ensino e sobre a mediação e a interação pedagógicas no ensino remoto. As contribuições para a área da Educação Matemática estão relacionadas à análise da aprendizagem de alunos sobre as TG, tendo como referência o desenvolvimento da visualização e as formas de interação e de representação. Em termos práticos, as contribuições deste estudo direcionam-se aos estudantes da educação básica; à visualização geométrica dos conceitos de congruência e de proporcionalidade; e à utilização das linguagens híbridas como recurso dinâmico para promover a visualização e a estruturação de um ambiente virtual de aprendizagem com características híbridas.

Este trabalho não está concluído apenas pelo encerramento de uma janela no tempo. Novas pesquisas podem abordar a utilização das linguagens híbridas na educação básica. A produção de vídeos autorais que contribuam para a visualização da proporcionalidade; animações que contemplem a passagem da congruência para a semelhança, incluindo o trabalho com o teorema de Tales, entre outros temas, são possibilidades vislumbradas. Especificamente, visualizamos como possíveis desdobramentos da pesquisa:

- a implementação e organização do AVACAp com recursos híbridos para outros conteúdos na 7.<sup>a</sup> série;
- a produção específica de planilhas dinâmicas animadas no GeoGebra para os conteúdos a serem desenvolvidos;
- a produção de curtas de animação que estimulem a visualização de conteúdos desenvolvidos na série;
- a produção de vídeos ou curtas de animação pelos estudantes sobre os temas estudados para serem utilizados como recurso no AVACAp.

Possibilidades que emergem a partir das combinações de linguagens em prol do desenvolvimento da visualização, mas não apenas a visualização geométrica. Incluo a visualização que, diante de determinadas situações, nos faz antecipar a resolução de questões. A visualização que pode ser trabalhada em qualquer área do conhecimento. A visualização que pode contribuir para a evolução do ser. A visualização para a vida.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

100 ANOS de Athos Bulcão. [S. l.: s. n.], 2017. Vídeo (36 s). Publicado pelo canal Câmara dos Deputados. Disponível em: [https://youtu.be/MRxZt\\_isfmY](https://youtu.be/MRxZt_isfmY) Acesso em: 2 mai. 2020.

ALVES, Daniele Simas Pereira; COSTA, Liliana Manuela Gaspar Cerveira da; GOMES, João. Domingos da Silva Junior. Visualização em ambientes dinâmicos como facilitador no ensino de simetrias e pavimentações. **Revista Brasileira de Expressão Gráfica**, [s. l.], v. 8, n. 1, p. 41-62, 17 fev. 2020. Disponível em:  
<https://rbeg.net/index.php/rbeg/article/view/87/158> Acesso em: 16 nov. 2022.

ALVES, Lynn. Educação remota: entre a ilusão e a realidade. **Interfaces Científicas - Educação**, [s. l.], v. 8, n. 3, p. 348-365, 2020. Disponível em:  
<https://periodicos.set.edu.br/educacao/article/view/9251> Acesso em: 5 nov. 2021.

AMARAL, Maria Elisabete.; CABRITA, Isabel. Matemática e Educação Visual – uma parceria favorável à apropriação das isometrias. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE INVESTIGAÇÃO QUALITATIVA, 1., 2016, Porto. **Anais** [...]. Porto: 2016. Disponível em:  
<https://proceedings.ciaiq.org/index.php/ciaiq2016/article/view/726/713>  
Acesso em: 5 out. 2022.

AMPLIADOR de desenhos. [S. l.: s. n.], 2013. Vídeo (7 m 39 s). Publicado pelo canal Manual do Mundo. Disponível em:  
[https://www.youtube.com/watch?time\\_continue=64&v=Ji7YorM\\_t\\_0](https://www.youtube.com/watch?time_continue=64&v=Ji7YorM_t_0) Acesso em: 24 nov. 2021.

ANDY Wahrol & serigrafia. [S. l.: s. n.], 2018. Vídeo (4 m 18 s). Publicado pelo canal Manel Trenchs Mola. Disponível em: <https://youtu.be/kxfYADZT9VI> Acesso em: 20 maio. 2020.

ARCAVI, Abraham. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, [S.l.], v. 52, p. 215-241, 2003. DOI:  
<https://doi.org/10.1023/A:1024312321077>

ASSIS, Alexandre Rodrigues de. **Alunos do Ensino Médio realizando toques em telas e aplicando isometrias com GeoGebra**. Orientador: Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral. 2020. 197 f. Tese (Doutorado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares) – Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar de Nova Iguaçu, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2020. Disponível em:  
<https://tede.ufrj.br/jspui/handle/jspui/5943>. Acesso em: 10 out.2020.

AZEVEDO, Hebert Wesley. **Transformações geométricas na formação inicial e continuada de professores de Matemática**: atividades investigativas envolvendo reflexões por retas e GeoGebra. Orientador: Rosa Maria dos Santos Barreiro Chaves. 2016. 177 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade de São Paulo,

São Paulo, 2016. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-08072019-121736/publico/D1.pdf> Acesso em: 12 fev. 2022.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Edur, 2009. (Volume 1).

BARBOSA, Maria Cecília da Silva.; GANI, Danusa Chini. Multiplicidade do olhar: representação gráfica em programa de modelagem digital. In: GRAPHICA, 13., 2019, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro: Colégio Pedro II, 2019. p. 1262-1267. Disponível em: [http://www.graphica2019.org/assets/doc/Anais\\_Graphica\\_2019.pdf](http://www.graphica2019.org/assets/doc/Anais_Graphica_2019.pdf) Acesso em: 1 nov.2022.

BASTOS, Rita. Notas sobre o ensino da Geometria: transformações geométricas. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 94, p. 23-27, 2007. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1619> Acesso em: 3 out. 2021.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em educação matemática. **Pró-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 18-23, mar. 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379/11803>. Acesso em: 15 dez. 2022.

BILRO. In: **Dicionário Aurélio**. São Paulo: Nova Fronteira, 1985.

BISHOP, Alan. J. A review of research on visualisation in Mathematics Education BORBAS, Andrea. (ed.). PME INTERNATIONAL CONFERENCE, 19., 1988, Veszprem. **Anais** [...]. Veszprem: Hungary, 1988. p. 170-176. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED411128.pdf#page=188> Acesso em: 12 out.2021.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> Acesso em: 10 set. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br> Acesso em: 19 maio 2023.

BROCKER, Mosael Juliano. Transformações Geométricas: uma proposta via plano cartesiano. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 19., 2015, Juiz de Fora. **Anais** [...]. Juiz de Fora: UFJF, 2015. p. 1-11. Disponível em: <https://vdocuments.mx/transformacoes-geometricas-uma-proposta-via-plano-o-uso-do-plano-cartesiano.html?page=4> Acesso em: 19 nov. 2021.

BUENO, Marcelo da Silva; CHAVES, Jansley Alves; TOURÍÑO, Caunnê Ferreira. Um estudo de caso sobre a construção das competências gráficas no CAP/UFRJ. In: GRAPHICA, 12., 2017, Araçatuba. **Anais** [...]. Araçatuba: UNIP, 2017. p. 758-766. Disponível em: <https://even3.blob.core.windows.net/anais/50808.pdf>. Acesso em: 15 dez 2022.

BURATTO, Ivone Catarina Freitas. **Historicidade e visualidade**: proposta para uma nova narrativa na Educação Matemática. Orientador: Claudia Regina Flores. 2012. 243 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Programa de Pós-graduação em

Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012. Disponível em:  
<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/101029/310522.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em: 25 mar. 2022.

CÂMARA escura com lente – Experiência de Física. [S. l.: s. n.], 2012. Vídeo (4 m). Publicado pelo canal Manual do Mundo. Disponível em: <https://youtu.be/yZlt8VgjKdc> Acesso em: 10 fev. 2022.

O CAMINHO. Animação e Roteiro de Thiago Mallet. Belo Horizonte: Thiago Mallet, 2007. Disponível em: <https://youtu.be/4B4sea2IaqY> Acesso em: 3 fev. 2022.

CHAVES, Jansley Alves; GALVÃO, Maria de Fátima dos Santos; GOMES, Vânia Maria Rocha. Resolução de um problema de tangência por inversão: uma aplicação à artilharia. **Revista Brasileira de Expressão Gráfica**, [s. l.], v. 4, n. 1, p. 62-80, 2016. Disponível em: <https://rbeg.net/index.php/rbeg/article/view/40/68> Acesso em: 16 nov. 2022.

CIFUENTES, José Carlos. Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 46, p. 55-72, jan./jun., 2005. Disponível em: <https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepm/article/view/389/371> Acesso em: 10 dez. 2021.

COLE, Michael; SCRIBNER, Sylvia. Introdução. In: VIGOTSKI, Lev Semenovich. **A Formação social da mente**. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007. p. XVII-XXXVI. (v. 1). ISBN 978-85-336-2264-7.

COMO FAZER cinema na caixa/Câmara Escura – Experiência de Física. [S. l.: s. n.], 2012. Vídeo (4 m 42 s). Publicado pelo canal Manual do Mundo. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=9JBs4T-sd6E> Acesso em: 15 fev. 2022.

COSTA, Conceição. Visualização, veículo para a educação em geometria. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2000, Fundão. **Anais** [...]. Fundão: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2000. Disponível em: [https://spiem.pt/DOCS/ATAS\\_ENCONTROS/atas\\_EIEM\\_2000.pdf](https://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/atas_EIEM_2000.pdf). Acesso em: 10 jun. 2021.

CRESTANI, Sandra. **Organização do ensino de matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico**: uma reflexão a partir do conceito de divisão. Orientador: Josélia Euzébio Rosa. 2016. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016. Disponível em: [https://repositorio.animaeducacao.com.br/bitstream/ANIMA/3520/1/111291\\_Sandra.pdf](https://repositorio.animaeducacao.com.br/bitstream/ANIMA/3520/1/111291_Sandra.pdf) Acesso em: 10 out. 2020.

CUNNINGHAM, Steve. The visualization environment for mathematics education. In: ZIMMERMANN, Walter; CUNNINGHAM, Steve. (ed.). **Visualization in teaching and learning mathematics**. Washington: MAA, 1991. p. 67-76. Disponível em: <https://dl.acm.org/doi/10.5555/115665.115670> Acesso em: 27 mar. 2022.

DAMÁSIO, António. **O mistério da consciência**: do corpo e das emoções do conhecimento de si. Tradução de L. T. Motta. São Paulo: Companhia das Letras, 2000.

D'ÁVILA, Cristina. Interdisciplinaridade e mediação: desafios no planejamento e na prática pedagógica da educação superior. **Conhecimento & Diversidade**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 6, p. 58-70, 2011. Disponível em:

[https://www.revistas.unilasalle.edu.br/index.php/conhecimento\\_diversidade/article/view/537/](https://www.revistas.unilasalle.edu.br/index.php/conhecimento_diversidade/article/view/537/)  
Acesso em: 5 dez. 2022.

DEJARNETTE, Anna. F. *et al.* Students' conceptions of reflection: opportunities for making connections with perpendicular bisector. **The Journal of Mathematical Behavior**, New Jersey, v. 43, p. 35-52, 2016. Disponível em:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0732312316300220?via%3Dihub>  
Acesso em: 29 nov. 2022.

DELMONDI, Natalia Nascimben; PAZUCH, Vinícius. Um panorama teórico das tendências de pesquisa sobre o ensino de transformações geométricas. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 99, n. 253, p. 659-686, 2018. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/rbeped/a/GvhD7vVpDf7kNx6DptMJxsy/?lang=pt#> Acesso em: 20 set. 2021.

DELMONDI, Natalia Nascimben; PAZUCH, Vinícius. O ensino de transformações geométricas: uma síntese da literatura envolvendo tarefas e a prática do professor. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 7, n. 1, p. 191-216, 2020. Disponível em:  
<https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/download/46201/pdf/139941> Acesso em: 15 out. 2021.

DENTON, Jo. Transforming Mathematics: Using dynamic geometry software to strengthen understanding of enlargement and similarity. **Warwick Journal of Education**, Coventry, v. 1, p. 69-84, 2017. Disponível em:  
<https://journals.warwick.ac.uk/index.php/wjett/article/download/45/239> Acesso em: 9 abr. 2022.

DERMEVAL, Diego; COELHO, Jorge A. P. de M.; BITTENCOURT, Ig. I. Mapeamento sistemático e revisão sistemática da literatura em informática na educação. In: JAQUES, Patrícia Augustin; SIQUEIRA, Sean; BITTENCOURT, Ig; PIMENTEL, Mariano. (org.) **Metodologia de pesquisa científica em informática na Educação**: abordagem quantitativa. Porto Alegre: SBC, 2020. (Série Metodologia de Pesquisa em Informática na Educação, v. 2). Disponível em: <https://metodologia.ceie-br.org/livro-2/> Acesso em: 10 jan. 2022.

DONALD NO país da matemágica. Direção de Hamilton Luske; Wolfgang Reitherman; Les Clark; Joshua Meador. Estados Unidos: Walt Disney Studios, 1959. Disponível em:  
<https://youtu.be/wbftu093Yqk> Acesso em: 10 nov. 2021.

DREYFUS, Tommy. Advanced mathematical thinking. In: NESHER, Pearla; KILPATRICK, Jeremy (ed). **Mathematics and cognition**. Cambridge: University Press, 1990. p. 113-134. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/books/abs/mathematics-and-cognition/advanced-mathematical-thinking/1EBA6DB6D470EC9FC18F66790CCD55C2>  
Acesso em: 11 jun. 2021.

ESQUERDO, Carolina Andressa da Silva. **Transformações Geométricas no Plano**: uma abordagem inspirada em Escher. Orientador: Neuza Teramon. 2018. 125 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018. Disponível em:

[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=6316903](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6316903) Acesso em: 12 fev. 2021.

FERNANDES JÚNIOR, Álvaro Martins; ALMEIDA, Siderly do Carmo Dahle de. Bases para a proposição de uma hipermídia para alunos do quinto ano da Educação Básica Brasileira baseado em hábitos midiáticos. **Educere**, Mérida, v. 21, n. 70, p. 619-632, 2017. (Universidade de Los Andes, Venezuela). Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/356/35656000011/html/> Acesso em: 15 out. 2022.

FIorentini, Dário *et al.* O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: FIorentini, Dário; PASSOS, Carmem Lúcia Brancaglion; LIMA, Rosana Catarina Rodrigues de (org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001 - 2012. Campinas: Unicamp, 2016. p. 17-41. E-book (488 p.). ISBN 978-85-7713-198-3. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/sites/www.fe.unicamp.br/files/documents/2021/12/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf> Acesso em: 9 jul. 2022.

FLORES, Cláudia Regina; WAGNER, Débora Regina; BURATTO, Ivone Catarina Freitas. Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 14, n. 1, p. 31-45, 2012. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/emp/article/view/8008/6827> Acesso em: 8 ago. 2021.

FRARE, Rosangela Eliana Bertoldo. **Geometria articulada ao uso do software Sweet Home 3D: mobilização e construção de conceitos no 2º ano do Ensino Médio**. Orientador: Daniela Dias dos Anjos. 2015. 252 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba, 2015. Disponível em: <https://www.usf.edu.br/galeria/getImage/385/13281535027383456.pdf> Acesso em: 15 fev. 2021.

FRISO. In: **Dicionário Aurélio**. São Paulo: Editora Nova Fronteira, 1985.

GARNICA, Antônio Vicente Marafioti. Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia. **Interface**, Botucatu, v. 1, n. 1, p.109-122, 1997. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/icse/a/CMZhfgQZbFHBdTjg9fFWpkd/> Acesso em: 20 dez. 2022.

GASPAR, Jorge Manuel Pedrosa; CABRITA, Isabel. GeoGebra e ferramentas tradicionais – uma conjugação favorável à apropriação das isometrias. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 25., 2014, Braga. **Atas** [...]. Braga: [S. l.], 2014. p. 169-190. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/306079369\\_GeoGebra\\_e\\_ferramentas\\_tradicionalis\\_Uma\\_conjugacao\\_favoravel\\_a\\_apropriacao\\_das\\_isometrias#:~:text=A%20an%C3%A1lise%20de%20conte%C3%BAdo%20a%20que%20foram%20submetidos,dos%20conceitos%20geom%C3%A9tricos%20em%20causa%20e%20sua%20aplica%C3%A7%C3%A3o](https://www.researchgate.net/publication/306079369_GeoGebra_e_ferramentas_tradicionalis_Uma_conjugacao_favoravel_a_apropriacao_das_isometrias#:~:text=A%20an%C3%A1lise%20de%20conte%C3%BAdo%20a%20que%20foram%20submetidos,dos%20conceitos%20geom%C3%A9tricos%20em%20causa%20e%20sua%20aplica%C3%A7%C3%A3o). Acesso em: 7 mar. 2022.

GIMÉNEZ, Joaquin; VANEGRAS, Yuly. Contextualizações de transformações geométricas na Educação Infantil. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 12, n. 28, p. 56-73, 6 dez. 2019. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/338177300\\_Contextualizacoes\\_de\\_transformacoes\\_geometricas\\_na\\_Educacao\\_Infantil](https://www.researchgate.net/publication/338177300_Contextualizacoes_de_transformacoes_geometricas_na_Educacao_Infantil) Acesso em: 14 set. 2020.

GIOMBELLI, Cirley. **Implicações da formação do PNAIC nas compreensões dos professores sobre as elaborações de conceitos matemáticos pelas crianças do ciclo de alfabetização.** Orientador: Maria Helena Baptista Vilares Cordeiro. 2016. 183 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal da Fronteira do Sul, Chapecó, 2016. Disponível em: <https://rd.uffs.edu.br/bitstream/prefix/702/1/GIOMBELLI.pdf> Acesso em: 10 fev. 2021.

GOMES, Andréia Prieto. **História da animação brasileira.** Cena Universitária. Centro de análise do cinema e do audiovisual. Rio de Janeiro. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2008.

GÚZMAN, Miguel de. **El Rincón de La Pizarra: El Papel de La Visualizacion.** Madri: Pirámide, 1996.

HERSHKOWITZ, Rina. Aspectos psicológicos da aprendizagem em geometria e da visualização em geometria: as duas faces da moeda. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, v. 32, p. 3-31, 1994. Disponível em: <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/issue/view/47/22> Acesso em: 20 abr. 2020.

O HOMEM vitruviano. [S. l.: s. n.], 2015. Animação experimental (1m 20s). Publicado pelo canal João Paulo Menezes. Disponível em: [https://youtu.be/P1oBL6W\\_YfI](https://youtu.be/P1oBL6W_YfI) Acesso em: 5 nov. 2021.

HOMEM vitruviano. [S. l.: s. n.], 2020. Vídeo (6 min 50 s). Publicado pelo canal Fernando Fabiano Gonçalves de Lima. Disponível em: <https://youtu.be/1xvOZ1i4DWY> Acesso em: 3 nov. de 2021.

ISTO É matemática. [S. l.: s. n.], 2013. Vídeo (8 min 10 s). Publicado pelo canal Sigma3web. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=7ac0WC3tzwU> Acesso em: 3 maio. 2020.

IZAR, Soraya Barcellos. **Explorando o conceito de homotetia com alunos do ensino fundamental: uma abordagem com aplicativos dinâmicos inspirada na cultura visual.** 2014. 124 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2014. Disponível em: <https://tede.ufrj.br/jspui/bitstream/jspui/4479/2/2014%20-%20Soraya%20Barcellos%20Izar.pdf> Acesso em: 27 fev. 2021.

IZAR, Soraya Barcellos. Mapeando sobre Transformações Geométricas no Catálogo de Teses de Dissertações da CAPES. In: BAIRRAL, Marcelo Almeida; MENEZES, Rhônalo Oliveira. **Elaboração e mapeamento de pesquisas com tecnologias.** Porto Alegre: Fi, 2022. p. 151-183. E-book (v. 1, 347 p.). Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/14PWvG6Y9gWCTeb6hgBaemksLC7eGF5xI/view> Acesso em: 5 dez. 2022.

IZAR, Soraya Barcellos; BAIRRAL, Marcelo Almeida. Ctrl C, Ctrl V: alunos ampliando e reduzindo figuras no Paintbrush. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideo. **Actas [...].** Montevideo: SEMUR, 2013. p. 6268-6273. Disponível em:

[https://www.researchgate.net/publication/372542463\\_CTRL\\_C\\_CRTL\\_V\\_ALUNOS\\_AMPLIANDO\\_E\\_REDUZINDO FIGURAS\\_NO\\_PAINTBRUSH](https://www.researchgate.net/publication/372542463_CTRL_C_CRTL_V_ALUNOS_AMPLIANDO_E_REDUZINDO FIGURAS_NO_PAINTBRUSH) Acesso em: 15 dez. 2022.

IZAR, Soraya Barcellos; BAIRRAL, Marcelo Almeida. Aplicativos dinâmicos e cultura visual na exploração do conceito de homotetia. **Revista Brasileira de Expressão Gráfica**, [s. l.], v. 4, ed. 1, p. 1-19, 2016. Disponível em:  
<https://rbeg.net/index.php/rbeg/article/view/37/62> Acesso em: 16 nov. 2022.

IZAR, Soraya Barcellos; BAIRRAL, Marcelo Almeida. Transformações Geométricas: uma busca preliminar no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes. In: SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, 9., 2020, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro: SBEM, 2020. Disponível em:  
<http://eventos.sbeam.com.br/index.php/spem-rj/ix-spem-rj/paper/viewFile/1443/1173>  
Acesso em: 15 jul. 2022.

IZAR, Soraya Barcellos; NOVAL, Maria Begoña Salgado; VIANNA, Sônia Sá. As Transformações Pontuais e o Neomanuelino no Real Gabinete Português de Leitura: uma proposta de atividade para estudantes do Ensino Médio. In: GRAPHICA, 9., 2019, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro: Colégio Pedro II, 2019. p. 1277 -1280. Disponível em:  
<http://graphica2019.org/anais.php> Acesso em: 2 dez. 2022.

IZAR, Soraya Barcellos; OLIVEIRA, George Willian Bravo de; SETTIMY, Thais Fernanda de Oliveira. Visualização em Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma experiência com materiais manipulativos. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 27, n. 75, p. 72-84, 24 jun. 2022. Disponível em:  
<http://www.sbeamrevista.com.br/revista/index.php/emr/article/view/3037/2145> Acesso em: 5 dez. 2022.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. Tomando o ensino de geometria em nossas mãos. **Educação Matemática em Revista**, [s. l.], v. 2, n. 2, p. 19-25, 1994a. Disponível em:  
<http://www.sbeamrevista.com.br/revista/index.php/emr/article/view/1334/743> Acesso em: 3 ago.2022.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. Uma aplicação do conceito de simetria axial plana visando um ensino interdisciplinar. **Zetetiké**, Campinas, v. 2, n. 1, p. 85-91, 1994b. Disponível em:  
<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646928>. Acesso em: 5 ago. 2022.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. **Tópicos em ensino de geometria**: a sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria. Rio de Janeiro: UFF/CEDERJ/UAB, 2016.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. Obstáculos cognitivos e registros semióticos frente à habilidade da visualização na aprendizagem das geometrias (euclidiana e não euclidianas). In: BAIRRAL, Marcelo Almeida; OLIVEIRA, George Willian Bravo de; IZAR, Soraya Barcellos (org.). **Retratos de experiências para visualização em geometria**. Seropédica: EDUR-UFRJ, 2022. p. 12-22. E-book (v. 1, cap. 1, 103 p.). ISBN 978-65-86859-28-7. Disponível em: <https://editora.ufrj.br/produto/retratos-de-experiencias-para-visualizacao-em-geometria/> Acesso em: 12 out.2022.

KOURGANOFF, Wladimir. **A face oculta da universidade.** Tradução de Cláudia Schilling e Fátima Murad. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1990.

KRUTETSKII, Vadim Andreyevich. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.** Chicago: University of Chicago Press, 1976.

LEMOS, Lucas Vieira. **A atividade do professor e a matemática no Ensino Fundamental:** uma análise sócio-histórica de sua estrutura e conteúdo. Orientador: Ademir Damázio. 2014. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2014. Disponível em: <http://repositorio.unesc.net/bitstream/1/2405/1/Lucas%20Vieira%20Lemos.pdf> Acesso em: 20 out. 2020.

LIBÂNEO, José Carlos. Didática e trabalho docente: a mediação didática do professor nas aulas. In: LIBÂNEO, José Carlos; SUANNO, Marilza Vanessa Rosa; LIMONTA, Sandra Valéria. **Concepções e práticas de ensino num mundo em mudança.** Diferentes olhares para a didática. Goiânia: PUC-GO, 2011. p. 85-100. Disponível em: [https://www.academia.edu/32229328/DID%C3%81TICA\\_E\\_TRABALHO\\_DOCENTE\\_A\\_MEDIA%C3%87%C3%83O\\_DID%C3%81TICA\\_DO\\_PROFESSOR\\_NAS\\_AULAS](https://www.academia.edu/32229328/DID%C3%81TICA_E_TRABALHO_DOCENTE_A_MEDIA%C3%87%C3%83O_DID%C3%81TICA_DO_PROFESSOR_NAS_AULAS) Acesso em: 10 nov. 2022.

LIBÂNEO, José Carlos. **Ensinar e aprender/aprender e ensinar:** o lugar da teoria e da prática em didática. Goiânia, 2013. Disponível em: <https://view.officeapps.live.com/op/view.aspx?src=https%3A%2Fprofessor.pucgoias.edu.br%2FSiteDocente%2Fadmin%2FarquivosUpload%2F5146%2Fmaterial%2F1%2520Nilda%2520Ensinaraprender%2520versao%2520final%25203.doc&wdOrigin=BROWSELINK> Acesso em: 20 dez. 2022.

LINGUAGEM. In: DICIO. Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2022. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/linguagem/> Acesso em: 22 dez. 2022.

LOCATELLI, Sueli Cristina. **O ensino de Geometria:** o que revelam as tarefas escolares? Orientador: Silvia Pereira Gonzaga de Moraes. 2015. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015. Disponível em: [https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=2849910](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2849910) Acesso em: 20 fev. 2021.

LOPES, Lidiane Schimitz; ALVES, Gilson Leandro Pacheco; FERREIRA, André Luís Andrejew. A simetria nas aulas de Matemática: uma proposta investigativa. **Educação e Realidade**, Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 549-572, abr./jun. 2015. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/educacaoerealidade/article/view/46015>. Acesso em: 10 nov. 2021.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Elisa Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MABUCHI, Setsuko Takara. **Transformações Geométricas:** a trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem à formação de professores. Orientador: Profa. Dra. Célia Maria Caroline Pires. 2000. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, [s. l.], 2000. Disponível em:

<https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11217/1/setsuko%20mabuchi.pdf> Acesso em: 9 jul. 2020.

MACHADO, Silvana Rocha B.; VERTULLI, Marcos Jeronimo A. Aplicação de conceitos geométricos nos cursos de design por meio da etnogeometria. In: GRAPHICA, 9., 2019, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro: Colégio Pedro II, 2019. p. 1164 -1174. Disponível em: <http://graphica2019.org/anais.php> Acesso em: 5 nov. 2021.

MAINALI, Bhesh Raj; HECK, Andre. Comparison of traditional instruction on reflection and rotation in a Nepalese high school with an ICT-rich, student-centered, investigative approach. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 15, n. 3, p. 487-507, nov. 2015. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/284103662 Comparison of Traditional Instruction on reflection and Rotation in a Nepalese High School with an ICT-Rich Student-Centered Investigative Approach](https://www.researchgate.net/publication/284103662_Comparison_of_Traditional_Instruction_on_reflection_and_Rotation_in_a_Nepalese_High_School_with_an_ICT-Rich_Student-Centered_Investigative_Approach) Acesso em: 15 nov. 2022.

MANOEL, Wagner Aguilera. **A importância do ensino da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental:** razões apresentadas em pesquisas brasileiras. Orientador: Sérgio Apparecido Lorenzato. 2014. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Campinas, Campinas, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/927720> Acesso em: 22 out. 2020.

MANSUR, Daniel Redinz; ALTOÉ, Renan Oliveira. Ferramenta tecnológica para realização de revisão de literatura em pesquisas científicas. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, [s. l.], v. 10, n. 1, p. 8-28, 2021. Disponível em: <https://ojs.ifes.edu.br/index.php/saladeaula/article/view/1206> Acesso em: 2 dez. 2021.

MARIOTTI, Alessandra. Images and concepts in geometrical reasoning. In: SUTHERLAND, Rosamund; MASON, John (ed.). **Exploiting mental imagery with computers in Mathematics Education**. Nova Iorque: Springer, 1995. p. 97-116. Disponível em: [https://www.researchgate.net/profile/Maria-Alessandra-Mariotti/publication/290007164/Images\\_and\\_Concepts\\_in\\_Geometrical\\_Reasoning/links/574d329808ae8bc5d15a6234/Images-and-Concepts-in-Geometrical-Reasoning.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Maria-Alessandra-Mariotti/publication/290007164/Images_and_Concepts_in_Geometrical_Reasoning/links/574d329808ae8bc5d15a6234/Images-and-Concepts-in-Geometrical-Reasoning.pdf) Acesso em: 15 jun. 2021.

MARSCHALL, Janini; FIOREZE, Leandra Anversa. **GeoGebra no ensino das transformações geométricas:** uma investigação baseada na teoria da negociação de significados. Porto Alegre: UFRGS, 2015. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134110/000984090.pdf?sequence=1>. Acesso em: 12 mar. 2022.

MEDEIROS, Margarete; GRAVINA, Maria. Geometria Dinâmica no ensino de Transformações no Plano. **Professor de Matemática On Line**, [s. l.], v. 3, n. 1, 2015. Disponível em: <file:///C:/Users/andre/Downloads/pmo-sbm-v003-n001-medeiros-e-gravina.pdf> Acesso em: 7 ago. 2022.

MENDONÇA, Silvia Regina Pereira de. **Representação social sobre o ensino de matemática de licenciandos vinculados ao PIBID:** dinâmica de formação. Orientador: Érica dos Reis Gusmão Andrade. 2016. 291 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016. Disponível em:

[https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/21950/1/Representa%c3%a7%c3%a3oSocialSobre\\_Mendonca\\_2016.pdf](https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/21950/1/Representa%c3%a7%c3%a3oSocialSobre_Mendonca_2016.pdf) Acesso em: 15 fev. 2021.

NG, Oi-Lan; SINCLAIR, Nathalie. Young children reasoning about symmetry in a dynamic geometry environment. **ZDM**, Hamburgo, v. 47, n. 3, p. 421-434, jun. 2015. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/276242768\\_Young\\_children\\_reasoning\\_about\\_symmetry\\_in\\_a\\_dynamic\\_geometry\\_environment](https://www.researchgate.net/publication/276242768_Young_children_reasoning_about_symmetry_in_a_dynamic_geometry_environment). Acesso em: 17 nov. 2021.

NOVAK, Franciele Isabelita Lopes. **O ambiente dinâmico GeoGebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em geometria segundo Raymond Duval**: olhares, apreensões e desconstrução dimensional. Orientador: Célia Finck Brandt. 2018. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2018. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/bitstream/prefix/2641/1/Franciele%20Isabelita%20Lopes.pdf> Acesso em: 7 fev. 2021.

OLIVEIRA, George Willian Bravo de. **Épura ao vivo**: desenvolvimento e uso para o trabalho com Geometria Descritiva. 2016. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares) – Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar de Nova Iguaçu, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2016. Disponível em: <https://tede.ufrrj.br/jspui/bitstream/jspui/1434/5/2016%20-%20George%20William%20Bravo%20de%20Oliveira.pdf> Acesso em: 5 nov. 2022.

OLIVEIRA, George Willian Bravo de. **Olhar, ver, reparar, representar**: o desenvolvimento da visualização. 2022. 142 f. Tese (Doutorado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares) – Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica/Nova Iguaçu, 2022. Disponível em: [https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=12112702](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=12112702) Acesso em: 10. Nov. 2022.

OLIVEIRA, George Willian Bravo de; IZAR, Soraya Barcellos; SETTIMY, Thaís Fernanda de Oliveira. Pode mexer ou é para enfeitar a sala? Utilização de material manipulável para ensino de Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Brasília, v. 12, n. 3, p. 73-90, 1 maio 2022. Disponível em: <http://www.sbmrevista.com.br/revista/index.php/ripem/article/view/2984/2129> Acesso em: 12 nov. 2022.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento; um processo sócio-histórico. 4. ed. São Paulo: Scipione, 1997.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky** – Coleção Grandes Educadores. [Filme-vídeo]. Produção de Régis Horta. Direção de Régis Horta. São Paulo: Atta Midia e Educação, 2010. (DVD, 45 m, Color, som).

PAZUCH, Vinícius; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento profissional de professores de matemática e o conceito de função: uma revisão de literatura. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 465-496, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31496/pdf> Acesso em: 10 out. 2021.

PEIRCE, Charles Sanders. **Collected Papers**. HARTSHORNE, C.; WEISS, P. (ed.). v. 1-6; BURKS, A. W. (ed.). v. 7-8. Cambridge: Harvard University Press, 1931-1958. A obra é citada como CP seguida do número do volume e dos parágrafos.

PIMENTEL, Luiz Fernando Garcia. **Uma sequência didática para o ensino de Transformações Geométricas com o Geogebra**. Orientador: Paulo A. S. Caetano. 2016. 125 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016. Disponível em:  
<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/8267/DissLFGP.pdf?sequence=1&isAllo wed=y> Acesso em: 12 fev. 2022.

PINHEIRO, José Milton Lopes; ALVES, Giovana; ARAÚJO, Juscimar da Silva. Transformações Geométricas: abertura à constituição de uma geometria dinâmica. **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 11, ed. 3, p. 1-24, 2020. UFPE. Disponível em:  
<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/245465> Acesso em: 10 jul. 2023.

PINHEIRO, Virgílio Athayde. **Geometrografia 2**. Rio de Janeiro: Aula Editora, 1986.

PRESMEG, Norma. Visualisation in High School. **For the Learning of Mathematics**, New Westminster, v. 6, n. 3, p. 42-46, 1986. Disponível em: <https://flm-journal.org/Articles/1917B083BE4534511A32616EED75A8.pdf> Acesso em: 17 jul. 2020.

O QUE é um Wiki? [S. l.: s. n.], 2008. Vídeo (4 m). Publicado pelo canal igovsp. Disponível em: <https://youtu.be/jaZESDWmm-c> Acesso em: 10 maio 2020.

RAMOS, Filipe Ramos; KOPKE, Regina Coeli Moraes; DOMINGOS, António Roberto. Da Arte à Matemática... Da Matemática à Arte: uma experiência no ensino português. In: GRAPHICA, 8., 2017, Araçatuba. **Anais** [...]. Araçatuba: UNIPI, 2017a. p. 398-409. Disponível em:  
[https://even3.blob.core.windows.net/anais/GRAHICA2017\\_merged.0bc36b1965b44d6db0e6.pdf](https://even3.blob.core.windows.net/anais/GRAHICA2017_merged.0bc36b1965b44d6db0e6.pdf) Acesso em: 5 dez. 2022.

RAMOS, Filipe Ramos; KOPKE, Regina Coeli Moraes; DOMINGOS, António Roberto. Escher: Arte e Matemática desenhadas por alunos portugueses. In: GRAPHICA, 8., 2017, Araçatuba. **Anais** [...]. Araçatuba: UNIPI, 2017b. p. 493-504.  
[https://even3.blob.core.windows.net/anais/GRAHICA2017\\_merged.0bc36b1965b44d6db0e6.pdf](https://even3.blob.core.windows.net/anais/GRAHICA2017_merged.0bc36b1965b44d6db0e6.pdf) Acesso em: 7 dez. 2022.

RANDOLPH, Justus J. A guide to writing the dissertation literature review. **Practical Assessment, Research, and Evaluation**, [s. l.], v. 14, n. 13, ed. 13, p. 1-13, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.7275/b0az-8t74> Acesso em: 20 ago.2020.

RIBEIRO, Marco Antonio da Silva. **Transformações Geométricas Planas**: um estudo experimental e dinâmico. Orientador: Ana Paula Jahn. 2016. 235 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: [https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-03102019-155843/publico/Dissertacao\\_Marco\\_Antonio\\_da\\_Silva\\_Ribeiro\\_Original.pdf](https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-03102019-155843/publico/Dissertacao_Marco_Antonio_da_Silva_Ribeiro_Original.pdf) Acesso em: 17 set. 2022.

RIO DE JANEIRO (cidade). Decreto Municipal Rio n.º 47.246, de 12 de março de 2020. Regulamenta a Lei nº 13.979, de 6 de fevereiro de 2020 e estabelece medidas para o enfrentamento da emergência de saúde pública de importância internacional decorrente do novo coronavírus no âmbito do município do Rio de Janeiro. **Diário Oficial do Município do Rio de Janeiro**: parte 1, Poder Executivo, Rio de Janeiro, ano XXXIII, n. 243, p. 3, 13 mar. 2020a. Disponível em:  
<https://pge.rj.gov.br/comum/code/MostrarArquivo.php?C=MTA0NjQ%2C> Acesso em: 20 maio 2021.

RIO DE JANEIRO (estado). Decreto Estadual n.º 46.966 de 11 de março de 2020. Dispõe sobre as medidas para enfrentamento da emergência de saúde pública de importância internacional decorrente do coronavírus, e dá outras providências. **Diário Oficial do Estado do Rio de Janeiro**: parte 1, Poder Executivo, Rio de Janeiro, ano XLVI, n. 047, p. 1, 13 mar. 2020b. Disponível em:  
<https://pge.rj.gov.br/comum/code/MostrarArquivo.php?C=MTAyMTk%2C> Acesso em: 20 maio 2021.

RIO DE JANEIRO (estado). Decreto Estadual n.º 46.970, de 13 de março de 2020. Dispõe sobre medidas temporárias de prevenção ao contágio e de enfrentamento da propagação decorrente do novo Coronavírus (Covid-19), do regime de trabalho de servidor público e contratado, e dá outras providências. **Diário Oficial do Estado do Rio de Janeiro**: parte 1, Poder Executivo, Rio de Janeiro, ano XLVI, n. 047, p. 1, 13 mar. 2020c. Disponível em:  
<https://pge.rj.gov.br/comum/code/MostrarArquivo.php?C=MTAyMjE%2C> Acesso em: 20 maio 2021.

RIO DE JANEIRO (estado). Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria da Fazenda do Estado do Rio de Janeiro. **Decreto Estadual n.º 47. 176, de 21 de julho de 2020**. Dispõe sobre as medidas de enfrentamento da propagação do novo Coronavírus (Covid-19), em decorrência da situação de emergência em saúde e dá outras providências. Rio de Janeiro: Governo do Estado/Secretaria da Fazenda, 2020d. Disponível em:  
[http://www.fazenda.rj.gov.br/sefaz/faces/oracle/webcenter/portalapp/pages/navigation-renderer.jspx?\\_afrLoop=103988911564990653&datasource=UCMServer%23dDocName%3AWC%42000009580&\\_adf.ctrl-state=xm6dzgdgy\\_36](http://www.fazenda.rj.gov.br/sefaz/faces/oracle/webcenter/portalapp/pages/navigation-renderer.jspx?_afrLoop=103988911564990653&datasource=UCMServer%23dDocName%3AWC%42000009580&_adf.ctrl-state=xm6dzgdgy_36) Acesso em: 20 maio 2021.

SALDANHA, Luis Cláudio Dallier. O discurso do ensino remoto durante a pandemia de COVID-19. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**, [s. l.], v. 17, n. 50, p. 124-144, 2020. Disponível em: <http://periodicos.estacio.br/index.php/reeduc/article/view/8701> Acesso em: 29 jul. 2022.

SANTAELLA, Lucia. **Linguagens líquidas na era da mobilidade**. São Paulo: Paulus, 2007.

SANTAELLA, Lucia. **Linguagem, Pensamento, Mídias, Hibridismo e Educação por Lucia Santaella**. Youtube, 8 nov. 2011. Disponível em: <https://youtu.be/laNhz7Kf1Ac> Acesso em: set. de 2022.

SANTAELLA, Lucia. **Leitura de imagens**. São Paulo: Melhoramentos, 2012a.

SANTAELLA, Lucia. **Percepção**: fenomenologia, ecologia, semiótica. São Paulo: Cengage Learning, 2012b.

SANTAELLA, Lucia. **Matrizes da linguagem e pensamento:** sonora, visual, verbal. Aplicações na hipermídia. 3. ed. São Paulo: Iluminuras FAPESP, 2019. (432 p.). ISBN 85-7321-152-0.

SANTOS, Guacira Macedo dos. Desenho: contextualizado e contextualizando. In: GRAPHICA, 9., 2019, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro: Colégio Pedro II, 2019. p. 1272 -1276. Disponível em: <http://graphica2019.org/anais.php> Acesso em: 2 dez. 2022.

SENA, Rebeca Moreira. **Mosaico tecnológico na formação de conceitos sobre polígonos:** um estudo sob a lógica dos adolescentes. Orientador: Beatriz Vargas Dornelles. 2014. 199 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014. Disponível em:  
<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/94694/000914974.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em: 20 out. 2020.

SENECHAL, Marjorie. Visualization and visual thinking. In: MALKEVITCH, Joseph. (ed.). **Geometry Future**. [S. l.]: COMAP, 1991. p. 15-21.

SETTIMY, Thaís Fernanda de Oliveira. **Visualização em sala de aula utilizando recursos didáticos variados**. 2018. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares) – Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2018. Disponível em:  
<https://tede.ufrj.br/jspui/bitstream/jspui/4999/2/2018%20-%20Tha%c3%ads%20Fernanda%20de%20Oliveira%20Settimy.pdf> Acesso em: 11 nov. 2022.

SILVA, Júlio César Deckert da; PIETROPAOLO, Ruy César. Um estudo sobre as contribuições de Felix Klein para a introdução das Transformações Geométricas nos currículos prescritos de matemática do Ensino Fundamental. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 7, n. 14, 299-316, 20 dez. 2014. Disponível em:  
<https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/886/565> Acesso em: 21 nov. 2021.

SIMETRIAS. [S. l.: s. n.], 2020. Vídeo (2 m 45 s). Publicado pelo canal Professora Vilma Ribeiro. Disponível em: [https://youtu.be/tuF\\_Ko5FcY](https://youtu.be/tuF_Ko5FcY) Acesso em: 10 out. 2021.

SIQUEIRA, Paulo Henrique. Visualização dos Poliedros de Arquimedes através de um ambiente web de realidade aumentada e realidade virtual. In: GRAPHICA, 9., 2019, Rio de Janeiro. **Anais** [...] Rio de Janeiro: Colégio Pedro II, 2019. p. 1250-1260. Disponível em: <http://graphica2019.org/anais.php> Acesso em: 3 nov. 2022.

SOARES, Cláudio César Pinto. **Novos paradigmas para as técnicas de representação gráfica:** uma abordagem transdisciplinar entre arte e ciência. 2005. 197 f. Tese (Doutorado) – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005. Disponível em:  
[https://minerva.ufrj.br/F/J9DIMGGQEM77K8QVDG165NSX93PRV6YMURTSFPY9PI9NA8X3Y6-29049?func=full-set-set&set\\_number=003195&set\\_entry=000001&format=999](https://minerva.ufrj.br/F/J9DIMGGQEM77K8QVDG165NSX93PRV6YMURTSFPY9PI9NA8X3Y6-29049?func=full-set-set&set_number=003195&set_entry=000001&format=999) Acesso em: 30 nov. 2022.

SOLANO, Alejandro; PRESMEG, Norma C. Visualization as a relation of images. In: MEIRA, L.; CARRAHER, D. (ed.). PME INTERNATIONAL CONFERENCE, 19., 1995,

Recife. **Anais** [...]. Recife: UFPE, 1995. p. 66-73. Disponível em: <https://www.igpme.org/publications/current-proceedings/> Acesso em: 30 mar. 2022.

SOUZA, André Lopes do Carmo de. **Ensino das Transformações Geométricas**. Orientador: Mitchael Alfonso Plaza Martelo. 2014. 65 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2014. Disponível em: [https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=1998576](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=1998576) Acesso em: 12 fev. 2022.

SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Síntria Labres. Pesquisa-intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo: princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada. In: CASTRO, Lúcia Rabello de; BESSSET, Vera Lopes (org.) **Pesquisa-intervenção na infância e juventude**. Rio de Janeiro: Trarepa/FAPERJ, 2008. p. 295-321. Disponível em: [http://gips.usuarios.rdc.puc-rio.br/pesquisa\\_interacao.pdf](http://gips.usuarios.rdc.puc-rio.br/pesquisa_interacao.pdf) Acesso em: 25 jul. 2020.

STRICKLAND, Carol; BOSWELL, John. **Arte Comentada**: da Pré-História ao Pós-Moderno. 3. ed. Rio de Janeiro: Ediouro, 1999. (198 p.) ISBN 0-83628005-9.

STRING. In: Dicionário inFormal. 2009. Disponível em: <https://www.dicionarioinformal.com.br/string/> Acesso em: 3 abr. 2022.

TALL, David. Cognitive development, representations and proof. In: **Proceedings of justifying and proving in school mathematics**. London: Institute of Education, 1995. p. 27-38. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/228578000\\_Cognitive\\_development\\_representation\\_s\\_and\\_proof](https://www.researchgate.net/publication/228578000_Cognitive_development_representation_s_and_proof) Acesso em: 25 jul. 2021.

TOSTE, Berta Lópes *et al.* Trabalhando as Transformações Pontuais na educação básica. In: GEOMETRIAS & GRAPHICA, 2015, Lisboa. **Anais** [...]. Lisboa: Editora da Universidade Lusíada de Lisboa, 2015. p. 123-131. (v. 1). Disponível em: <https://www.aproged.pt/geg2015/proceedings1.pdf> Acesso em: 2 dez. 2022.

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO (UERJ). Diretoria de Comunicação da UERJ. **UERJ inicia Período Acadêmico Emergencial com aulas e atividades remotas garantidas pelo Plano de Inclusão Digital**. Rio de Janeiro: UERJ, 14 set. 2020. *Online*. Disponível em: <https://www.uerj.br/noticia/uerj-inicia-periodo-academico-emergencial-com-aulas-e-atividades-remotas-garantidas-pelo-plano-de-inclusao-digital/> Acesso em: 10 out. 2020.

VELOSO, Eduardo. **Geometria, temas atuais**: materiais para professores. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

VELOSO, Eduardo. Geometria colorida. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 127, p. 27-31, 2014. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2193/3097> Acesso em: 20 nov. 2021.

VIDIGAL, Sonia Maria Pereira. **Pensamento geométrico**: da representação do espaço ao espaço de significações. Orientador: Érica dos Reis Gusmão Andrade. 2016. 291 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em:

[https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-19102016-144425/publico/SONIA\\_MARIA\\_PEREIRA\\_VIDIGAL.pdf](https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-19102016-144425/publico/SONIA_MARIA_PEREIRA_VIDIGAL.pdf) Acesso em: 25 out. 2020.

VIGOTSKY, L. S. **A Formação social da mente**. Martins Fontes: São Paulo, 2007.

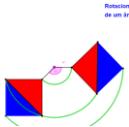
VOCÊ não sabe olhar no espelho! Como usar espelho. [S. l.: s. n.], 2018. Vídeo (9 m 49s).  
Publicado pelo canal Manual do Mundo. Disponível em:  
<https://www.youtube.com/watch?v=JqHwZxZ-gW4> Acesso em:

YANIK, Huseyin Bahadir. Middle-School students' concept images of geometric translations.  
**The Journal of Mathematical Behavior**, New Jersey, v. 36, p. 33-50, 2014. Disponível em:  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0732312314000480?via%3Dhub>  
Acesso em: 19 nov. 2021.

ZANATTA, Beatriz Aparecida; BRITO, Maria Aparecida Candine de. Mediação pedagógica com uso das tecnologias digitais na educação. **Educativa**, Goiânia, v. 18, n. 1, p. 8-23, 2015.  
Disponível em: <https://seer.pucgoias.edu.br/index.php/educativa/article/view/4248/2439>  
Acesso em: 15 nov. 2022.

ZIMMERMANN, Walter; CUNNINGHAM, Steve. Editors' Introduction: What is Mathematical Visualization? In: ZIMMERMANN, Walter; CUNNINGHAM, Steve (ed.). **Visualization in teaching and learning mathematics**. Washington: MAA, 1991. p. 1-7.  
Disponível em:  
[https://www.hitt.uqam.ca/mat7191\\_fich/Zimmermann\\_Cunningham\\_1991.pdf](https://www.hitt.uqam.ca/mat7191_fich/Zimmermann_Cunningham_1991.pdf) Acesso em:  
10 abr. 2021.

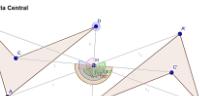
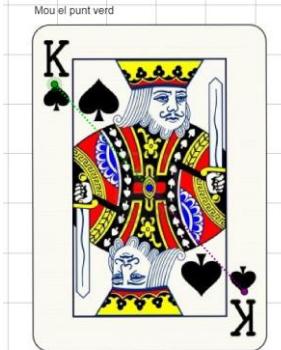
## APÊNDICE A - Tarefas da Intervenção em Aula – Transformações Isométricas- 7.º ano -12 anos (Continua)

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Encontros Síncronos	Tarefas Assíncronas	Observações
1	Translação	Deslizando figuras no plano. 	1	Observar as características da translação. Foco no deslizar da figura transformada, no vetor.	1- Observar as características da translação nas planilhas dinâmicas do GeoGebra <a href="https://www.geogebra.org/m/uwuynmah">https://www.geogebra.org/m/uwuynmah</a> <u>Translação – GeoGebra</u> <u>Cópia de Translação – GeoGebra</u>	1-Observar a obra Marilyn de Andy Warhol.  2-Assistir o vídeo Andy Warhol & Serigrafia <a href="https://youtu.be/kxfYADZT9VI">https://youtu.be/kxfYADZT9VI</a>	
2	Translação	O Caminho	1	Observar no vídeo de animação as características da translação.	1-Assistir o vídeo de animação “O Caminho” de Thiago Mallet. <a href="https://youtu.be/4B4sea2IaqY">https://youtu.be/4B4sea2IaqY</a>  2- Video “Isto é Matemática T05E09 O Estranho Mundo de Escher” <a href="https://youtu.be/7ac0WC3tzwU">https://youtu.be/7ac0WC3tzwU</a> (inicio 4:22)	2- Responder o formulário sobre o vídeo <u>2021 - Sobre o vídeo de animação "O Caminho" de Thiago Mallet (google.com)</u>	
3	Rotação	Girando as figuras no plano. 	1	Observar as características da rotação.	Observar as características da rotação nas planilhas dinâmicas do GeoGebra Rotação: <a href="https://www.geogebra.org/m/eX3xG38X">https://www.geogebra.org/m/eX3xG38X</a>	Isometria -Rotação <a href="https://www.geogebra.org/m/svzgrffa">https://www.geogebra.org/m/svzgrffa</a> Assistir o vídeo do Museu do azulejo. (0:56 - 4:20) <a href="https://www.youtube.com/watch?v=7ac0WC3tzwU">https://www.youtube.com/watch?v=7ac0WC3tzwU</a> - Pavimentação no GeoGebra. <a href="https://www.geogebra.org/m/Hkua7hXc">https://www.geogebra.org/m/Hkua7hXc</a>	Apostila de Transformações Geométricas 1

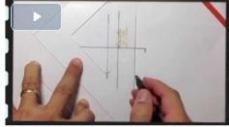
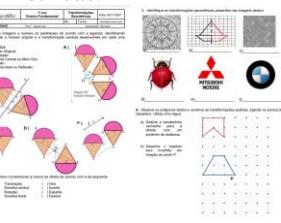
### APÊNDICE A - Continuação

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Encontros Síncronos	Tarefas Assíncronas	Observações
4	Translação e Rotação	Construindo com os instrumentos de desenho	1	Construir transformações geométricas com instrumento de desenho.	as com de 1- Assistir vídeos do instrumental de desenho. <a href="#"><u>Construção de retas paralelas usando par de esquadros - YouTube</u></a>  <a href="#"><u>Ângulos e o uso do transferidor - YouTube</u></a> 2- Fazer os exercícios com o instrumental de Desenho.		- Apostila de translação e rotação. - Apostila de exercícios.
5	Reflexão ou Simetria Axial	Introdução a simetria axial  	1	Observar características da simetria axial. Foco no espelhamento da figura transformada	1- Assistir os vídeos Simetria <a href="https://youtu.be/tuF-Ko5FcY">https://youtu.be/tuF-Ko5FcY</a> <a href="#"><u>Manual do mundo- Você não sabe olhar no ESPELHO! COMO USAR espelho</u></a> <a href="https://youtu.be/JqHwZxZ-gW4">https://youtu.be/JqHwZxZ-gW4</a> Como funciona o caleidoscópio. <a href="https://youtu.be/xaYCvRUtdKM">https://youtu.be/xaYCvRUtdKM</a>	1- Vídeo Caleidoscópio fácil para ninos. <a href="https://youtu.be/mNpacoykwoU">https://youtu.be/mNpacoykwoU</a>    2- Responder o forms <b>Sobre o encontro síncrono de 06/10/2021 do Google</b> disponível no link <a href="https://forms.gle/zko4LpvFjp7Wrokt9">https://forms.gle/zko4LpvFjp7Wrokt9</a> .	

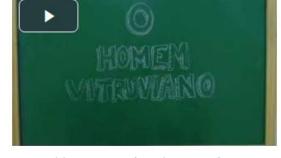
## APÊNDICE A - Continuação

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Encontros Síncronos	Tarefas Assíncronas	Observações
6	Meio Giro ou simetria central	Estudando a simetria Central   	1	Observar as características da simetria central. Foco na inversão da figura transformada	<p>Assistir vídeo Homenzinhos de mãos dadas abraçando o mundo <a href="https://youtu.be/WWIGT5uWS-k">https://youtu.be/WWIGT5uWS-k</a></p> <p>Observar a planilha dinâmica :Yin Yan - simetria Dinâmica <a href="https://www.geogebra.org/m/bFEP7ZCQ">https://www.geogebra.org/m/bFEP7ZCQ</a></p> <p><a href="#">yin-yang - GeoGebra</a></p> <p>Simetria central- Carta Rei de Espadas <a href="#">Simetria Central – GeoGebra</a></p>  <p><a href="#">Simetria Central – GeoGebra</a></p>	<p><b>1 – Responder o formulário Sobre o encontro síncrono de 13/10/2021 do Google disponível no link <a href="#">2021-Transformações Geométricas (google.com)</a></b></p>	

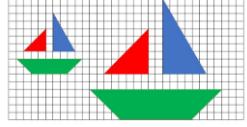
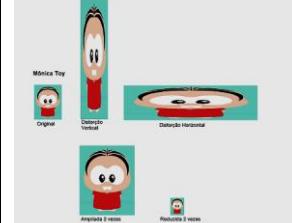
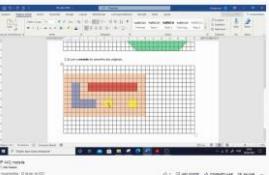
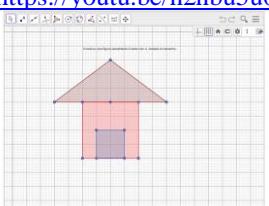
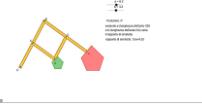
### APÊNDICE A - Continuação

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Encontros Síncronos	Tarefas Assíncronas	Observações
7	Translação e Meio Giro	<b>Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho.</b>	1	Construir as figuras isométricas com os instrumentos de Desenho.	1-Assistir vídeos do instrumental de desenho. <a href="https://youtu.be/-99ZIRs7o-Q">https://youtu.be/-99ZIRs7o-Q</a> 2-Construção dos exercícios de Translação e Meio-Giro com o instrumental de Desenho.		Apostila de Translação e Simetria central (Meio-Giro) – exercícios.
8	Simetria Axial	<b>Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho.</b> 	1	Construir as figuras isométricas com o instrumental de Desenho.	1-Assistir vídeos do instrumental de desenho. <a href="https://youtu.be/-99ZIRs7o-Q">https://youtu.be/-99ZIRs7o-Q</a> 2-Construção dos exercícios de Simetria Axial com o instrumental de Desenho. 3- Vídeo de simetria axial: técnica do carbono. <a href="https://youtu.be/mV0b7mL6kHU">https://youtu.be/mV0b7mL6kHU</a> 		Apostila de Simetria Axial - exercícios.
9	Rotação	<b>Transformações Geométricas - Construindo figuras com o material tradicional de desenho.</b>	1	Construir as figuras isométricas com o instrumental de Desenho.	1-Assistir vídeos do instrumental de desenho. <a href="https://youtu.be/sJYU8Igk2hU">https://youtu.be/sJYU8Igk2hU</a>  2 - Construção dos exercícios da Apostila de Rotação com o instrumental de Desenho.	Atividade de Revisão de transformações geométricas isométricas. 	Apostila de exercícios de rotação.

## APÊNDICE B - Tarefas da Intervenção em Aula – Homotetia – 7.º ano -12 anos (Continua)

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Encontros Síncronos	Tarefas Assíncronas	Observações
10	Proporcionalidade	As Proporções Matemáticas e o Homem Vitruviano	1	<p>Visualizar a proporcionalidade entre as dimensões dos objetos e imagens.</p> <p>Proporcionalidade entre as partes do corpo humano.</p> <p>Verificar a ampliação, a redução (semelhança) ou não entre polígonos.</p>	<p>Assistir 3 vídeos</p> <p>1- Donald no país da Matemágica</p>  <p><a href="https://youtu.be/wbftu093Ygk">https://youtu.be/wbftu093Ygk</a></p> <p>2- Animação sobre o Homem Vitruviano 2015– UFPE-CA</p>  <p><a href="https://youtu.be/ngvt3nmvxo4">https://youtu.be/ngvt3nmvxo4</a></p> <p>3-O homem Vitruviano</p>  <p><a href="https://youtu.be/lxvOZl1i4DWY">https://youtu.be/lxvOZl1i4DWY</a></p>	<p>Participação no fórum no AVACAp.</p> <p>São proporcionais?</p>	

## APÊNDICE B - Continuação

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Encontros Síncronos	Tarefas Assíncronas	Observações
11	Semelhança	Proporcional e Semelhante?	1	<p>Observar as características de dimensões proporcionais e figuras semelhantes.</p> <p>Ampliar e reduzir polígonos utilizando malhas quadriculadas.</p> 	<p>Discussão sobre o questionamento do fórum.</p> 	<p>Construção de figuras semelhantes em malha quadriculada (GeoGebra)</p> <p>Vídeo</p>  <p><a href="https://youtu.be/n2nbu5u0ojQ">https://youtu.be/n2nbu5u0ojQ</a></p> 	
12	Figuras Semelhantes Introdução a homotetia.	Figuras Semelhantes: algumas aplicações	1	<p>Observar as características das fotocopiadoras que ampliam/ reduzem cópias.</p>  <p><a href="https://www.slideshare.net/elie1407/ampliando-por-homotetia-2529120">https://www.slideshare.net/elie1407/ampliando-por-homotetia-2529120</a></p>	<p>Conversar sobre o funcionamento das fotocopiadoras que ampliam e reduzem cópias e como os pantógrafos funcionam.</p> <p>Pantógrafo</p> 	<p>Assistir o vídeo do Manual do Mundo</p>  <p><a href="https://youtu.be/Ji7YorMt0">https://youtu.be/Ji7YorMt0</a></p> <p>Manipular a planilha dinâmica do Geogebra.</p>  <p><a href="http://www.geogebra.org/m/w3cqkzx">www.geogebra.org/m/w3cqkzx</a></p>	<p>Responder as perguntas do formulário.</p> <p>Como o pantógrafo funciona.</p> <p><a href="https://forms.gle/wSaqvJbAGY2HaZjLA">https://forms.gle/wSaqvJbAGY2HaZjLA</a></p>

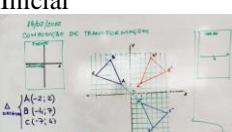
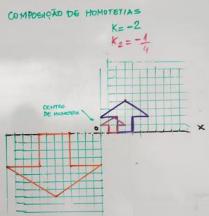
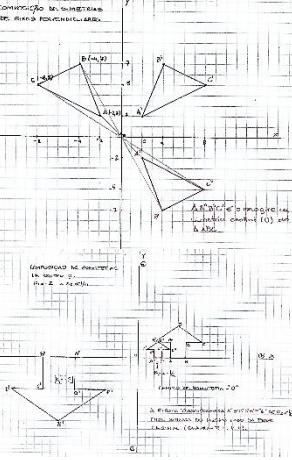
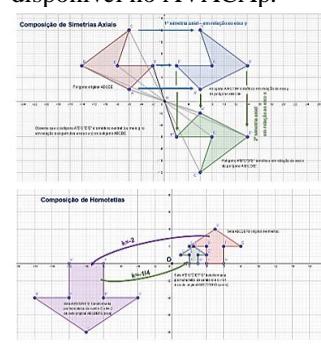
## APÊNDICE B – Continuação

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Encontros Síncronos	Tarefas Assíncronas	Observações
13	Homotetia	Homotetia: a transformação da proporcionalidade.	1	<p>Observar as características das figuras homotéticas.</p> <p>Visualizar a proporcionalidade entre polígonos homotéticos</p>	<p>Observar a pirâmide asteca e comparar com a pirâmide e o tronco de pirâmide quadrada.</p> <p>No encontro de hoje começamos observando a Pirâmide Asteca... Que nos remete as imagens das pirâmides do Egito ao tronco de pirâmide e as suas bases paralelas semelhantes.</p> <p>Pirâmide Asteca Tronco de Pirâmide Bases são figuras semelhantes</p> <p>Observar o pantógrafo.</p> <p>Quando se desenham triângulos, é sempre que se usam os mesmos ângulos. Agora, qual que cumpre os quatro ângulos?</p> <p><a href="https://www.geogebra.org/m/hgratueg">https://www.geogebra.org/m/hgratueg</a></p>	<p>Manipular a planilha dinâmica do GeoGebra</p> <p>Após participar do fórum: <b>Sobre o exercício observando triângulos no GeoGebra .</b></p>	Apostila de Homotetia.
14	Homotetia	Observando a homotetia direta e inversa.	1	<p>Identificar elementos da homotetia.</p> <p>Identificar a homotetia direta e inversa.</p> <p>Visualizar a proporcionalidade entre polígonos homotéticos</p>	<p>Observar as figuras homotéticas na planilha <a href="#">Homotetia – GeoGebra</a></p>	<p>Observar a posição do rosto da bola de Natal ao se movimentar o cursor.</p>	

## APÊNDICE B - Continuação

Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Encontros Síncronos	Tarefas Assíncronas	Observações
1	Homotetia	Atividades no GeoGebra ClassRoom Atividade b 15-12-2021 Tarefa 1: Observando as posições dos lados e ângulos dos triângulos	1	Observar a existência de semelhança ou não entre as figuras. Observar a posição dos lados e ângulos das figuras homotéticas.	1- OVNI2  		
16	Homotetia inversa	A Câmara escura	1	Visualizar a inversão da imagem na homotetia inversa	Planilha Geogebra <a href="#">Homotecia – GeoGebra</a> Vídeos <a href="https://youtu.be/9JBs4Ts-d6E">https://youtu.be/9JBs4Ts-d6E</a>  <a href="#">Câmara escura com lente (EXPERIÊNCIA de FÍSICA) - YouTube</a>  <a href="#">CÂMERA fotográfica PINHOLE DE LATA (EXPERIÊNCIA de FÍSICA) - How to make pinhole camera - YouTube</a>		

## APÊNDICE B - Continuação

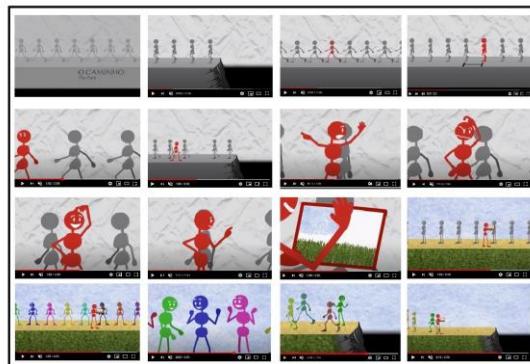
Nº	Conteúdo	Tema	Nº. aulas previstas	Objetivo(s)	Encontros Síncronos	Tarefas Assíncronas	Observações
17	Composição de Simetrias de Eixos Perpendiculares Composição de Homotetias (1ª aula presencial após o período de lockdown).	Meio Giro da Figura Inicial  Cambalhota da Figura Inicial 	1	Visualizar que a transformação final de duas Simetrias de Eixos Perpendiculares é o Meio Giro em relação ao ponto de concorrência dos eixos. Visualizar através da homotetia que o produto da transformação de duas razões negativas gera uma figura de razão positiva.	Tarefa em folha quadriculada em aula presencial. 	Manipulação da planilha dinâmica do GeoGebra, disponível no AVACap. 	

Fonte: Elaborado pela autor

## APÊNDICE C - 2021 - Sobre o vídeo de animação "O Caminho" de Thiago Mallet

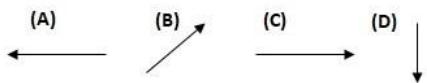
\*Obrigatório

### Cenas do vídeo



1. Existem formas geométricas no vídeo "O Caminho"? Caso positivo, escreva uma que você tenha visto. \*
2. No início do vídeo "O Caminho", os caminhantes possuem \*  
Marcar apenas uma oval.
- a) formas diferentes e cores diferentes.  
 b) formas iguais e cores diferentes.  
 c) formas diferentes e cores iguais.  
 d) formas iguais e cores iguais
3. Quanto ao tamanho das figuras dos caminhantes \*  
Marcar apenas uma oval.
- a) possuem o mesmo tamanho.  
 b) possuem tamanhos diferentes.
4. No vídeo os caminhantes estão andando... \*  
Marcar apenas uma oval.
- a) para cima  
 b) para baixo  
 c) na horizontal para a direta  
 d) na horizontal para esquerda
5. Os caminhantes estão se deslocando \*  
Marcar apenas uma oval.
- a) na mesma velocidade.  
 b) em velocidades diferentes.
6. A distância entre um caminhante e outro é \*  
Marcar apenas uma oval.
- a) um passo  
 b) um pouco maior que um passo  
 c) um pouco menor que um passo  
 d) zero

7. Marque a opção que representa o deslocamento dos caminhantes no vídeo.\*



Marcar apenas uma oval.

(A)

(B)

(C)

(D)

8. Em que momento do vídeo os caminhantes param de andar para trás?\*

9. O que muda na parte do vídeo em que os caminhantes ficam diferentes? \*

Marcar apenas uma oval.

a) o tamanho

b) a cor

10. Na parte “cinza” do vídeo os caminhantes \*

*Marque todas que se aplicam.*

a) possuem tamanhos diferentes e cores diferentes

b) andam em direções diferentes, com deslocamentos distintos

c) possuem a mesma forma e cores iguais

d) todos andam na horizontal, para traz e com o mesmo deslocamento

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

## APÊNDICE D - Sobre o encontro síncrono de 06/10/2021- Simetria Axial

Simetria axial

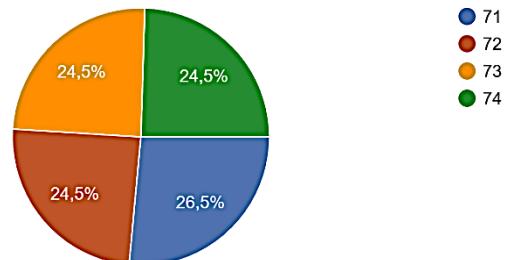
\*Obrigatório

1. Seu nome completo \*

2. Turma \*  
Turma  
102 respostas

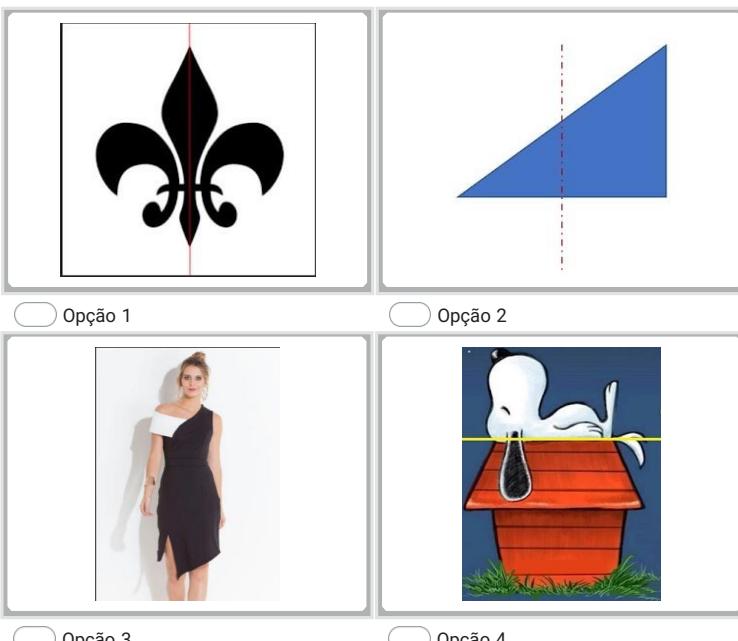
*Marcar apenas uma oval.*

- 71
- 72
- 73
- 74



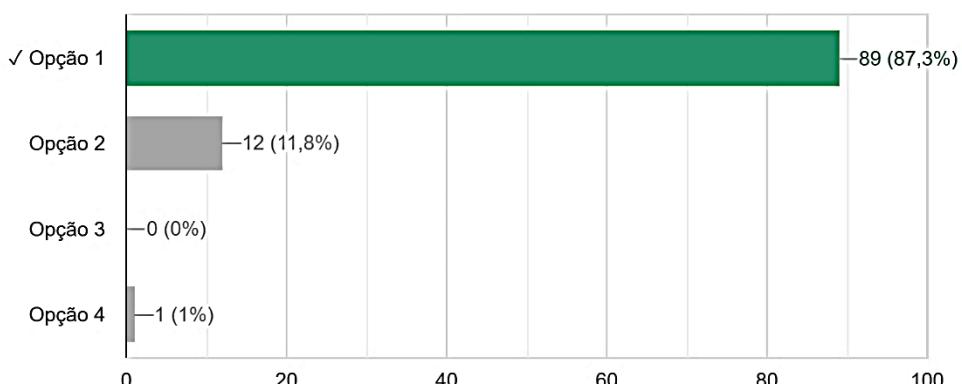
3. Marque a opção que apresenta uma simetria axial. \*

*Marcar apenas uma oval.*

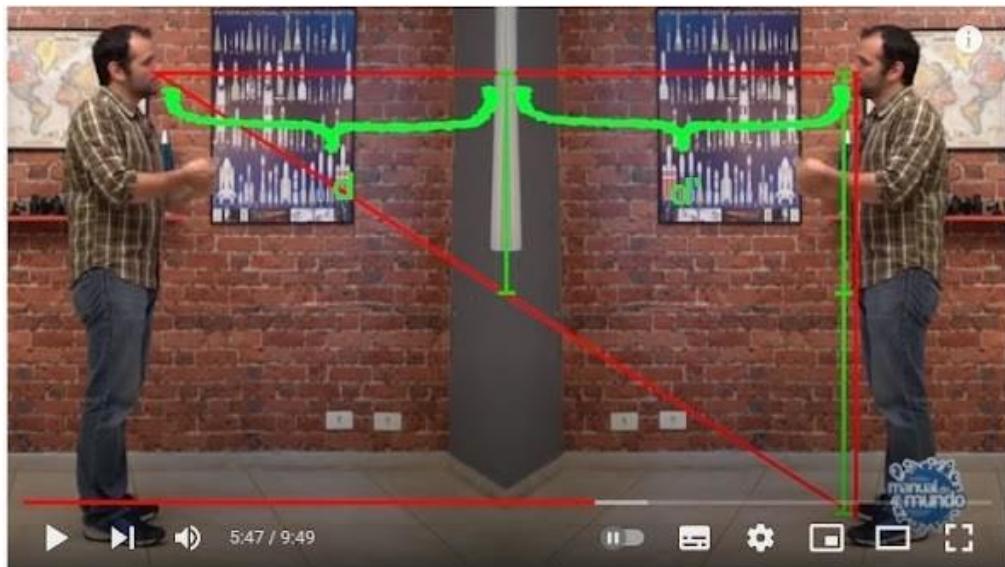


*Marque a opção que apresenta uma simetria axial.*

89 / 102 respostas corretas



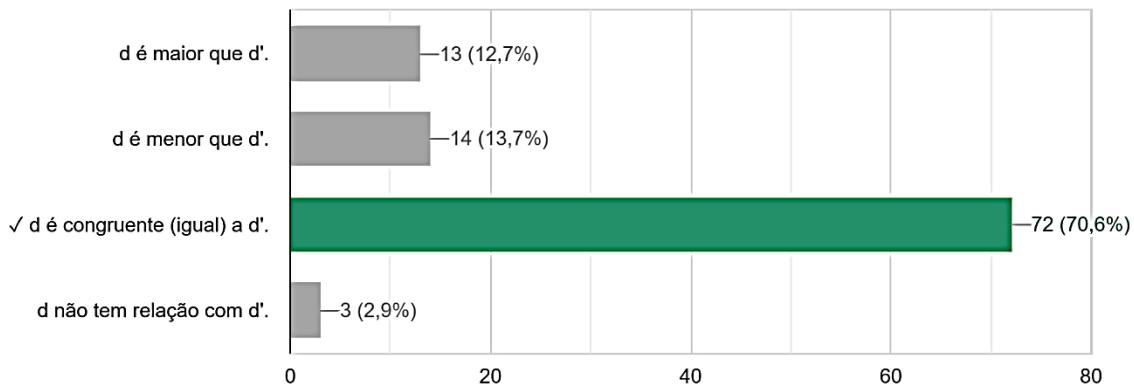
4. Observe o print do vídeo mostrando o Iberê e sua imagem no espelho. Na reflexão, a distância \*



*Marcar apenas uma oval.*

- d é maior que d'.
- d é menor que d'.
- d é congruente (igual) a d'.
- d não tem relação com d'.

Observe o print do vídeo mostrando o Iberê e sua imagem no espelho. Na reflexão, a distância  
72 / 102 respostas corretas



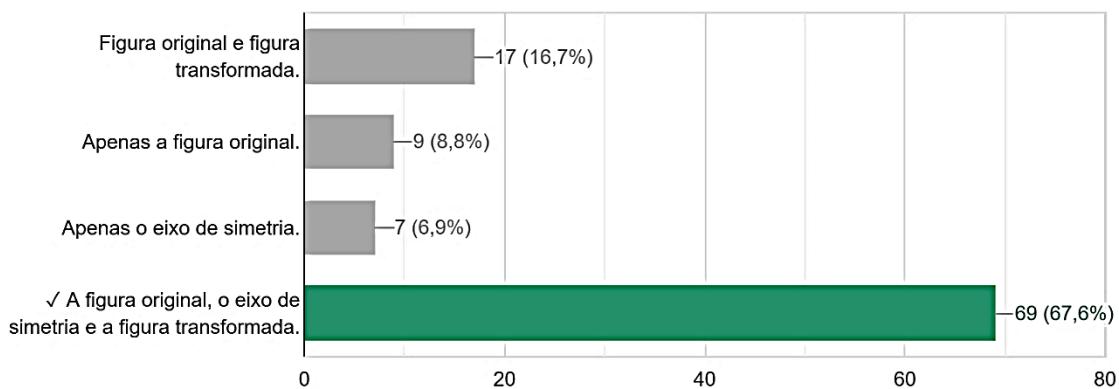
5. Marque a opção que indica corretamente os elementos que estão envolvidos em uma reflexão.  
\*

*Marcar apenas uma oval.*

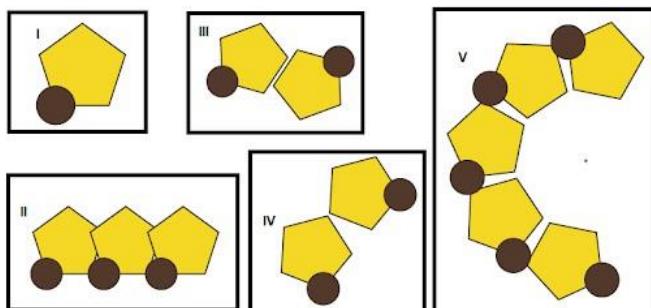
- Figura original e figura transformada.
- Apenas a figura original.
- Apenas o eixo de simetria.
- A figura original, o eixo de simetria e a figura transformada.

Marque a opção que indica corretamente os elementos que estão envolvidos em uma reflexão.

69 / 102 respostas corretas



6. Em qual dos conjuntos da imagem abaixo existe uma simetria axial? \*

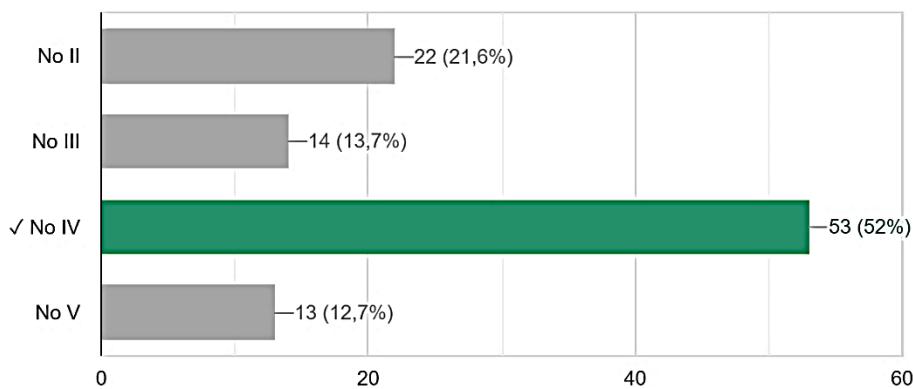


Marcar apenas uma oval.

- No II
- No III
- No IV
- No V

Em qual dos conjuntos da imagem abaixo existe uma simetria axial?

53 / 102 respostas corretas



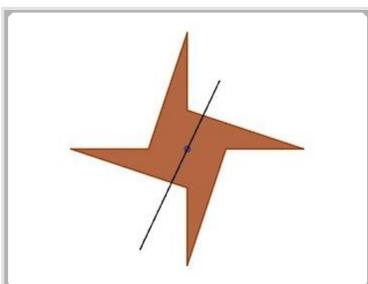
7. Marque a opção que indica uma assimetria.\*  
*Marcar apenas uma oval.*



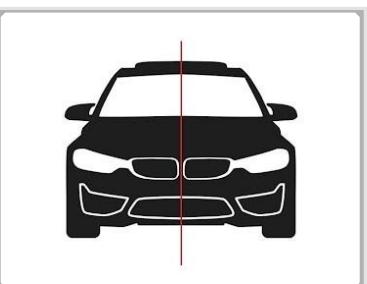
Opção 1



Opção 2



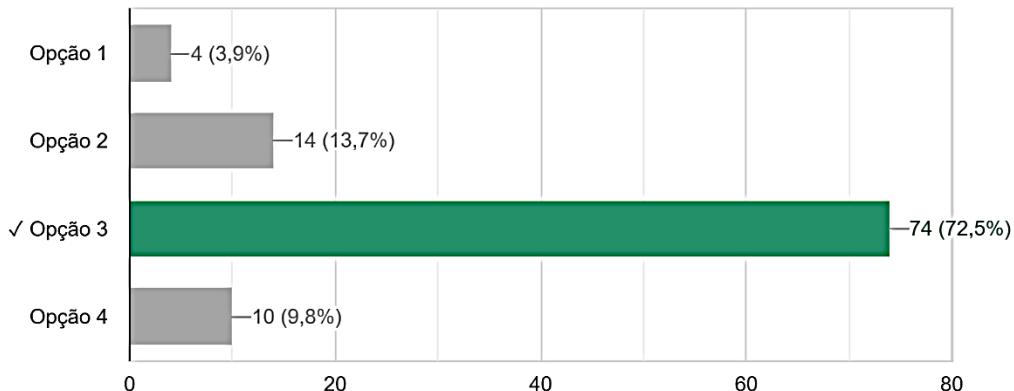
Opção 3



Opção 4

Marque a opção que indica uma assimetria.

74 / 102 respostas corretas



Este conteúdo não foi criado nem  
aprovado pelo Google.

Google Formulários

## APÊNDICE E - 2021-Transformações Geométricas

CAp-UERJ - 7º ano Ensino Fundamental - Disciplina: Desenho - Profa. Soraya Izar

Preste atenção antes de responder. Este formulário será respondido apenas uma vez.

\*Obrigatório

- Por favor, escreva o seu nome e último sobrenome. \*

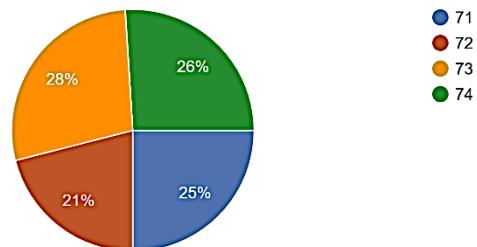
Qual a sua turma?

100 respostas

- Qual a sua turma? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- 71
- 72
- 73
- 74



- Que transformação geométrica podemos identificar no símbolo do Yin Yang ? \*

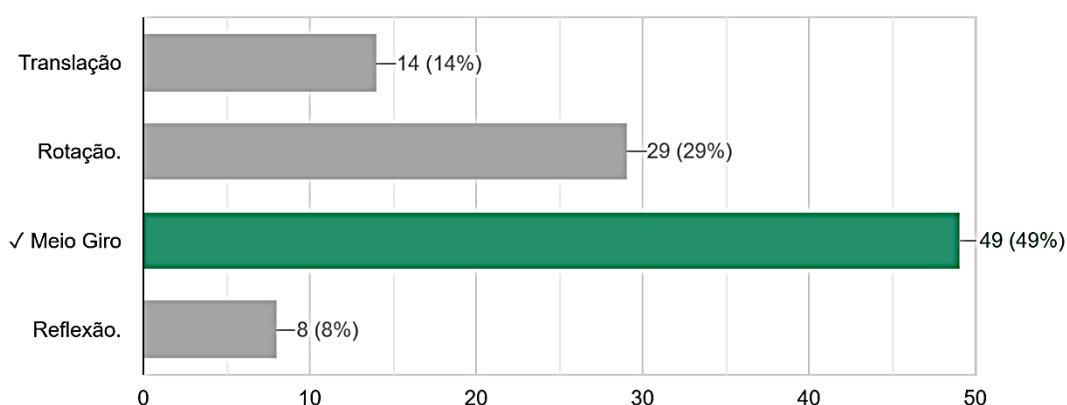


*Marcar apenas uma oval.*

- Translação
- Rotação.
- Meio Giro
- Reflexão.

Que transformação geométrica podemos identificar no símbolo do Yin Yang ?

49 / 100 respostas corretas



4. Observe a imagem da carta do Rei de Espadas. Como fica a figura transformada em relação a figura original no meio giro? \*

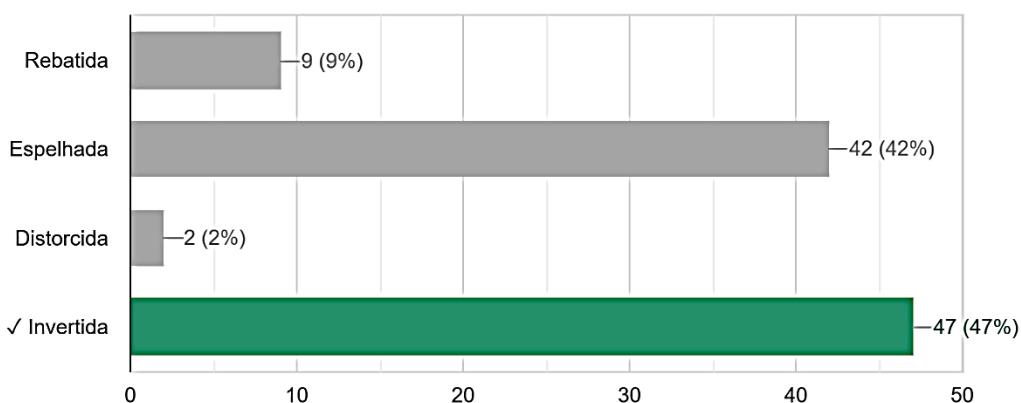


*Marcar apenas uma oval.*

- Rebatida
- Espelhada
- Distorcida
- Invertida

Observe a imagem da carta do Rei de Espadas. Como fica a figura transformada em relação a figura original no meio giro?

47 / 100 respostas corretas



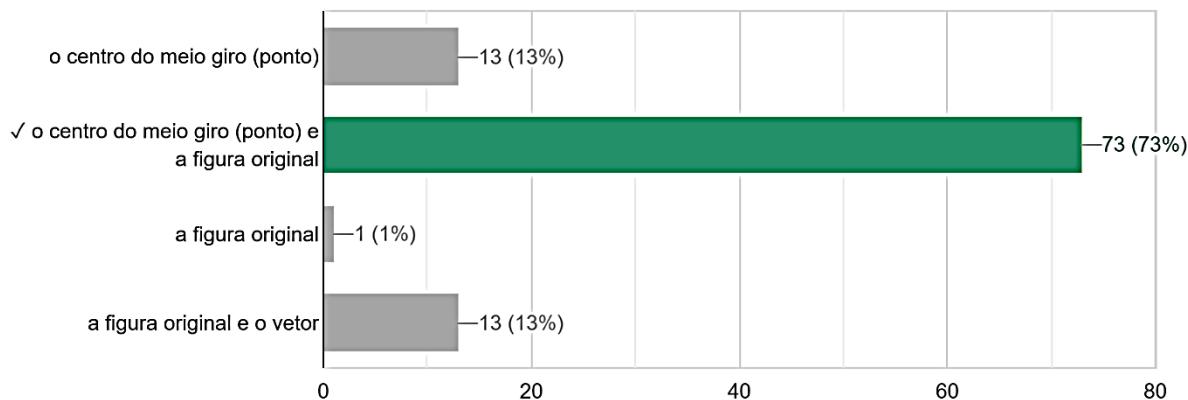
5. Que elementos devem ser fornecidos para se feito um meio giro? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- o centro do meio giro (ponto)
- o centro do meio giro (ponto) e a figura original
- a figura original
- a figura original e o vetor

Que elementos devem ser fornecidos para se feito um meio giro?

73 / 100 respostas corretas



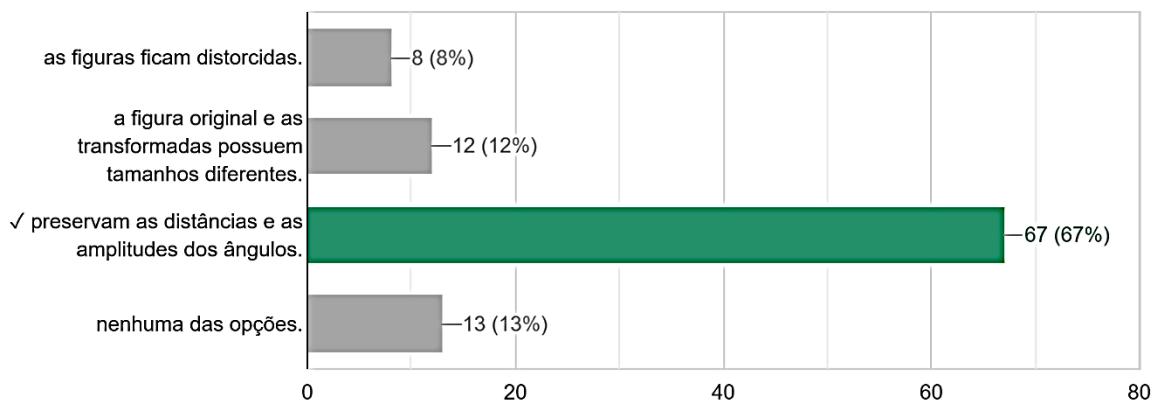
6. Sobre as transformações isométricas é correto afirmar que \*

*Marcar apenas uma oval.*

- as figuras ficam distorcidas.
- a figura original e as transformadas possuem tamanhos diferentes.
- preservam as distâncias e as amplitudes dos ângulos.
- nenhuma das opções.

Sobre as transformações isométricas é correto afirmar que

67 / 100 respostas corretas



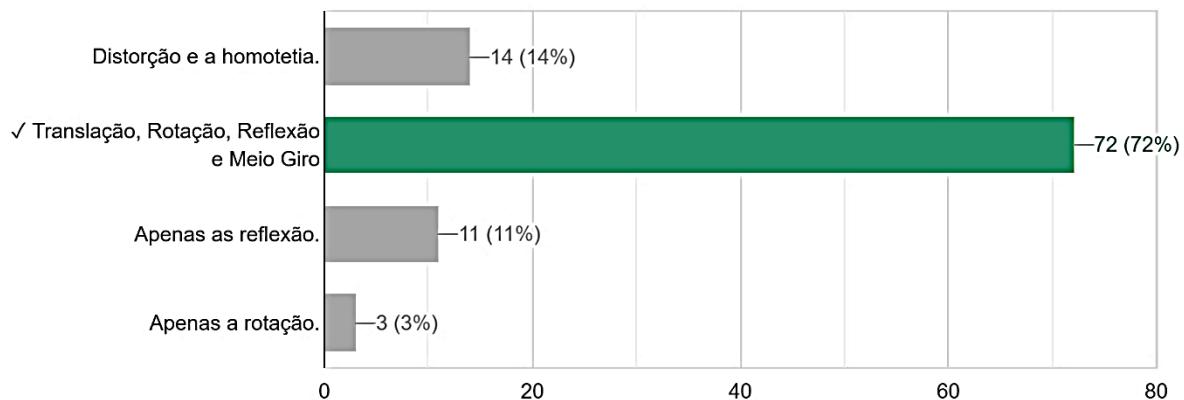
7. As transformações geométricas isométricas são... \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Distorção e a homotetia.
- Translação, Rotação, Reflexão e Meio Giro
- Apenas a reflexão.
- Apenas a rotação.

As transformações geométricas isométricas são...

72 / 100 respostas corretas



8. Na imagem existe isometria? Por quê? \*



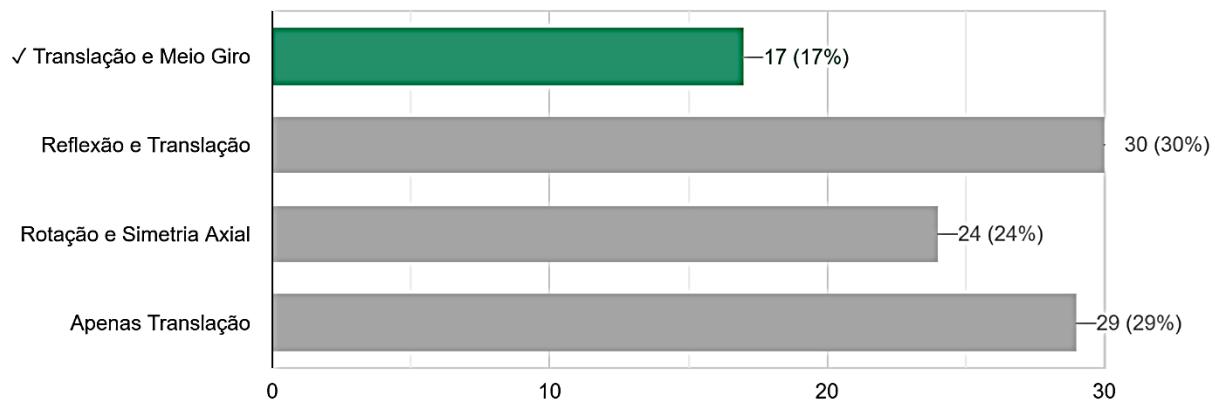
9. Observe o friso da imagem. Marque a opção que indica as transformações presentes na imagem \*



*Marcar apenas uma oval.*

- Translação e Meio Giro
- Reflexão e Translação
- Rotação e Simetria Axial
- Apenas Translação

Observe o friso da imagem. Marque a opção que indica as transformações presentes na imagem  
17 / 100 respostas corretas

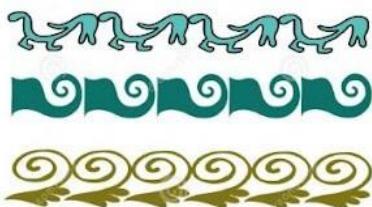


10. A transformação geométrica presente nos frisos da imagem é...

Disponível em

\*

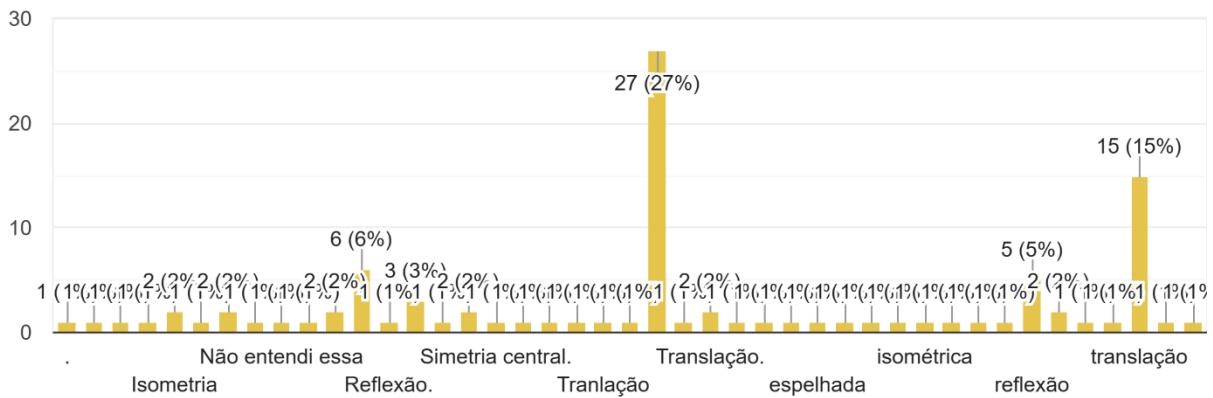
<https://pt.dreamstime.com/imagens-de-stock-frisos-image201034>. Acesso 06 OUT2020.



A transformação geométrica presente nos frisos da imagem é...

Disponível em <https://pt.dreamstime.com/imagens-de-stock-frisos-image201034>. Acesso 06 OUT2020.

100 respostas



11. Qual a transformação geométrica presente na imagem? Disponível \*  
 em: <https://br.vexels.com/png-svg/previsualizar/155413/silhueta-de-vista-frontal-de-carro-suv>. Acesso: 06 Out 2020.



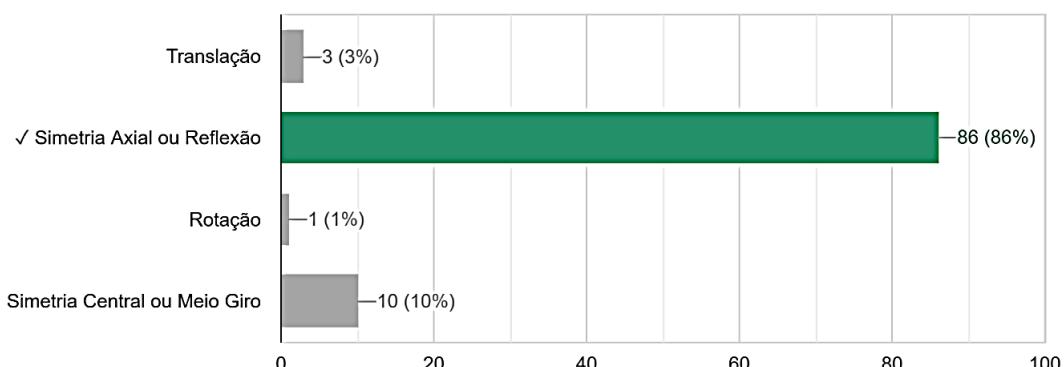
*Marcar apenas uma oval.*

- Translação
- Simetria Axial ou Reflexão
- Rotação
- Simetria Central ou Meio Giro

Qual a transformação geométrica presente na imagem?

Disponível em: <https://br.vexels.com/png...a-de-vista-frontal-de-carro-suv>. Acesso: 06 Out 2020.

86 / 100 respostas corretas

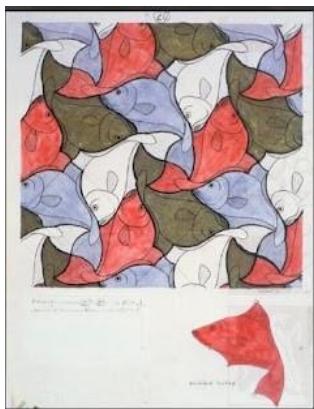


12. Qual a transformação geométrica presente na imagem? Disponível em \*  
<http://1.bp.blogspot.com/-4Es3dca4-Is/Tb36QlwJmhI/AAAAAAAACjk/Kuq8vmD4fCE/s400/renda+de+bilro.jpg>



13. Observe com atenção a imagem de uma obra de Escher  
[\(\[https://mcescher.com/gallery/symmetry/#iLightbox\\[gallery\\\_image\\\_1\\]/18\]\(https://mcescher.com/gallery/symmetry/#iLightbox\[gallery\_image\_1\]/18\)\).](https://mcescher.com/gallery/symmetry/#iLightbox[gallery_image_1]/18)

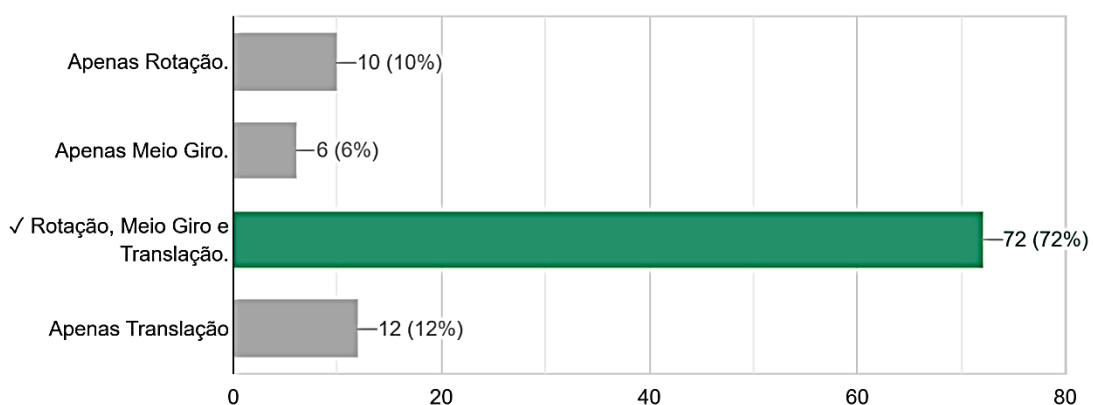
Quais as transformações geométricas existentes?



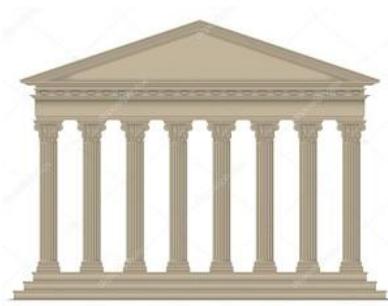
*Marcar apenas uma oval.*

- Apenas Rotação.
- Apenas Meio Giro.
- Rotação, Meio Giro e Translação.
- Apenas Translação

Observe com atenção a imagem de uma obra de Escher  
[\(\[https://mcescher.com/gallery/symmetry/#iLightbox\\[gallery\\\_image\\\_1\\]/18\]\(https://mcescher.com/gallery/symmetry/#iLightbox\[gallery\_image\_1\]/18\)\).](https://mcescher.com/gallery/symmetry/#iLightbox[gallery_image_1]/18) Quais as transformações geométricas existentes?  
 72 / 100 respostas corretas



14. As colunas da imagem do templo são exemplos de ... \*



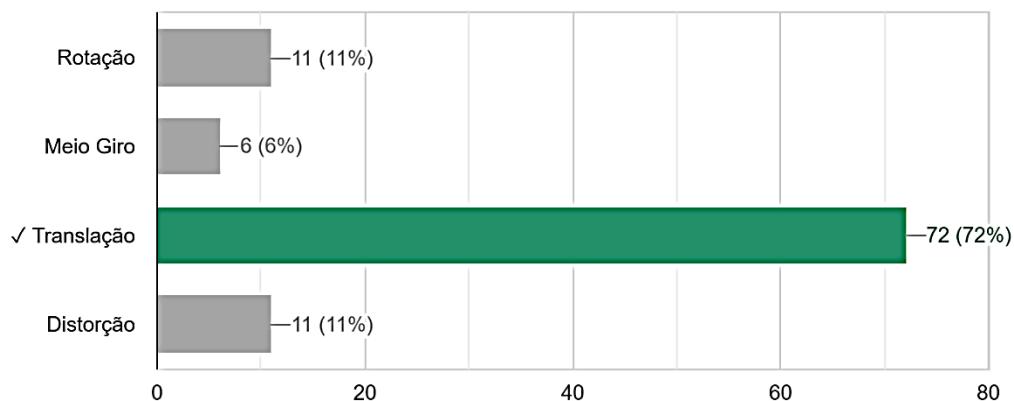
[\(\[https://st.depositphotos.com/2431711/3670/v/950/depositphotos\\\_36703073-stock-illustration-roman-greek-pantheon.jpg\]\(https://st.depositphotos.com/2431711/3670/v/950/depositphotos\_36703073-stock-illustration-roman-greek-pantheon.jpg\)\)](https://st.depositphotos.com/2431711/3670/v/950/depositphotos_36703073-stock-illustration-roman-greek-pantheon.jpg)

*Marcar apenas uma oval.*

- Rotação
- Meio Giro
- Translação
- Distorção

As colunas da imagem do templo são exemplos de ...

72 / 100 respostas corretas



15. Por que muitas ambulâncias apresentam a palavra AMBULÂNCIA espelhada como na imagem abaixo?  
\*

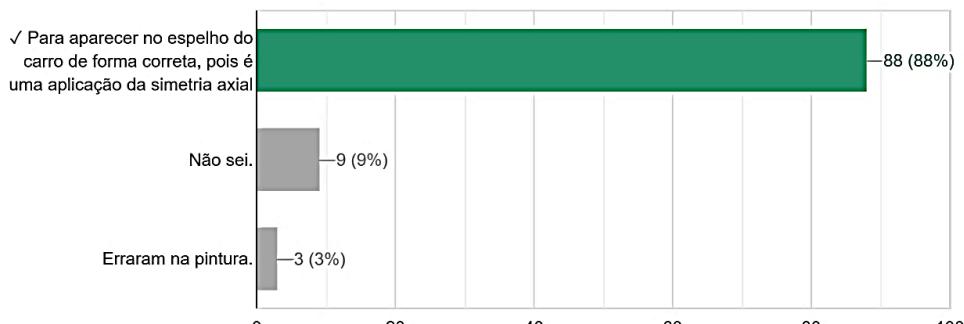


*Marcar apenas uma oval.*

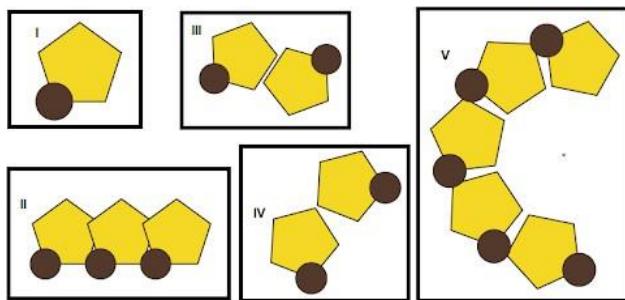
- Para aparecer no espelho do carro de forma correta, pois é uma aplicação da simetria axial
- Não sei.
- Erraram na pintura.

Por que muitas ambulâncias apresentam a palavra AMBULÂNCIA espelhada como na imagem abaixo?

88 / 100 respostas corretas



16. Observe as figuras da imagem e marque a única opção correta. \*

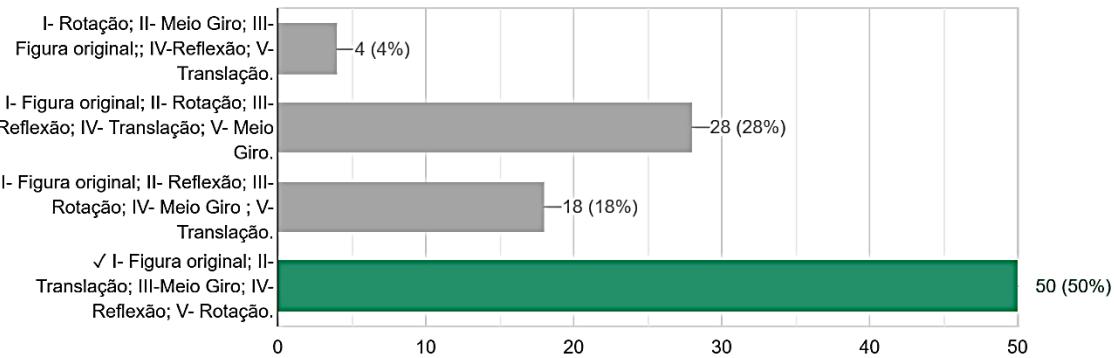


*Marcar apenas uma oval.*

- I- Rotação; II- Meio Giro; III- Figura original; IV-Reflexão; V- Translação.
- I- Figura original; II- Rotação; III-Reflexão; IV- Translação; V- Meio Giro.
- I- Figura original; II- Reflexão; III-Rotação; IV- Meio Giro ; V- Translação.
- I- Figura original; II- Translação; III-Meio Giro; IV-Reflexão; V- Rotação.

Observe as figuras da imagem e marque a única opção correta.

50 / 100 respostas corretas



Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

**ANEXO A – Parecer Comissão de Ética UFRRJ**

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
COMISSÃO DE ÉTICA NA PESQUISA DA UFRRJ / COMEP

Protocolo N° 916/17

**PARECER**

O Projeto de Pesquisa intitulado "*Participar, descobrir e interagir em ambientes virtuais: potencializando novas formas de aprendizagem matemática*" sob a coordenação do Professor Dr. Marcelo Almeida Bairral, do Instituto de Educação/DTPE, processo 23083.0010807/2017-30, atende os princípios éticos e está de acordo com a Resolução 466/12 que regulamenta os procedimentos de pesquisa envolvendo seres humanos.

UFRRJ, 17/08/17.

Prof.<sup>a</sup> Dra. Lúcia Helena Cunha dos Anjos  
Pró-Reitora Adjunta de Pesquisa e Pós-Graduação

## **ANEXO B - Nota Dos Pró-Reitores sobre a Mediação Tecnológica**

Comunidade Uerjiana,

Este é um momento de crise que atravessa diferentes escalas e ambiências no mundo. A sociedade e as instituições em graus variados de organização têm tentado se adaptar aos desafios lançados pela Pandemia do COVID-19, clamando por demandas diferenciadas de atendimento.

Neste ambiente de crise nos vários cenários, tudo se movimenta rapidamente, mas nada deve ser feito sem que haja o pensar planejado e sem o compartilhamento de ideias. Por isso, vimos a público para manifestar como pretendemos agir diante de decretos e normas que buscam em curto prazo a aplicação de mudança de modalidade de ensino na Educação Superior, como forma de dirimir questões formativas, incidindo sobre os calendários acadêmicos nas IES Públicas.

Antes, porém, de qualquer aprofundamento sobre esta discussão, cabe ressaltar que sempre tivemos o claro princípio, e não pretendemos abrir mão, do cumprimento de nossas missões junto à sociedade. Neste momento, a missão primordial é a da preservação de vidas e da orientação sobre como fazê-lo. Também nos cabe dizer que, por agora, não temos a menor condição de prever nosso retorno à normalidade, ou seja, à execução de calendário letivo dentro do planejado ou do deliberado.

Diante disso, o que podemos fazer num cenário que nos cobra, responsávelmente, para FICARMOS EM CASA?

Nossa resposta se alinha ao isolamento físico social que se impõe, o que já foi referendado pelas IES Públicas do Estado. Apesar disso e, conjuntamente, não se esgota no isolamento. Por isso, estamos planejando ações que nos permitam explorar os recursos tecnológicos de que dispomos para que tal isolamento não se materialize em isolamento humanitário, em desvinculação institucional forçada e em momento/processo de afastamento de pessoas de fontes de conhecimentos que impeçam contribuições para dirimir situações de atonia e de desolação. A regra do ficar em casa vale para a execução e para o compartilhamento.

Sendo assim, identificamos que é a oportunidade ímpar para nos apropriarmos das diferentes tecnologias digitais e, simultaneamente, compartilhar nossos saberes fora dos nossos espaços físicos de atuação cotidiana. Ressaltamos que esta proposta não se vincula ao caráter usual e costumeiro das atividades disciplinares convencionais da educação presencial e, portanto, não se prende aos seus formatos tradicionais. Desafios novos podem requerer nova formas de enfrentamentos, novas aprendizagens, ações e interações.

É Importante afirmar que não é nosso objetivo que tais ações venham a ser utilizadas para fins de calendário letivo, cuja decisão, conforme já apontara o Conselho Nacional de Educação, precisa preservar a condição dos 200 dias letivos. Esta decisão será da UERJ, do seu colegiado superior, o CSEPE, uma vez ouvida a comunidade universitária. Com isso, pretendemos que fique claro que a proposta de mediação tecnológica não se confunde com a adoção da sistemática da modalidade da EAD.

Embora reconheçamos o potencial da modalidade EAD, igualmente reconhecemos suas peculiaridades e a UERJ preza para que isto não seja também desvirtuado. Entendemos que uma mera transposição das atividades presenciais para a modalidade EAD, da forma como vem sendo proposta em alguns documentos do MEC, trará prejuízos para a qualidade acadêmica que nos fundamenta.

Diante do debate virtual, mais que legítimo, que já se estabeleceu nas redes sociais e nas instituições, sobre esta tentativa de imposição de adoção de uma modalidade sobre a outra, ratificamos que a modalidade presencial deve ser preservada e que qualquer uso da EAD, deve ser materializado em

decisão que seja fundamentada pelos cursos que a ofertam, conforme preconiza a legislação educacional.

Neste sentido, o que buscamos de ações reverte-se, fortemente, de caráter formativo, mas firmamos que fundamentalmente têm caráter de produção de sociabilidades e de quebra de isolamento social e humanitário. Justo por isso, não queremos inventar uma cultura, pois ela já existe em algum grau, e é praticada por vários de nós (docentes, técnicos e discentes).

Nossa busca é pela construção de parcerias que podem permitir a apropriação, por mais e mais pessoas desta comunidade, de ferramentas de mediação tecnológica, disseminando saberes e conhecimentos, possibilitando encontros virtuais e em tempos nos quais o isolamento físico garante vidas.

Sabemos das dificuldades inerentes a esta proposta, várias delas apontadas nos debates virtuais e documentos públicos e críticos direcionados à adoção açodada da EAD nos cursos presenciais, incluindo o acesso à internet e várias necessidades ainda não contempladas mesmo na educação presencial, e de outras que vão surgir nos âmbitos econômico, social, tecnológico, inclusivo e acessível, entre outros. Por isso, todas as estratégias estão sendo consideradas, visando ampliar o máximo possível de equanimidade.

Frisamos que **não estamos adotando a substituição da EAD na Educação Presencial da UERJ**. Também frisamos que, desvinculados do tempo calendário acadêmico, de sua formatação, podemos **aproveitar a chance para aprendermos/ensinarmos juntos formas diversas de interação, produtoras e disseminadoras de conhecimentos que possuímos como atores universitários** (com alcance que pode inclusive extrapolar estes atores em prol dos demais membros da sociedade). De certo, isto não pode ter caráter obrigatório, mas se é verdade que não devemos nos aproximar fisicamente de outras pessoas neste momento, é inegável que podemos apostar em sensibilizá-las, com temas/proposições, que em maior ou menor grau, **dialoguem com o contexto vivido, nas diferentes áreas de conhecimento, por meio de uma ação institucional**, na qual socialmente somos companheiros e companheiras, quando não perdemos oportunidades para compartilhar saberes como formas de luta pelo reconhecimento e pela sobrevivência.

O que as Pró-reitorias propõem é que nos permitamos agir em cooperação. O que faremos agora poderá ou não ser potencializado, aprimorado, criticado e analisado no futuro próximo, na educação presencial ou na modalidade EAD.

Portanto, a **mediação tecnológica que vamos propor tem processos gradativos de condução**, que inicialmente vem sendo pensados por profissionais, orientados para promover ambientes que permitam acessos aos diferentes segmentos da universidade. Isto tem um a sistemática e uma institucionalidade. Dentre as nossas ações, gostaríamos de compartilhar com todos, algumas que já estão em processo de desenvolvimento por nossas equipes, para que possamos nos organizar como comunidade acadêmica na sistematização e aprendizado dos potenciais existentes:

1. Mapeamento de equipes que possuam expertise no apoio nas atividades mediadas por tecnologias;
2. Mapeamento das tecnologias que podem estar à disposição dos docentes;
3. Articulação com a DINFO para possibilitar ampliação do uso do Ambiente Virtual de Aprendizagem com a infraestrutura e segurança necessárias;
4. Coleta de contatos para articulação dos diretores de Centro, Unidades Acadêmicas e Administrativas;
5. Organização dos espaços de comunicação por segmento;
6. Cadastro dos diretores no espaço de articulação criado;
7. Articulação com a Rede Nacional de Pesquisa (RNP) para atualização do serviço de webconferência para a UERJ;
8. Realização testes da sala de webconferências;

9. Elaboração das orientações para acesso às salas de webconferências;
10. Proposição de um calendário de web conferências com os diretores (Centro Setoriais e Unidades Acadêmicas);
11. Elaboração de um calendário para oferta de atividades formativas mediadas por tecnologias para servidores (docentes e técnicos);
12. Organização de espaços no Ambiente Virtual para cada uma das Unidades/cursos de graduação com a articulação inicial do diretor e do coordenador de graduação/licenciatura, a fim de mantermos nosso relacionamento, com as devidas orientações;
13. Cadastro dos estudantes nos ambientes criados;
14. Elaboração e proposição de oferta de atividades formativas mediadas por tecnologias para estudantes, com as devidas orientações;
15. Análise do uso da mediação tecnológica, buscando aprimorar sua oferta, avaliar limitações e corrigir alcances.

Assim como em outras IES Públicas, **a modalidade EAD somente poderá ser executada naqueles cursos onde ela já é feita** (Ex: cursos de graduação da UERJ aprovados na Modalidade EAD, no âmbito do consórcio CEDERJ).

**Nos demais, não autorizaremos o uso desta modalidade durante a atual pandemia.**

Sendo assim, de forma processual, **nossa proposta de mediação tecnológica fluirá, como forma de interação e relacionamento importante, sem a obrigatoriedade disciplinar dos cursos, inclusive sem a obrigatoriedade da existência de avaliações e frequências.** Isto a torna, neste momento de crise, que afeta aspectos psicossociais, uma ação.

Acreditamos que a UERJ pode, mais uma vez, se propor ao pioneirismo que marca sua existência social ao longo dos seus 70 anos de vida.

Rio de Janeiro, 23 de março de 2020.

Lincoln Tavares Silva  
Pró-Reitor de Graduação – PR-1

Luís Antônio Campinho Pereira da Mota  
Pró-Reitor de Pós-Graduação e Pesquisa – PR-2

Cláudia Gonçalves de Lima  
Pró-Reitora de Extensão e Cultura – PR-3

Catia Antonia da Silva  
Pró-reitora de Políticas e Assistência Estudantis – PR-4

## ANEXO C - Relatório sobre Resultados Preliminares da Pesquisa de Inclusão Digital CAP-UERJ



Governo do Estado do Rio de Janeiro  
 Secretaria de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação  
 Universidade do Estado do Rio de Janeiro  
 Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira

### Introdução

Neste relatório apresentaremos:

- resultados preliminares de nossa **Pesquisa de Inclusão Digital**;
- percentual de acesso histórico ao AVACAP - levantamento do percentual de estudantes que já acessou a plataforma desde a sua disponibilização, independente de quantas vezes o estudante a acessou;
- percentual de acesso no período de 10 a 17 de junho ao AVACAP – levantamento do percentual de estudantes que acessaram a plataforma no período, independente de quantas vezes o estudante a acessou.

O AVACAP está disponível a nossos estudantes desde o dia 8 de maio, onde os professores introduzem atividades diversas. A mediação tecnológica através da plataforma segue as diretrizes apontadas pela Universidade: não é obrigatória, não é avaliativa e não conta com atividades que incluem conteúdo curricular.

### Pesquisa de Inclusão Digital

Nossa pesquisa de inclusão digital colheu respostas da comunidade entre os dias 29 de abril e 22 de maio através de formulário criado no *google forms*. Foram 957 respostas de um universo de 1078 estudantes. Após primeira análise, realizada pelo professor Guilherme Nogueira de Souza (chefe do DCHF), foi constatado que muitas respostas estavam duplicadas, reduzindo nosso número de respondentes a 820 estudantes distintos. Dada a natureza metodológica da pesquisa, que busca aferir a Inclusão Digital através de uma ferramenta digital, única forma possível neste momento de isolamento social, consideramos essencial obter as respostas dos que não responderam por outros meios, antes de levantarmos conclusões. Este é o próximo passo da pesquisa.

Os resultados preliminares que dispomos até o momento, nos permitem divulgar os seguintes dados:

- pelo menos 67% dos estudantes alegam possuir local equipado e adequado para a realização de estudos;
- dentre os estudantes que possuem acesso, cerca de 60% compartilha o equipamento de acesso com outros membros da família;
- pelo menos 70% dos estudantes possui internet de banda larga com wi-fi;
- dentre os estudantes que possuem acesso, cerca de 50% tem possibilidade de imprimir materiais em casa;
- quanto ao tempo diário disponível para estudos, tivemos uma média de duas horas e meia a três horas e meia.

Frisamos que os dados apresentados são preliminares, e só teremos os valores exatos após aferidas 100% das respostas.

### Relatório de Acessos ao AVACAP – Histórico (8 de maio a 17 de junho)

SEGMENTO	ANO DE ESCOLARIDADE	Nº DE ALUNOS MATRICULADOS	ALUNOS QUE JÁ ACESSARAM	PERCENTUAL DE ACESSO
EFI	EF1	60	31	51,7
	EF2	60	38	63,3
	EF3	58	42	72,4
	EF4	56	38	67,9
	EF5	55	23	41,8
EFII	EF6	124	105	84,7
	EF7	113	94	83,2
	EF8	120	111	92,5
	EF9	119	98	82,4
EM	EM1	127	85	66,9
	EM2	108	66	61,1
	EM3	78	48	61,5

O acesso histórico nos permite avaliar quantos de nossos estudantes já acessaram a plataforma desde sua disponibilização, em 8 de maio. No início de junho o levantamento histórico revelava uma média de acessos de 50%, e pelo que observamos dos dados agora colhidos, tivemos um crescimento de 20% ao longo do mês, chegando a uma média de acessos aproximada de 70% dentre os anos de escolaridade. Observamos que o maior percentual de acessos se dá no EFII, com média de 85,7%, seguido pelo EM, com média de 63,2%, e por último o EFI, com média de 59,4%.

### Relatório de Acessos ao AVACAP – 10 a 17 de junho

SEGMENTO	ANO DE ESCOLARIDADE	Nº DE ALUNOS MATRICULADOS	ACESSOS DE 10 A 17 DE JUNHO	PERCENTUAL DE ACESSO
EFI	EF1	60	14	23,3
	EF2	60	10	16,7
	EF3	58	8	13,8
	EF4	56	8	14,3
	EF5	55	5	9,1
EFII	EF6	124	34	27,4
	EF7	113	44	38,9
	EF8	120	42	35,0
	EF9	119	40	33,6
EM	EM1	127	27	21,3
	EM2	108	18	16,7
	EM3	78	14	17,9

Considerando o acesso de alunos no período de 10 a 17 de junho, temos um percentual de acesso relativamente baixo, com média aproximada de 22%. É preciso considerar que no período tivemos quatro dias “não úteis”, de 11 a 14 de junho. Outros fatores que podem explicar o baixo acesso no período são a não obrigatoriedade da realização das atividades e a não regularidade de inserção das mesmas na plataforma.

### Considerações Finais

Os resultados apresentados em nossa Pesquisa de Inclusão Digital são preliminares. Esperamos ao longo dos próximos trinta dias finalizar o mapeamento de nossa comunidade discente a fim de que este levantamento nos auxilie na busca de soluções para a questão da Inclusão Digital. Ressaltamos que apenas ter o acesso não se traduz em disponibilidade para realização de atividades mediadas por tecnologia. A realidade cotidiana imposta pelo cenário do isolamento social influencia diretamente na possibilidade de discentes e docentes participarem de ações de mediação tecnológica.

### Direção do CAp-UERJ

## ANEXO D - Deliberação 14/2020 -CSEPE

### DELIBERAÇÃO Nº 14/2020

**Dispõe sobre a criação de normas para o planejamento e a execução de Períodos Acadêmicos Emergenciais (PAE), critérios para a oferta e realização de componentes curriculares de ensino e aprendizagem, altera o Calendário Acadêmico 2020.1 e dá outras providências.**

**O CONSELHO SUPERIOR DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO**, no uso da competência que lhe atribui o parágrafo único do Artigo 11 do Estatuto da UERJ, e com base no Processo nº SEI – 26007/1615/2020, aprovou e eu promulgo a seguinte Deliberação:

Considerando as ações de enfrentamento à pandemia do novo Coronavírus (COVID-19) estabelecidas, sobretudo, a partir de março de 2020 pelo Governo Federal, pelos estados e municípios, que determinam medidas de isolamento social e qualificam os serviços considerados essenciais;

Considerando o Decreto nº 46.970, de 13 março de 2020, e a Resolução Conjunta SECTI/UERJ nº 9, de 13 de março, que tratam das medidas temporárias de prevenção ao contágio e de enfrentamento da propagação decorrente do novo Coronavírus (COVID- 19);

Considerando os termos da Medida Provisória nº 934, de 01º de abril de 2020, que “(...) estabelece normas excepcionais sobre o ano letivo da educação básica e do ensino superior decorrentes das medidas para enfrentamento da situação de emergência de saúde pública de que trata a Lei nº 13.979, de 6 de fevereiro de 2020”, e que define que “o estabelecimento de ensino de educação básica fica dispensado, em caráter excepcional, da obrigatoriedade de observância ao mínimo de dias de efetivo trabalho escolar, nos termos do disposto no inciso I do caput e no § 1º do art. 24 (...) da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, desde que cumprida a carga horária mínima anual estabelecida nos referidos dispositivos, observadas as normas a serem editadas pelos respectivos sistemas de ensino” e que, também, define, em seu art. 2º, que “as instituições de educação superior ficam dispensadas, em caráter excepcional, da obrigatoriedade de observância ao mínimo de dias de efetivo trabalho acadêmico, nos termos do disposto no caput e no § 3º do art. nº 47 da Lei nº 9.394, de 1996, para o ano letivo afetado pelas medidas para enfrentamento da situação de emergência de saúde pública de que trata a Lei nº 13.979, de 2020”;

Considerando a Deliberação nº 376, de 23 de março de 2020, do Conselho Estadual de Educação (CEE-RJ), que “orienta as Instituições Integrantes do Sistema Estadual de Ensino do Estado do Rio de Janeiro sobre o desenvolvimento das atividades escolares não

*presenciais, em caráter de excepcionalidade e temporalidade, enquanto permanecerem as medidas de isolamento previstas pelas autoridades estaduais na prevenção e combate ao Coronavírus – COVID 19”, e que dispõe em seu art. 6º sobre a possibilidade, excepcional, do uso de “meios e tecnologias de informação e comunicação” para o oferecimento de disciplinas;*

Considerando a Deliberação CEE-RJ nº 381, de 16 de junho de 2020, que prorroga até 31/12/2020 os atos autorizativos das Instituições de Ensino e dos Cursos por elas ofertados, vinculados ao Sistema Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro;

Considerando o Parecer nº 5, de 28 de abril de 2020, do Conselho Nacional de Educação (CNE), homologado pelo Despacho do Exmo. Sr. Ministro da Educação, de 29 de maio de 2020, “(...) que trata da reorganização do Calendário Escolar e da possibilidade de cômputo de atividades não presenciais para fins de cumprimento da carga horária mínima anual, em razão da Pandemia da COVID-19 (...)”, e dispõe sobre as atividades mediadas por tecnologias digitais no contexto da pandemia do novo Coronavírus - COVID-19, reforçando a importância de ações de ensino, pesquisa e extensão planejadas e integradas;

Considerando a Carta Aberta Conjunta nº 001 PR-1/PR-2/PR-3/PR-4 publicada na página institucional da UERJ, em 18 de março de 2020, que condiz com o apresentado na Portaria MEC 544/2020, destacando que a implementação da mediação tecnológica de forma irrestrita e não prevista nos Projetos Pedagógicos não se configura como estratégia de substituição e/ou reposição de aulas e que estas ações devem ser deliberadas pelos órgãos colegiados dos cursos e aprovadas nas instâncias superiores, conforme previsto na Portaria MEC nº 2.117, de 06 de dezembro de 2019, de modo a atender as demandas institucionais de forma isonômica;

Considerando as disposições constantes do AEDA nº 029/Reitoria/2020, referente ao planejamento do retorno às atividades acadêmicas, tendo em vista a situação de emergência de saúde pública decorrente do Coronavírus (COVID-19);

Considerando a possibilidade de criação de um modelo de Atividades Acadêmicas Emergenciais com base em exercícios domiciliares, inspirado no Regime Excepcional de Aprendizagem, previsto na Deliberação UERJ nº 07/2014 e na Deliberação UERJ nº 33/95;

Considerando o planejamento e a execução de ações integradas de acompanhamento, conscientização e prevenção da doença e as recomendações propostas pelo Grupo de Trabalho da UERJ sobre o Coronavírus (COVID-19), instituído pela Portaria do Reitor nº 373, de 13 de março de 2020;

Considerando os termos da Lei nº 11.788/2008, de 25 de setembro de 2008, que dispõe sobre o estágio de estudantes e dá outras providências; e a Medida Provisória nº 927/2020, de 22 de março de 2020, que dispõe sobre “(...) *as medidas trabalhistas para enfrentamento do estado de calamidade pública reconhecido pelo Decreto Legislativo nº 6, de 20 de março de 2020, e da emergência de saúde pública de importância internacional decorrente do Coronavírus (COVID-19), e dá outras providências*”, em especial em seu art. 5º;

Considerando que a proposição de um plano de oferta de componentes curriculares e de atividades de ensino e de aprendizagem remotas, baseado em atividades não presenciais, é prevista em 20% (vinte por cento) no Decreto nº 9.057/2017, e 40% (quarenta por cento) na Portaria MEC nº 2.117/2019, não representando, portanto, a migração para a Educação a Distância, que possui identidade e características próprias, com Projeto Pedagógico de Curso (PPC) específico, aprovado pelo CSEPE;

Considerando a vigência da Lei nº 8905, de 19 de junho de 2020, que “*Dispõe sobre a proibição de interrupção de pagamento e da redução de valores de bolsas pagas pela FAPERJ e demais bolsas pagas pelo Estado do Rio de Janeiro durante a situação de emergência decorrente da Pandemia do vírus COVID-19.*”;

Considerando como parte do compromisso social e institucional a formação acadêmica de qualidade e a produção e socialização do conhecimento, bem como a promoção, a manutenção e a valorização de atividades intelectuais de sua comunidade, o fortalecimento da sensação de pertencimento, da promoção da solidariedade, da troca de conhecimentos e da preservação da saúde mental, do vínculo e da interação social entre os membros da comunidade universitária;

Considerando que as atividades mediadas por tecnologias digitais, no contexto da pandemia, se diferenciam da oferta da modalidade EAD, por apresentarem concepção didático-pedagógica que visa atender uma mudança temporária para um modo de ensino alternativo, por meio de atividades em ambiente remoto, mediadas por tecnologias enquanto durar o período de emergência excepcional e o impedimento do retorno presencial por conta das condições sanitárias;

Considerando a distinção entre Educação à Distância e “Ensino Remoto de Emergência”, cujo propósito é recriar um ecossistema educacional que forneça acesso temporário a suportes de ensino e de instrução de uma maneira rápida e fácil de configurar

e de modo a “responder ao fechamento de escolas e universidades em tempos de crises” (Hodges, Moore, Lockee, Trust e Bond, 2020);

Considerando as orientações da Reitoria da UERJ e da Pró-reitoria de Graduação (PR-1), mesmo antes desta pandemia, voltadas à ações relacionadas a implantação de cursos de Formação Inicial e Continuada, criação de metodologias educacionais e de avaliação, além da oferta de capacitação em educação digital e formação de professores como estratégia de melhoria da qualidade do ensino-aprendizagem na UERJ, voltadas aos segmentos componentes da comunidade universitária;

Considerando que a implementação de atividades remotas ou mediadas por tecnologias em componentes disciplinares presenciais devem estar de acordo com as diretrizes curriculares nacionais, quando houver, com a proposta pedagógica do curso de Graduação, com as especificidades da área de formação, bem como, com as orientações da Coordenação de Curso e de seus Colegiados e com as normativas gerais e específicas para cada área;

Considerando os mapeamentos realizados por esta Universidade, que visam identificar elementos de vulnerabilidade socioeconômica e de acesso a tecnologias digitais na comunidade universitária para garantia de inclusão digital;

Considerando os calendários acadêmico-administrativos, instituídos por decisões e Deliberações do CSEPE, que estabelecem diretrizes e prazos para a ação de diversos segmentos da Comunidade Universitária, conforme a respectiva esfera de competência, e da comunidade externa interessada em serviços da Universidade;

Considerando que a contaminação pelo novo Coronavírus (SARS-CoV2) vem modificando e quebrando diversos paradigmas relacionados a educação e a utilização de tecnologias educacionais e que, de um modo geral, todo Sistema Educacional mundial deverá se adaptar a novos paradigmas e desafios, tendo em vista que no atual contexto toda cadeia da educação infantil à Pós-graduação, no ensino superior, deverão passar por grandes transformações e adaptações;

Considerando a participação da PR-1 no acompanhamento constante das discussões e proposições de cunho acadêmico-administrativo realizadas juntamente a outras Instituições de Ensino Superior Públicas (IESPs), nossas congêneres, no Brasil e fora dele, assim como a similaridade de caminhos e propostas advindas deste contato para o enfrentamento do cenário Pandêmico;

Considerando que as pesquisas científicas e as orientações das autoridades sanitárias apontam um cenário desfavorável ao retorno em breve data das atividades presenciais, sobretudo nas condições anteriores à pandemia, o que demanda a necessidade de propor alternativas emergenciais aos modelos tradicionais de ensino-aprendizagem, visando à continuidade do ano letivo;

Considerando a necessidade de planejar ações prioritárias para estudantes concluintes, a necessidade de se reorientar a organização da retomada das atividades de forma a evitar aglomerações e garantir o distanciamento social, a necessidade de se discutir a reorganização dos calendários escolares e a necessidade de que se planejarem cenários durante e após a pandemia;

Considerando que as mudanças, adaptações e desafios são, e serão, mais significativos para grande parte dos alunos da Rede Pública de Ensino, tendo em vista os desafios e problemas com o acesso à internet e dispositivos tecnológicos, decorrentes principalmente da condição de vulnerabilidade social na qual vive grande parte dos nossos discentes;

Considerando que a UERJ conta com um quadro de professores, técnico-administrativos e estudantes capacitados, em diversos cursos, o que permitirá o desenvolvimento das diversas ações baseadas em planejamento para a retomada plena de atividades letivas, de forma remota, em função da Pandemia do COVID-19;

Considerando a efetiva possibilidade de proporcionar apoio social, uma vez que auxílios e apoio aos alunos, principalmente neste momento de distanciamento social, são realizados em elevado grau através da Internet;

Considerando a preocupação em viabilizar o acesso à internet móvel, através da rede celular, para os alunos da UERJ, de forma a viabilizar a retomada das atividades letivas do calendário acadêmico, mitigando situações de desigualdade de acesso;

Considerando a necessidade de prover com a maior brevidade e alcance a Internet para os alunos da UERJ para que possam assistir suas aulas remotamente, fomentando o ensino e aprendizagem sem expor os alunos e professores aos efeitos da pandemia;

Considerando os estudos realizados pela Diretoria de Informática da UERJ (DINFO) que indicaram que a melhor viabilidade técnica e financeira para promover este alcance da Internet para efetivar ações educacionais remotas pode se consubstanciar por meio da contratação de pacote de dados por *chip* (*SIM cards*);

CONSIDERANDO a possibilidade que vimos desenvolvendo, no âmbito da UERJ e da PR-1, de prover o processo de ensino e aprendizagem por meio de aulas com recursos multimídia e Internet, com base no incentivo ao autoestudo e ao estudo colaborativo nos materiais didáticos digitais (Nuvem, Ambiente Virtual de Aprendizagem - *Moodle*), participação em fóruns, *chat*, videoconferência ou conferência via *web* e realização de trabalhos individuais relacionados com as ofertas didáticas, disciplinas além de atividades práticas a partir da elaboração e/ou experimentação com os materiais a serem propostos nos cursos;

Considerando a necessidade de fortalecimento na oferta e em práticas de ensino, por parte dos professores e alunos, como estratégias de aprendizagem que enfatizem as possibilidades de interação oferecidas pela plataforma de ensino virtual (*Moodle*), e outras tecnologias/processos digitais como *e-mail*, fóruns, *quizes*, entre outros;

Considerando o trabalho de adequação de objetivos educacionais por meio da educação remota emergencial, de estratégias de mediação em fóruns de discussão *on-line*, *slides*, uso de aplicativos como recurso pedagógico, *Wiki*, produção colaborativa de conhecimento, *YouTube* e suas potencialidades, além do uso de outras ferramentas educacionais e recursos abertos;

Considerando o desenvolvimento de aulas, plataformas e construção colaborativa, entre os professores, de situações didáticas ricas e interativas, utilizando as plataformas virtuais em uso na UERJ (*Moodle*), ou outras ferramentas de comunicação e informação a serem possibilitadas;

Considerando o provimento e desenvolvimento de mecanismos, competências e técnicas de comunicação síncronos e assíncronos, permitindo que professores, técnico-administrativos e estudantes trabalhem dentro de seu próprio ritmo de aprendizagem e em seu tempo disponível;

Considerando o uso dos recursos e ferramentas da Internet, bem como os conteúdos do portal UERJ, visando integrar professores, técnico-administrativos e estudantes permitindo-lhes acessar a informação e formação com e-acessibilidade;

Considerando o planejamento para o desenvolvimento de cursos e articulações diversas relacionadas com a educação digital e formação de professores no campo da Educação Online aplicável e replicável às especificidades das unidades e segmentos da Comunidade Universitária, com oferecimento, aos estudantes com deficiências, do

Atendimento Acadêmico Especializado (AAE), quando necessário, em parceria com o Programa Rompendo Barreira: Luta pela Inclusão (PRB-UERJ);

Considerando a preferência pelo uso de plataformas públicas e gratuitas de ensino e de webconferências, como formas de interação e mediação, visando ao atendimento do processo de ensino e aprendizagem e suporte aos procedimentos didáticos utilizados pelos professores e estudantes;

Considerando colaborar na adaptação das metodologias de ensino às tecnologias digitais e às formas atuais e possíveis de acesso pelos estudantes (celular, *tablet*, virtualização de máquinas computadores), considerando, inclusive, as dificuldades de acesso aos equipamentos;

Considerando a possibilidade articulada de atuação da Pró-reitoria de Graduação, com seu Gabinete e seus Departamentos (CETREINA, DAA, DAPI, DEP, DPAED e DSEA) junto às unidades e aos seus segmentos, visando atender às necessidades acadêmicas e administrativas;

Considerando a necessidade de utilização de mecanismos de avaliação e acompanhamento, por parte dos professores, de forma a avaliar, adaptar e acompanhar o progresso de aprendizagem dos estudantes, permitindo-lhe, assim, interferir, quando necessário, na construção e aperfeiçoamento do conhecimento dos estudantes;

Considerando a necessidade de expansão e adaptação dos processos de avaliação continuada no âmbito das capacitações/formações e do desempenho dos estudantes, mediante aplicação de instrumentos variados de avaliação;

Considerando as recomendações do Modelo de Acessibilidade em Governo Eletrônico (eMAG) no Brasil, que dispõem sobre acessibilidade digital com modelos de regularidade e coerência segundo as necessidades brasileiras e padrões internacionais de e-acessibilidade;

Considerando as recomendações de padrões e diretrizes para acessibilidade Web publicados pelo Consórcio *World Wide Web* (W3C), desde 1 de outubro de 1994; e a Iniciativa de Acessibilidade do W3C que recomenda conteúdos acessíveis na Web (*Web Content Accessibility Guidelines - WCAG*), com orientações específicas para autorias de conteúdos acessíveis para todos que tenham limitações em decorrência de alguma deficiência;

Considerando a necessidade da utilização de ferramentas que possibilitem, segundo às recomendações de acessibilidade para conteúdo da Web (WCAG), a autoria de conteúdos e-accessíveis para todos, com a orientação de que, caso necessário, mais de uma versão para o mesmo conteúdo seja disponibilizada para atender quaisquer pessoas com deficiências;

Considerando o Estatuto da Pessoa com Deficiência e a Convenção sobre os Direitos da Pessoa com Deficiência que, em 2009, tornou-se parte integrante da Constituição Brasileira (Lei nº. 13.146/2015, Decreto nº 6949/2009 e Decreto Legislativo nº 186/2008).

RESOLVE:

## TÍTULO I - DAS DISPOSIÇÕES GERAIS

### CAPÍTULO I - DO PERÍODO ACADÊMICO EMERGENCIAL

**Art. 1º** - Estabelecer Período Acadêmico Emergencial (PAE), por meio do Calendário Acadêmico Emergencial, em Anexo, elaborado com base em planejamento acadêmico das unidades (Planos de Trabalho) e da Reitoria, considerando as condições de infraestrutura, diagnóstico, formação e regulamentação estabelecidas para a retomada das atividades letivas no âmbito da Graduação, com base em princípios de flexibilização, inclusão e cooperação, voltados à preservação da vida dos discentes, técnico-administrativos e docentes e da qualidade da oferta educacional na UERJ.

**Art. 2º** - Regulamentar, em caráter excepcional e temporário, a oferta de atividades de ensino e de aprendizagem remotas (Atividades Letivas Emergenciais), durante o Calendário Acadêmico Emergencial.

**Parágrafo único** - As disposições desta Deliberação vigorarão, excepcionalmente, durante o período de suspensão total ou parcial das atividades presenciais, decorrentes dos efeitos da pandemia da COVID-19, na vigência do Calendário Acadêmico 2020.1, alterado, conforme Anexo, podendo ser reavaliado de acordo com a necessidade.

## CAPÍTULO II - DAS ATIVIDADES LETIVAS EMERGENCIAIS (ALE)

**Art. 3º** - São consideradas Atividades Letivas Emergenciais (ALE), para efeitos desta Deliberação, as seguintes atividades acadêmicas de Graduação e da Educação Básica, registradas no novo Plano de Turmas de 2020.1:

- I. Atividades que poderão ser realizadas e concluídas, de forma parcial ou integral, em regime domiciliar, mediadas pelo uso de tecnologias digitais com e-acessibilidade:
  - a) Disciplinas eletivas e obrigatórias oferecidas aos estudantes de cursos de Graduação e de Educação Básica;
  - b) Exames de proficiência oferecidos a estudantes concluintes de cursos de Graduação.
- II. Atividades de práticas, de campo e de laboratório, presentes em disciplinas eletivas e obrigatórias oferecidas aos estudantes de cursos de Graduação e de Educação Básica, realizadas e concluídas em regime presencial ou híbrido (presencial e remoto), desde que devidamente justificadas em sua execução nos Planos de Trabalho das unidades acadêmicas, e de acordo com o Art. 29, § 2º desta Deliberação;
- III. A critério dos Conselhos Departamentais das unidades, ouvidos os docentes responsáveis, e com anuênci da PR-1, os Estágios Supervisionados de cursos de Bacharelado e Licenciatura poderão ser desenvolvidos por meio de atividades não presenciais, observados, no que couber, as normas de Graduação da UERJ, os Projetos Político-Pedagógicos dos cursos, as Diretrizes Curriculares Nacionais de cada Curso, deliberações e pareceres do CEE-RJ, bem como a legislação pertinente de cada campo de atuação profissional.

**§ 1º** - Não sendo possível o desenvolvimento das atividades práticas, de campo e de laboratório, presentes em disciplinas eletivas e obrigatórias oferecidas aos estudantes de cursos de Graduação e de Educação Básica, sem riscos à segurança sanitária de estudantes, técnicos-administrativos e docentes, os professores poderão elaborar plano para a ministração não presencial dos conteúdos teóricos ou práticos, com a anuênci e aprovação do Conselho Departamental da Unidade.

**§ 2º** - No caso dos Estágios Supervisionados realizados no Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira – CAp, a decisão pela oferta deve ocorrer em comum acordo entre a unidade acadêmica de origem do estudante e o CAp, com aprovação dos respectivos conselhos departamentais.

**Art. 4º** - Compete às unidades acadêmicas, por meio das Coordenações de Cursos e das Chefias Departamentais, planejar a oferta das ALEs, considerando:

- I. Componentes curriculares regulares.
- II. Disciplinas com alto índice de retenção.
- III. Turmas Específicas para os estudantes concluintes.
- IV. Trabalho de Conclusão de Curso.
- V. Estágio obrigatório de forma remota para os cursos, respeitadas as particularidades e a legislação de cada campo de atuação profissional, conforme previsto no inciso III do art. 3º desta Deliberação.

**§1º** - No caso de atividades síncronas, estas deverão respeitar horários definidos e planejados pelas unidades acadêmicas, com cadastro no Plano de Turmas, para evitar que haja conflito de horários.

**§2º** - Para efeito de cômputo da carga horária dos componentes curriculares, será considerado o tempo dedicado pelos estudantes para desenvolver suas atividades de forma síncrona e assíncrona, devendo o planejamento docente registrar, no plano do componente, o tempo previsto para as atividades ministradas.

**§3º** - No desenvolvimento das ALEs, exige-se a realização de, no mínimo, 2 (duas) avaliações, resguardados os direitos discentes à Prova Final e à segunda chamada para quaisquer das avaliações (cursos de Graduação e Educação Básica).

**§4º** - O cálculo das médias referentes ao processo de avaliação seguirá o previsto na Deliberação nº 33/1995.

**§ 5º** - Para efeitos de planejamento das unidades acadêmicas, considera-se possível concluinte o estudante regularmente inscrito em disciplinas cuja integralização curricular ocorreria antes da vigência do PAE.

**§ 6º** - Em atenção ao Estatuto da Pessoa com Deficiência e demais legislações brasileiras de inclusão, o estudante com limitações de acesso eletrônico e/ou impossibilitados de formatar suas avaliações por conta de alguma deficiência deverá buscar Atendimento Acadêmico Especializado (AAE) no PRB-UERJ.

**Art. 5º** - Para a oferta das ALEs, a Unidade Acadêmica deverá efetivar Plano de Curso, elaborado e executado, prioritariamente, por mais de um docente, contendo os objetivos, com detalhamento da metodologia, da carga horária, do cronograma, das regras relativas ao controle de frequência (atividades síncronas e assíncronas), além das

estratégias de avaliação das ferramentas digitais utilizadas e da bibliografia, com parecer do(s) departamento(s), atestando o aproveitamento da carga horária.

**Art. 6º** - A reprodução, divulgação e utilização de todos os materiais didáticos deverão respeitar a legislação vigente sobre direitos autorais e acessibilidade à informação.

**Parágrafo único** - Todos os materiais didáticos utilizados não produzidos diretamente pelos docentes responsáveis pela atividade de ensino e de aprendizagem remotas deverão conter a respectiva fonte, com a indicação de autoria.

**Art. 7º** - As atividades de ensino e de aprendizagem remotas ofertadas pelos cursos terão cargas horárias equivalentes às oferecidas nos períodos presenciais anteriormente praticados, conforme planejamento docente estabelecido.

### **CAPÍTULO III - DO PLANEJAMENTO PARA A UTILIZAÇÃO PEDAGÓGICA DAS FERRAMENTAS DE MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA DIGITAL NAS ATIVIDADES LETIVAS EMERGENCIAIS**

**Art. 8º** - As ALEs são essencialmente constituídas por atividades didáticas síncronas e, preferencialmente assíncronas, realizadas por meio da mediação tecnológica, sendo assegurada a autonomia didática, em consonância com os marcos legais referentes ao sigilo e à proteção de dados dos usuários.

**§ 1º** - A realização das Atividades Letivas Emergenciais se dará nos Ambientes Virtuais de Aprendizado (AVAs), priorizando-se o uso do ambiente virtual institucional.

**§ 2º** - É facultado o uso de outras ferramentas tecnológicas, desde que atenda aos procedimentos de cadastro no ambiente virtual institucional.

**Art. 9º** - Aos Corpos Deliberativos dos Departamentos e aos Conselhos Departamentais das Unidades Acadêmicas, no âmbito de suas respectivas competências, caberá o planejamento das ALEs, por meio do Plano de Trabalho estruturado, atendendo-se à disponibilidade do corpo docente e ao respeito às suas condições de acesso e necessidades especiais dos estudantes e docentes.

**§1º** - O planejamento das ALEs, após consolidado, deverá ser registrado, pela Unidade Acadêmica, no Plano de Turmas de 2020/1 (Módulo PT/SAG) na data definida no Calendário Acadêmico Emergencial.

estratégias de avaliação das ferramentas digitais utilizadas e da bibliografia, com parecer do(s) departamento(s), atestando o aproveitamento da carga horária.

**Art. 6º** - A reprodução, divulgação e utilização de todos os materiais didáticos deverão respeitar a legislação vigente sobre direitos autorais e acessibilidade à informação.

**Parágrafo único** - Todos os materiais didáticos utilizados não produzidos diretamente pelos docentes responsáveis pela atividade de ensino e de aprendizagem remotas deverão conter a respectiva fonte, com a indicação de autoria.

**Art. 7º** - As atividades de ensino e de aprendizagem remotas ofertadas pelos cursos terão cargas horárias equivalentes às oferecidas nos períodos presenciais anteriormente praticados, conforme planejamento docente estabelecido.

### **CAPÍTULO III - DO PLANEJAMENTO PARA A UTILIZAÇÃO PEDAGÓGICA DAS FERRAMENTAS DE MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA DIGITAL NAS ATIVIDADES LETIVAS EMERGENCIAIS**

**Art. 8º** - As ALEs são essencialmente constituídas por atividades didáticas síncronas e, preferencialmente assíncronas, realizadas por meio da mediação tecnológica, sendo assegurada a autonomia didática, em consonância com os marcos legais referentes ao sigilo e à proteção de dados dos usuários.

**§ 1º** - A realização das Atividades Letivas Emergenciais se dará nos Ambientes Virtuais de Aprendizado (AVAs), priorizando-se o uso do ambiente virtual institucional.

**§ 2º** - É facultado o uso de outras ferramentas tecnológicas, desde que atenda aos procedimentos de cadastro no ambiente virtual institucional.

**Art. 9º** - Aos Corpos Deliberativos dos Departamentos e aos Conselhos Departamentais das Unidades Acadêmicas, no âmbito de suas respectivas competências, caberá o planejamento das ALEs, por meio do Plano de Trabalho estruturado, atendendo-se à disponibilidade do corpo docente e ao respeito às suas condições de acesso e necessidades especiais dos estudantes e docentes.

**§1º** - O planejamento das ALEs, após consolidado, deverá ser registrado, pela Unidade Acadêmica, no Plano de Turmas de 2020/1 (Módulo PT/SAG) na data definida no Calendário Acadêmico Emergencial.

**§2º** - A Direção de cada Unidade Acadêmica deverá encaminhar o planejamento das ALEs, por meio de formulário próprio estabelecido em endereço virtual, no prazo a ser definido pela Pró-reitoria de Graduação, contendo a lista com os componentes curriculares que se enquadrarão como ALE, devendo estar discriminados no documento do Plano de Trabalho pelo menos: os nomes e códigos das disciplinas, nomes e dados dos docentes e o tipo de atividade de acordo com os incisos I, II e III do art. 3º desta Deliberação.

**Art. 10** - A UERJ oferecerá plataformas tecnológicas públicas e gratuitas de ensino e de webconferências voltadas ao uso institucional docente para atividades não presenciais, facultada a escolha de outras plataformas em comum acordo com as turmas, sem custo adicional à Instituição e gratuita aos estudantes, desde que os registros ofertados nestas últimas também estejam disponíveis nas plataformas públicas adotadas.

**§ 1º** - O uso de imagem dos estudantes do Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (CAp-UERJ) ou usuários menores de idade em plataformas públicas necessitará de autorização dos responsáveis legais.

**§2º** - Caberá às Pró-reitorias, contando com a cooperação de outros órgãos necessários, a realização de estratégias de formação continuada para os diferentes segmentos da comunidade universitária.

**§ 3º** - A Universidade criará Comitês de Solidariedade com a comunidade acadêmica, para que se identifiquem discentes que não estejam participando das atividades, a fim de que sejam conhecidas as causas para tanto e construídas as condições para sua integração, se assim desejarem.

**§ 4º** - Os setores técnicos da UERJ, no âmbito de suas competências, promoverão atividades e medidas para dar assistência ao desenvolvimento das atividades de que trata esta Deliberação, as quais serão tornadas públicas nos canais institucionais.

**Art. 11** - Para que se tenha condições de garantir o oferecimento do Atendimento Educacional Especializado (AEE), na perspectiva do ensino colaborativo, estruturado no Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (CAp-UERJ), o qual se consolida em função das demandas dos estudantes com necessidades educacionais especiais dadas a partir de deficiência (sensorial, intelectual, física), autismo, altas habilidades ou transtorno funcional do desenvolvimento; e considerando as demandas dos discentes e docentes na Educação Básica, é indispensável que se tenha a garantia de acessibilidade, principalmente, a e-acessibilidade (Acessibilidade Web), além de aporte dos demais setores do Instituto e de outros profissionais e setores da UERJ que possam apoiar e qualificar as ações nesse contexto.

## **TÍTULO II - DOS PROCEDIMENTOS, PRAZOS E CONDIÇÕES ACADÊMICAS E ADMINISTRATIVAS**

### **CAPÍTULO I - DO PLANEJAMENTO, REGISTRO E VALIDAÇÃO DAS ATIVIDADES ACADÊMICAS EMERGENCIAIS**

**Art. 12** - A Unidade Acadêmica poderá, em caráter excepcional, aprovar, em Conselho Departamental, o exame de proficiência de disciplinas integralmente teóricas para estudantes concluintes em 2020/1.

**§ 1º** - As disciplinas que possuem práticas, trabalhos de campo e laboratório, que possam ser realizadas mediadas pelo uso de tecnologias digitais, ficam contempladas com a possibilidade de realização do exame de proficiência.

**§ 2º** - As normas e procedimentos para aprovação e realização do exame de proficiência constarão em Ordem de Serviço a ser emitida pela Pró-reitoria de Graduação da UERJ.

**Art. 13** - As atividades acadêmicas continuadas no ano de 2020, envolvendo convênios celebrados com outras instituições do Brasil e do Exterior, poderão ser validadas, nos termos desta Deliberação, atendidas as seguintes condições:

- I. A realização dos estágios e atividades práticas deve observar as diretrizes curriculares nacionais e normatizações do CEE-RJ, quando houver; o Projeto Político-pedagógico do Curso de Graduação; e as normativas gerais e específicas de cada área;
- II. Os estágios curriculares devem contar com a anuência da PR-1, por meio da assinatura de Convênio de Estágio entre a instituição concedente e o CETREINA/ PR-1; da assinatura do Termo de Compromisso de Estágio entre a instituição concedente, a Coordenação de Curso e o estudante; e do registro no sistema de seguro concedido aos estudantes.

**Art. 14** - A Pró-Reitoria de Graduação (PR-1), em conjunto com as unidades acadêmicas, deverá estabelecer adequação especial para as atividades de monitoria para atender às demandas deste momento de excepcionalidade.

**Art. 15** - Durante o PAE, as atividades discentes exercidas por bolsistas de Graduação facultarão ao estudante a participação em atividades presenciais, com a devida anuência da Direção do componente organizacional.

**§ 1º** - Nos casos excepcionais, em que seja necessária a circulação de estudantes de Graduação nos ambientes de execução de seus projetos, esta deverá ser de acordo com o § 2º do art. 29 desta Deliberação.

**§ 2º** - Excepcionalmente, serão consideradas as atividades *online* realizadas pelos bolsistas de Graduação nos ambientes virtuais da UERJ, que deverá estar de acordo, inclusive, com o art. 6º, §2º desta Deliberação.

## CAPÍTULO II - DOS PRAZOS ADMINISTRATIVOS

**Art. 16** - Os estudantes inscritos nas ALEs descritas nas alíneas 'a' e 'b', do inciso I, do art. 3º desta Deliberação estarão dispensados da exigência de frequência presencial, mas haverá controle de participação, de acordo com a proposta pedagógica, considerando o cômputo global das atividades síncronas e assíncronas, para registro no Histórico Escolar.

**Art. 17** - A UERJ, por meio de suas unidades acadêmicas e das Pró-reitorias, realizará mapeamento institucionalizado de acessibilidade, de modo a garantir a inclusão digital de discentes voltada a sua inserção no Período Acadêmico Emergencial.

**Art. 18** - A UERJ garantirá a prorrogação da integralização curricular de todos os estudantes de Graduação da UERJ regularmente matriculados, por um ano para os cursos seriados, ou 2 (dois) períodos para os cursos sob o regime de créditos, a partir da data de vigência do Calendário Acadêmico Emergencial, podendo, ao final deste tempo, ocorrer nova prorrogação de acordo com avaliação da PR-1, aprovada pelo CSEPE, sem que sejam contabilizadas como solicitação de prorrogação de prazo de integralização curricular, nos termos da Deliberação UERJ nº 37 / 2019.

**Art. 19** - Será permitido aos estudantes de Graduação, no Período Acadêmico Emergencial (PAE), se inscreverem, no mínimo, em uma disciplina, seja obrigatória ou eletiva (restrita, definida ou universal).

**Art. 20** - Os estudantes que estiverem, de alguma forma, impedidos de realizarem as ALEs, receberão, nos respectivos períodos, um trancamento especial, que não contabilizará para o limite de 6 (seis) períodos a que cada estudante tem direito pela Deliberação UERJ nº 08/2002.

**Art. 21** - O trancamento especial de matrícula pode ocorrer até o término do Período Acadêmico Emergencial.

**Art. 22** - O cancelamento de disciplinas, após o período de Solicitação de Alteração de Inscrição em Disciplinas (SAID), poderá ser requerido pelo estudante até 30 (trinta) dias corridos antes do último dia previsto para as aulas do Período Acadêmico Emergencial.

**Art. 23** - Estudantes que, anteriormente, não se inscreveram em disciplinas, que estavam afastados por intercâmbio no início do semestre de 2020.1, ou que, porventura, tenham se inscrito e trancado poderão fazer nova inscrição em disciplinas ofertadas no PAE.

### **TÍTULO III - DAS DISPOSIÇÕES FINAIS E TRANSITÓRIAS**

**Art. 24** - A Comissão Permanente de Carga Horária e Avaliação Docente (COPAD) estabelecerá os critérios de distribuição da Carga Horária de Ensino Docente no Período Acadêmico Emergencial (PAE).

**Art. 25** - Esta Deliberação normatiza os calendários acadêmicos emergenciais enquanto durarem a pandemia por Coronavírus – COVID 19 e as restrições das autoridades sanitárias, em seus diversos níveis federativos, respeitada a autonomia universitária estabelecida pela Constituição da República Federativa do Brasil, Constituição do Estado do Rio de Janeiro e pela legislação em vigor.

**Art. 26** - Ao final do Período Acadêmico Emergencial, caberá à Administração Central, junto à Comissão de Acompanhamento da Progressão do Coronavírus no âmbito da UERJ, avaliar os desdobramentos do PAE encerrado e fazer a análise dos aspectos e da conjuntura para a tomada de decisão de oferta de novos componentes curriculares, a qual deverá ser aprovada pelo CSEPE, levando-se em consideração, sobretudo, novos resultados de mapeamento institucionalizado, das condições sanitárias, infraestruturais e de saúde pública existentes, assim como das ações visando à acessibilidade e à inclusão digital de discentes.

**Art. 27** - O Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (Cap-UERJ) observará o disposto nesta Deliberação, no que for compatível, bem como as orientações do Conselho Estadual de Educação – CEE e do Conselho Nacional de Educação – CNE e as legislações aplicáveis à Educação Básica neste período decorrente da pandemia.

**Art. 28** - Os casos omissos serão resolvidos pela PR1 e PR4, em consonância com a legislação em vigor, com o Plano de Desenvolvimento Institucional - PDI desta Universidade e com o Projeto Pedagógico Institucional – PPI.

**Art. 29** - A UERJ estabelecerá acompanhamento para que, quando do retorno às atividades presenciais, com a continuidade dos componentes curriculares, desenvolvam-se

estratégias acadêmicas de ofertas que busquem mitigar perdas de todos os estudantes, inclusive daqueles que, porventura, não conseguiram prosseguir com matrícula ativa durante o PAE.

**§ 1º** - A definição dos prazos e a completa regulamentação relativa às atividades letivas presenciais ficarão na dependência das medidas adotadas pelo Governo do Estado e pela Universidade, com base em seu Plano de Retomada.

**§ 2º** - O retorno às atividades presenciais ocorrerá em consonância com as medidas de higiene e distanciamento preconizadas pelos órgãos oficiais de saúde, legislações estaduais e municipais, bem como com as orientações do Plano de Retomada da Universidade, elaboradas pela Comissão de Acompanhamento da Progressão do Coronavírus no Âmbito da UERJ, instituída de acordo com a Portaria nº 373/2020 do Gabinete da Reitoria da UERJ.

**Art. 30** - Esta Deliberação entra em vigor nesta data e perdurará enquanto forem necessários os Períodos Acadêmicos Emergenciais (PAE) decorrentes dos impactos da Pandemia do COVID-19, estando suspensas as vigências de artigos conflitantes das Deliberações nº 33/1995, nº 8/2002, nº 40/2016, nº 41/2016 e nº 37/2019, assim como do AE-027/Reitoria/1999 e das OS-006/SR1-1/2013 e OS-005/SR1-1/2013), durante os PAEs.

UERJ, em 30 de julho de 2020.

**RICARDO LODI RIBEIRO  
REITOR**

**ANEXO E - Circular Reitoria - 004/2020 – Mediação Tecnológica**

Governo do Estado do Rio de Janeiro  
Secretaria de Estado de Ciência e Tecnologia  
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, 23 de março de 2020.

**CIRCULAR Reitoria nº 004/2020**

Para: Diretores de Centro e Diretores de Unidades Acadêmicas  
De: Reitoria

Assunto: Mediação Tecnológica e Suspensão das Atividades Acadêmicas Presenciais

Prezados Diretores de Centro Setorial e Diretores de Unidades Acadêmicas,

Nos termos da nota em anexo, emitida pelos quatro pró-reitores da UERJ, e pelas razões dela constantes as quais nos reportamos, informo que, no período em que estiver vigente a suspensão das atividades acadêmicas presenciais, definida pelo AEDA nº 13/2020 e suas eventuais prorrogações, não deverá haver a substituição de atividades acadêmicas dos atuais cursos presenciais de graduação, mestrado, doutorado, especialização e extensão, pela Educação à Distância.

Assim a modalidade de EAD somente poderá ser executada naqueles cursos onde ela já é efetuada, como nos cursos de graduação da UERJ aprovados no âmbito do consórcio CEDERJ, por exemplo.



Governo do Estado do Rio de Janeiro  
Secretaria de Estado de Ciência e Tecnologia  
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Sem prejuízo disso, a fim de preservar a relação entre a UERJ e seus professores e estudantes, vamos aproveitar o período de suspensão das atividades presenciais para aprendermos/ensinarmos juntos formas diversas de interação, produtoras e disseminadoras de conhecimentos que possuímos como atores universitários, com alcance que pode inclusive extrapolar estes atores em prol dos demais membros da sociedade.

Tais atividades, exercidas por meio da mediação tecnológica, serão desenvolvidas sem avaliações e controle freqüências, devendo ter como objetivo sensibilizar nossa comunidade a partir de temas e proposições que, em maior ou menor grau, dialoguem com o contexto vivido, nas diferentes áreas de conhecimento, por meio de uma ação institucional que compartilhe saberes como formas de luta pelo reconhecimento e pela sobrevivência.

Finda a suspensão das atividades presenciais, a Universidade, por meio do seu Conselho Superior de Ensino, Pesquisa e Extensão, adotará as medidas necessárias para, conforme já definido pelo Conselho Nacional de Educação, a preservação do calendário acadêmico nos termos nacionalmente exigidos.

Atenciosamente,

Ricardo Lodi Ribeiro

Reitor

## ANEXO F - AEDA n° 13/2020.

 	<b>ATO EXECUTIVO DE DECISÃO ADMINISTRATIVA</b>	<b>CODIFICAÇÃO</b> AEDA-013 / REITORIA / 2020	<b>FOLHA</b> 01/05
---	--	--	-----------------------

**REGULAMENTA O DECRETO N° 46.970, DE 13 DE MARÇO DE 2020 E A RESOLUÇÃO CONJUNTA SECTI /UERJ N. 9 DE 13 DE MARÇO DE 2020, QUE TRATAM DAS MEDIDAS TEMPORÁRIAS DE PREVENÇÃO AO CONTÁGIO E DE ENFRENTAMENTO DA PROPAGAÇÃO DECORRENTE DO NOVO CORONAVÍRUS (COVID-19)**

**O REITOR DA UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO**, no uso de suas atribuições legais,

Considerando a disciplina do Decreto nº 46.970, de 13 de março de 2020 e a resolução conjunta SECTI /UERJ nº 9 de 13 de março de 2020, que tratam das medidas temporárias de prevenção ao contágio e de enfrentamento da propagação decorrente do novo coronavírus (Covid-19);

Considerando a necessidade de proteger a comunidade acadêmica da Uerj contra a propagação do novo Coronavírus;

Considerando a necessidade de reduzir a circulação de pessoas pelos seus campi universitários;

Considerando a necessidade de manter os serviços essenciais, notadamente os vinculados à assistência à saúde da população fluminense,

**R E S O L V E:**

Art 1º Ficam suspensas, pelo prazo de 15 (quinze) dias, prorrogável por igual prazo, a partir do dia 16 de março de 2020, as seguintes atividades:



		ATO EXECUTIVO DE DECISÃO ADMINISTRATIVA	CODIFICAÇÃO AEDA-	FOLHA / REITORIA / 2020 09/05
---	---	---	----------------------	-------------------------------------

- I - as aulas e demais atividades acadêmicas presenciais;  
 II – a realização de eventos e atividades com a presença de público, ainda que previamente autorizados, que envolvam aglomeração de pessoas, em local aberto ou fechado, tais como: eventos desportivos, feiras, eventos científicos e afins;  
 III – a realização de atividades administrativas presenciais não consideradas essenciais por este ato;  
 IV - viagens não essenciais de docentes, alunos, técnicos-administrativos e contratados.

Art. 2º Qualquer servidor público, docente ou técnico-administrativo, ou contratado por empresas que prestem serviços à UERJ, que apresentar febre ou sintomas respiratórios (tosse seca, dor de garganta, mialgia, cefaleia e prostração, dificuldade para respirar e batimento das asas nasais) deverá entrar em contato com a chefia imediata para adoção dos protocolos definidos pelas autoridades sanitárias, recomendando-se o afastamento do serviço por 14 dias.

Art. 3º Os docentes, técnicos-administrativos, alunos e contratados que retornarem de viagem ao exterior:  
 I – se estiverem assintomáticos, manterão quarentena domiciliar de sete dias;  
 II – se forem apresentados sintomas, manterão quarentena domiciliar de 14 dias.

Art. 4º Somente poderão ser executadas presencialmente as atividades administrativas consideradas essenciais e que não possam ser realizadas por meio remoto.

§1º. A realização de atividades administrativas presenciais, quando autorizada nos termos deste ato, deverá adotar o rodízio entre os componentes de cada equipe, adotando-se horários alternativos, a fim de que a ida e volta dos trabalhadores não se deem em horários de pico do transporte público.

§2º. O rodízio previsto neste artigo deverá levar em conta a exposição de cada trabalhador ao risco de contágio, considerando o meio de transporte utilizado para o deslocamento ao trabalho e sua inserção aos atuais grupos de risco: idosos maiores de 60 anos, imunossuprimidos, gestantes, nutrizes e portadores de doenças crônicas descompensadas.



 	ATO EXECUTIVO DE DECISÃO ADMINISTRATIVA	CODIFICAÇÃO AEDA- / REITORIA / 2020	FOLHA 03/05
---	---	--	----------------

§3º Cabe aos pró-reitores e diretores de unidades administrativas, no âmbito das suas respectivas atribuições e nos termos deste ato, a definição das tarefas que serão realizadas de modo presencial e o rodízio entre os seus executores, devendo comunicar à reitoria a sistemática adotada.

Art. 5º São consideradas atividades essenciais:

- I – atuação de docentes, técnicos-administrativos e contratados nas áreas de saúde;
- II – gestão de pagamentos a servidores, bolsistas e contratos de manutenção;
- III – compras na área de saúde;
- IV – liberação das autorizações e transferências orçamentárias relativas às atividades essenciais;
- V – comunicação social voltada às questões de saúde;
- VI – manutenção de rede, e-mails, hospedagem de página, e suporte aos sistemas de apoio às demais atividades essenciais;
- VII – cumprimento de decisões judiciais e atendimentos a processos eletrônicos;
- VIII – atendimento pela ouvidoria das demandas vinculadas aos serviços essenciais;
- IX – limpeza e segurança dos *campi* universitários.

Parágrafo Único – O reitor, a pedido dos diretores de unidades administrativas e acadêmicas, poderá considerar como essenciais para os fins deste ato, outras atividades não previstas neste artigo.

Art. 6º - Este ato não se aplica aos docentes, técnico-administrativos e contratados cujas atividades consistam na assistência às unidades do complexo de saúde da UERJ, cuja disciplina deverá ser definida, em relação ao respectivo pessoal:

- I – Pelo Diretor do Hupe;
- II – Pela Coordenação de Enfermagem do Hupe;
- III – Pelo Diretor da Policlínica Piquet Carneiro;



		ATO EXECUTIVO DE DECISÃO ADMINISTRATIVA	CODIFICAÇÃO AEDA- / REITORIA / 2020	FOLHA 04/05
---	---	---	--	----------------

IV – Pelo Diretor do Instituto de Psicologia, em relação ao Serviço de Psicologia Aplicada.

Parágrafo Único - Ficam canceladas as férias e licenças-prêmios dos docentes e técnico-administrativos da área de saúde.

Art. 6º Os Centros Setoriais e Unidades Administrativas terão atuação exclusivamente remota.

Parágrafo Único – O disposto neste artigo não se aplica ao Centro Biomédico, apenas quanto à coordenação das unidades acadêmicas no que se refere à atuação dos docentes e estudantes no apoio ao corpo técnico das unidades do complexo de saúde da UERJ.

Art. 7º Fica a Prefeitura autorizada:

- I - a remanejar os trabalhadores contratados para as atividades essenciais, observado o disposto no art. 4º;
- II - a limitar o acesso aos locais em que não são realizadas atividades essenciais.

Art. 8º Cabe à Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa disciplinar o prosseguimento excepcional das pesquisas científicas na UERJ durante a vigência deste ato.

Art. 9º Recomenda-se à comunidade da UERJ:

- I – o uso de ventilação natural em detrimento do uso de ar condicionado nas salas e ambientes universitários sempre que possível;
- II - a lavagem frequente das mãos com água e sabão ou a higienização com uso de álcool em gel 70%;
- III - manter-se informada por meio dos canais de comunicação oficiais da Uerj, evitando alarmismos e a disseminação de *fake news*;



 	ATO EXECUTIVO DE DECISÃO ADMINISTRATIVA	CODIFICAÇÃO	FOLHA
		AEDA-	/ REITORIA / 2020
		05/05	

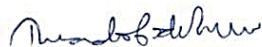
IV – que as pessoas que não estejam desempenhando atividades presenciais essenciais evitem sair de casa;

V – evitar reuniões com mais de 7 (sete) pessoas.

Art. 10 A Pró-Reitoria de Graduação fica autorizada, consultadas as demais pró-reitorias e diretorias administrativas, bem como os diretores de centro e de unidade acadêmica, a adotar medidas visando à realização de atividades acadêmicas remotas, caso venha a ser necessário.

Art. 11 Revogam-se as disposições em contrário.

Rio de Janeiro, 16 de março de 2020.



Ricardo Lodi Ribeiro

Reitor

## **ANEXO G - AEDA nº 35/2020 – Regulamenta o Decreto 47.176 de 21 de julho de 2020 no âmbito da UERJ**

	ATO EXECUTIVO DE DECISÃO ADMINISTRATIVA	CODIFICAÇÃO	FOLHA
		AEDA- 35 / REITORIA / 2020	/

**REGULAMENTA O DECRETO Nº 47.176, DE 21 DE JULHO DE 2020, NO ÂMBITO DA UERJ, QUE TRATA DAS MEDIDAS TEMPORÁRIAS DE PREVENÇÃO AO CONTÁGIO E DE ENFRENTAMENTO DA PROPAGAÇÃO DECORRENTE DO NOVO CORONAVÍRUS (COVID-19) E ESTABELECE O TRABALHO REMOTO E PRESENCIAL DURANTE A PANDEMIA**

**O REITOR DA UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO**, no uso de suas atribuições legais,

Considerando a disciplina do Decreto nº 47.176, de 21 de julho de 2020, que trata das medidas temporárias de prevenção ao contágio e de enfrentamento da propagação decorrente do novo coronavírus (Covid-19) e do trabalho remoto e presencial durante a pandemia;

Considerando a necessidade de proteger a comunidade acadêmica da Uerj contra os efeitos da pandemia;

Considerando a necessidade de reduzir a circulação de pessoas pelos seus campi universitários;

Considerando o prolongamento da crise sanitária e da necessidade de preservar a continuidade das atividades institucionais;

**R E S O L V E:**

Art. 1º Ficam suspensas, até o dia 31 de agosto de 2020, as atividades presenciais acadêmicas e administrativas não essenciais, assim consideradas:

I - as aulas e demais atividades acadêmicas presenciais, sem prejuízo da manutenção do calendário recomendado pelo Ministério da Educação e da disciplina que o CSEPE venha dar à matéria;

II - a realização de eventos e atividades com a presença de público, ainda que previamente autorizados, que

 <b>70</b> <b>UERJ</b> <small>70 ANOS   1949-2019</small>	<b>ATO EXECUTIVO DE DECISÃO ADMINISTRATIVA</b>	<b>CODIFICAÇÃO</b> <b>AEDA- 35 / REITORIA / 2020</b>	<b>FOLHA</b> <b>/</b>
--	--	---	--------------------------

envolvam aglomeração de pessoas, em local aberto ou fechado, tais como: eventos desportivos, feiras, eventos científicos e afins;

III – a realização de atividades administrativas presenciais não consideradas essenciais por este ato;

IV - viagens não essenciais de docentes, alunos, técnicos-administrativos e contratados.

**Art. 2º** Qualquer servidor público, docente ou técnico-administrativo, ou contratado por empresas que prestem serviços à UERJ, que apresentar febre ou sintomas respiratórios (tosse seca, dor de garganta, mialgia, cefaleia e prostração, dificuldade para respirar e batimento das asas nasais) deverá entrar em contato com a chefia imediata para adoção dos protocolos definidos pelas autoridades sanitárias, recomendando-se o afastamento do serviço por 14 dias.

**Parágrafo Único** - Os gestores dos contratos de prestação de serviços deverão notificar as empresas contratadas quanto à responsabilidade destas em adotar todos os meios necessários para conscientizar seus funcionários quanto aos riscos da COVID-19 e quanto à necessidade de reportarem a ocorrência de sinais e sintomas da doença, estando as empresas passíveis de responsabilização contratual em caso de omissão que resulte em prejuízo à Administração Pública.

**Art. 3º** - Os servidores docentes e técnico administrativos deverão, como regra, exercer suas funções laborais, sejam elas essenciais ou não, fora das instalações físicas do órgão de lotação, em trabalho remoto (*regime home office*), desde que observada a natureza da atividade, mediante a utilização de tecnologia de informação e de comunicação disponíveis.

**Parágrafo Único.** O trabalho remoto deverá ser mantido para a população de grupos vulneráveis: pessoas com 60 anos ou mais de idade, doentes crônicos, imunodeprimidos, gestantes e puérperas.

**Art. 4º** Somente poderão ser executadas presencialmente as atividades administrativas consideradas essenciais e que não possam ser realizadas por meio remoto.

**§1º.** No caso previsto no caput, o exercício da atividade presencial, impõe-se a observância de todos os

 <b>70</b> <b>UERJ</b>	<b>ATO EXECUTIVO DE DECISÃO ADMINISTRATIVA</b>	<b>CODIFICAÇÃO</b> <b>AEDA- 35 / REITORIA / 2020</b>	<b>FOLHA</b> <b>/</b>
---	--	---	--------------------------

protocolos e medidas de segurança estabelecidas pelo DESSAUDE, inclusive:

- I - garantir a distância mínima de 1 (um) metro entre as pessoas;
- II - o uso de máscara de proteção respiratória, seja ela descartável ou reutilizável, de forma adequada, em qualquer ambiente universitário;
- III - organizar uma escala de revezamento de dia ou horário de trabalho entre os servidores, colaboradores, terceirizados e prestadores de serviço;
- IV - proibir a participação nas equipes de trabalho de pessoas consideradas do grupo de risco, tais como idosos, gestantes e pessoas com outras comorbidades;
- V - priorizar, no atendimento ao público, o agendamento prévio ou a adoção de outro meio que evite aglomerações;
- VI - disponibilizar álcool em gel 70%, ou preparações antissépticas ou sanitizantes de efeito similar, a todos os frequentadores;
- VII - manter os banheiros e demais locais do estabelecimento higienizados e com suprimentos suficientes para possibilitar a higiene pessoal dos servidores, colaboradores, terceirizados, prestadores de serviço e consumidores;
- VIII - impedir a entrada ou permanência de pessoas sem a utilização de máscara de proteção respiratória.

§2º. Devem ser afastados de suas atividades, de forma imediata, todos os colaboradores sintomáticos respiratórios, conforme recomendação das autoridades sanitárias.

§3º Cabe aos pró-reitores, diretores de centro, de unidades acadêmicas e administrativas, no âmbito das suas respectivas atribuições e nos termos deste ato, a definição das tarefas que serão realizadas de modo remoto e/ou presencial, devendo comunicar à reitoria a sistemática adotada.

§4º - As reuniões administrativas serão preferencialmente não presenciais (virtuais) utilizando-se dos meios tecnológicos de informação e de comunicação disponíveis.

 <b>70</b> <b>UERJ</b>	<b>ATO EXECUTIVO DE DECISÃO ADMINISTRATIVA</b>	<b>CODIFICAÇÃO</b> <b>AEDA- 35 / REITORIA / 2020</b>	<b>FOLHA</b> <b>/</b>
--	--	---	--------------------------

Art. 5º São consideradas atividades essenciais:

- I – atuação de docentes, técnicos-administrativos e contratados nas áreas de saúde;
- II – gestão de pagamentos a servidores, bolsistas e contratos de manutenção;
- III – compras na área de saúde e demais atividades essenciais;
- IV – liberação das autorizações e transferências orçamentárias relativas às atividades essenciais;
- V – comunicação social voltada às questões de saúde e demais atividades essenciais;
- VI – manutenção de rede, e-mails, hospedagem de página, e suporte aos sistemas de apoio às demais atividades essenciais;
- VII – cumprimento de decisões judiciais e atendimentos a processos eletrônicos;
- VIII – atendimento pela ouvidoria das demandas vinculadas aos serviços essenciais;
- IX – limpeza e segurança dos *campi* universitários;
- X – apoio ao ensino remoto emergencial naquilo que não puder, de nenhuma forma, ser desempenhado pela mediação tecnológica;
- XI – preparação para o desempenho de atividades administrativas e acadêmicas de forma remota.

Parágrafo Único – O reitor, a pedido dos diretores de unidades administrativas e acadêmicas, poderá considerar como essenciais para os fins deste ato, outras atividades não previstas neste artigo.

Art. 6º - Este ato não se aplica aos docentes, técnico-administrativos e contratados cujas atividades consistam na assistência às unidades do complexo de saúde da UERJ, cuja disciplina deverá ser definida, em relação ao respectivo pessoal, observado o regulamento expedido pelas autoridades de saúde:

- I – pelo Diretor do Hupe;
- II – pela Coordenação de Enfermagem do Hupe;

 <b>70</b> <b>ANOS</b> <b>UERJ</b> <small>1940 - 2010</small>	ATO EXECUTIVO DE DECISÃO ADMINISTRATIVA	<b>CODIFICAÇÃO</b> AEDA- 35 / REITORIA / 2020	<b>FOLHA</b> /
---	---	--	-------------------

III – pelo Diretor da Policlínica Piquet Carneiro;

IV – pelo Diretor do Instituto de Psicologia, em relação ao Serviço de Psicologia Aplicada.

Parágrafo Único - Ficam canceladas as férias e licenças-prêmios dos docentes e técnico-administrativos da área de saúde.

Art. 7º Fica a Prefeitura dos Campi autorizada:

I - a remanejar os trabalhadores contratados para as atividades essenciais, observado o disposto no art. 4º;

II – a limitar o acesso aos locais em que não são realizadas atividades essenciais.

Art. 8º Cabe à Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa autorizar o funcionamento dos laboratórios de pesquisa:

I – excepcionalmente, para evitar risco de perecimento dos equipamentos, acervos e similares;

II – regularmente, a partir de laudo de vistoria do DESSAUDE e da Prefeitura dos Campi.

Art. 9º Recomenda-se à comunidade da UERJ:

I – o uso de ventilação natural em detrimento do uso de ar condicionado nas salas e ambientes universitários sempre que possível;

II - a lavagem frequente das mãos com água e sabão ou a higienização com uso de álcool em gel 70%;

III - manter-se informada por meio dos canais de comunicação oficiais da Uerj, evitando alarmismos e a disseminação de *fake news*;

IV – que as pessoas que não estejam desempenhando atividades presenciais essenciais evitem sair de casa;

V – evitar reuniões com mais de 7 (sete) pessoas.

Art. 10. Em caso de aprovação do ensino remoto emergencial pelo CSEPE: